

멀티코어 컴퓨팅 HW #4

2010-11904
최재민

[1. A.]

성능 분석을 하기 이전에 캐시 라인의 크기를 알아보기 위해 다음과 같은 명령어를 이용하였다.

```
dev@dev-GRAM:~$ getconf LEVEL1_DCACHE_LINESIZE  
64
```

〈그림 1-1. 캐시 라인 크기 측정〉

그림에서 알 수 있듯이 현재 머신의 캐시 라인 크기는 64 바이트이다. 매트릭스의 각 원소는 float 타입이므로 4 바이트이고, 한 캐시 라인에 16 개의 원소들이 들어갈 수 있다. 원활한 실험을 위해 매트릭스의 크기를 128 X 128 로 고정하였으며 (NDIM 을 128 로 수정), 한 행을 위해서는 $128 / 16 = 8$ 개의 캐시 라인이 필요하다. 또한, 코드 수행시마다 걸리는 시간이 다르므로 이에 의한 오차를 최대한 줄이기 위해 1000 번의 iteration 을 돌린 수행 시간을 1000 으로 나누어 각 매트릭스 곱셈 방법의 수행 시간을 측정하였다. 이를 위해 mat_mul 함수 내부에 iter 라는 변수를 선언하여 기존 루프들 바깥에 새로운 루프를 생성하였다. 실험 과정은 먼저 코드를 수정한 후 make 명령을 통해 컴파일하고 ./mat_mul 을 입력하여 프로그램을 실행하였다.

1-1. ijk & jik

Lecture PPT 에 있는 그대로 sum 변수를 사용하여 ijk 방식을 구현하게 되면 각 innermost loop 당 2 번의 load 과 0 번의 store 가 일어나게 되며, 뼈대코드를 사용하면 3 번의 load 와 1 번의 store 가 일어나게 된다. 다른 방식들(kij 와 jki 등)은 2 번의 load 와 1 번의 store 가 일어나므로, ijk 방식을 어떤 방법으로 구현을 하든 간에 load 와 store 개수에 의한 차이는 존재할 수 밖에 없다는 것을 알아두자.

주어 코드에서 innermost loop 을 분석해 보면, 행렬 a 의 경우 compulsory miss rate 가 (float size)/(cache line size) = $4/64 = 1/16$ 이고, 행렬 b 의 경우 매 iteration 마다 miss 가 나므로 compulsory miss rate 는 1, 행렬 c 의 경우 맨 처음 iteration 에서만 miss 가 나므로 compulsory miss rate 는 0 에 가깝다. 이들을 합치면 각 innermost loop 당 compulsory miss rate 의 합은 $17/16$ 정도가 된다.

```
dev@dev-GRAM:~/mc/HW4/matmul$ ./mat_mul  
Time elapsed : 3.184205 sec
```

〈그림 1-2. ijk & jik 의 실행 시간〉

위 코드를 컴파일 후 실행한 결과 위와 같은 수행시간이 출력되며, 이는 1000 번의 iteration 을 거친 결과이므로 1000 으로 나눠주면 수행시간은 평균적으로 0.00318 초 정도가 된다. 현재 구현 방식으로는 다른 방식들에 비해 load 가 1 번 더 많으므로 약간 더 느리게 나타난 결과라고 볼 수 있다.

1-2. kij & ikj

이 방식을 이용하면 행렬 b 의 원소가 고정된 상태에서 innermost loop 이 실행되게 된다. 즉, 행렬 a 의 compulsory miss rate 는 0 이다. 행렬 b 와 c 는 j 가 하나씩 증가하면서 같은 행의 열들을 차례대로 읽어 오므로 compulsory miss rate 는 각각 $1/16$ 이 된다. 이들을 합치면 각 innermost loop 당 compulsory miss rate 의 합은 $2/16$ 이 되고, 이는 ijk 방식보다 작으므로 수행시간이 빠를 것으로 예상된다.

```
dev@dev-GRAM:~/mc/HW4/matmul$ ./mat_mul  
Time elapsed : 1.465961 sec
```

〈그림 1-3. kij & ikj 의 실행 시간〉

실제 수행 결과는 위와 같으며, 이 역시 1000 으로 나눠주면 평균 수행 시간은 0.00146 초 정도이고, ijk 방식보다 약 2 배 정도 빠른 것을 알 수 있다.

1-3. jki & kji

이 방식을 이용하면 행렬 b의 원소가 고정된 상태에서 innermost loop이 실행되므로 행렬 b의 compulsory miss rate는 0이다. 행렬 a와 c는 i가 하나씩 증가하면서 같은 열의 원소들을 읽으므로 compulsory miss rate는 각각 1이 된다. 이들을 합치면 각 innermost loop당 compulsory miss rate의 합은 2가 되며, 이는 모든 방식 중 가장 크므로 가장 느린 수행속도를 보일 것이라고 예측할 수 있다.

```
dev@dev-GRAM:~/mc/HW4/matmul$ ./mat_mul
Time elapsed : 6.910365 sec
```

〈그림 1-4. jki & kji의 실행 시간〉

실제 수행 결과는 위와 같으며, 이를 1000으로 나눠주면 평균 수행 시간은 0.00691초 정도이고 이는 모든 방식 중 가장 느린 속도이다.

[1. B.]

Tiling은 주어진 데이터를 일정한 크기의 블록 단위로 나누어 한 그룹의 블록들이 캐시에 올라올 수 있도록 함으로써 계산 속도를 향상시키는 방법이다. lscpu 명령을 이용하면 현재 사용하는 컴퓨터의 캐시 크기를 알 수 있는데, 실험 환경에서의 캐시 크기는 다음과 같았다.

```
L1d cache: 32K
L1i cache: 32K
L2 cache: 256K
L3 cache: 3072K
```

〈그림 1-5. 실험 환경에서의 캐시 크기〉

이 정보를 바탕으로 먼저 각 캐시에 한 그룹의 블록들이 올라올 수 있는 블록의 크기를 계산해보자. 행렬 곱을 위해서는 행렬 a와 b에서 각각 한 블록을 읽어야 하며, 행렬 c의 한 블록도 있어야 한다. 또 블록 내 한 원소의 타입은 float이므로 그 크기는 4바이트이다. 따라서 한 번의 Tiling에 필요한 메모리 공간의 크기는 $3 * B^2 * 4 = 12 * B^2$ 바이트이며, 이 크기가 캐시 여유공간의 크기보다 작아야 Tiling이 원활히 일어날 수 있는 것이다. 실험용 프로그램이 캐시의 크기 전체를 사용 가능하다고 가정한다면 각 캐시 레벨을 활용할 수 있는 블록의 크기는 다음과 같다.

캐시 레벨	캐시 크기	B의 범위
L1d	32KB	$12 * B^2 < 32 * 1024$ 에서 $B < 52.xx$ 이므로 B = 1 ~ 52
L2	256KB	$12 * B^2 < 256 * 1024$ 에서 $B < 147.xx$ 이므로 B = 53 ~ 147
L3	3072KB	$12 * B^2 < 3072 * 1024$ 에서 $B < 512$ 이므로 B = 148 ~ 511

〈표 1-1. 캐시 레벨과 B의 범위의 이론적 상관관계〉

다시 말하면 B가 1에는 52사이일 때는 L1d만을 활용해도 되므로 가장 속도가 빠를 것이고, B가 53에서 147사이일 때는 L2를 활용하므로 조금 속도가 느려질 것이며, 148에서 511사이일 때는 L3를 활용하므로 더 느려질 것이다. 만약 B가 512 이상이 된다면 메인 메모리를 접근해야 한다. 하지만 여기까지의 계산은 완전히 이론적인 것이며, 실제로는 다른 프로그램들도 캐시를 사용하므로 실제 실험용 프로그램이 활용 가능한 캐시의 공간은 이보다 훨씬 작게 되어 B의 크기 또한 위의 표에서보다는 작아질 것이다.

결국 이번 실험에서 할 수 있는 것은 블록 크기를 변화시켜가며 성능을 측정해보고, 수행 시간이 줄어들다가 다시 증가하는 부분을 포착하여 해당 블록 크기가 성능 변화의 threshold라는 것을 알아내는 것이다. 실험을 위해서 NDIM을 1024로 설정하였고, 블록 크기를 -s <block size> 과 같은 형식의 argument로 받기 위하여 코드를 추가한 후 블록 크기를 증가시켜가며 실험을 진행하였다.

먼저 코드를 전혀 수정하지 않은 상태에서 ijk 방식의 1024 X 1024 행렬곱을 수행한 시간은 다음과 같다.

```
dev@dev-GRAM:~/mc/HW4/matmul$ ./mat_mul
Time elapsed : 6.414514 sec
dev@dev-GRAM:~/mc/HW4/matmul$ ./mat_mul
Time elapsed : 6.516658 sec
```

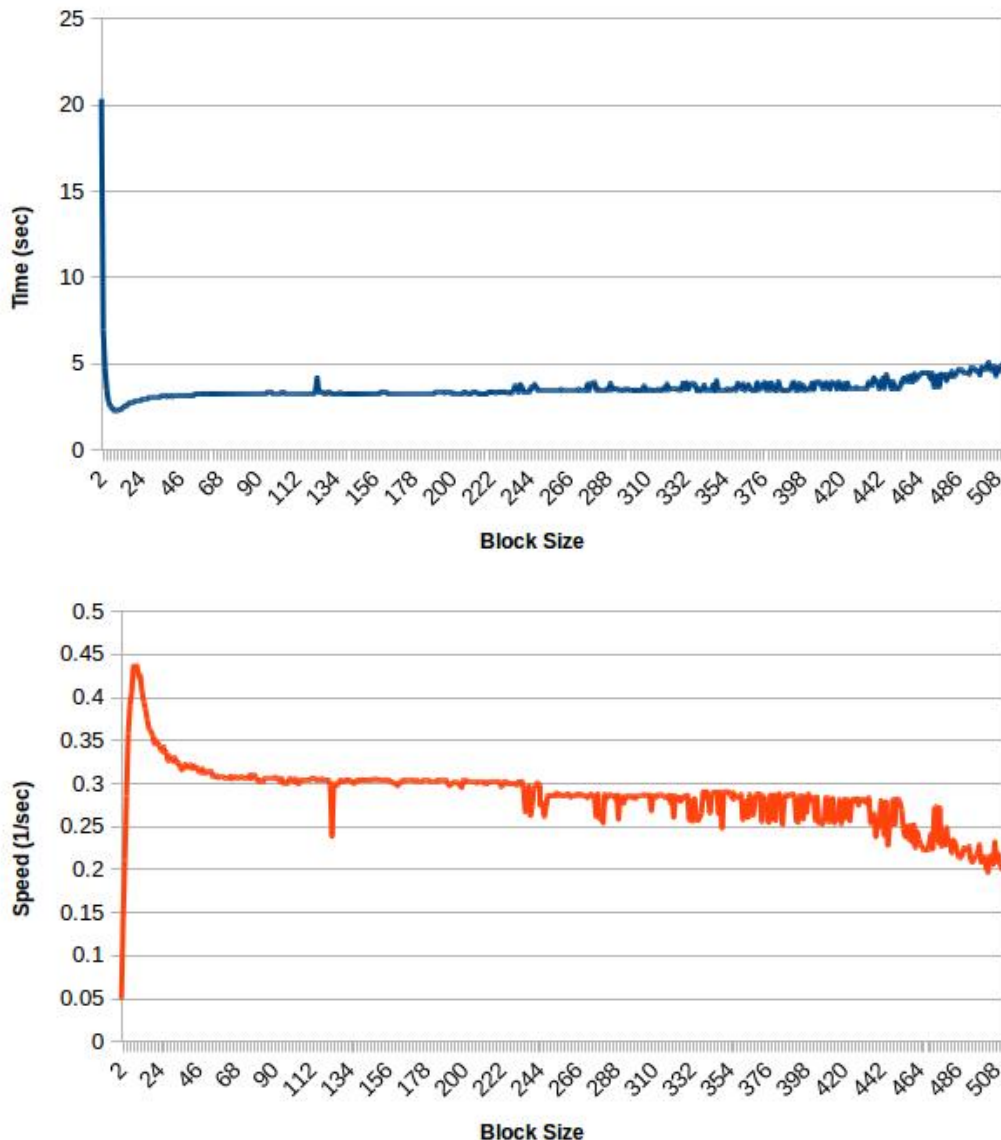
<그림 1-6. 기존 코드의 실행 시간>

Tiling 을 사용할 수 있도록 for loop 부분을 고쳐 만든 코드의 실행 시간은 다음과 같다. 이 경우에는 블록 크기를 1로 설정하여 기존 코드와 행렬곱의 방식은 같지만 Tiling 에 필요한 overhead 때문에 월등히 느린 것을 볼 수 있다. (루프 종료 조건 확인 수의 증가와 그에 필요한 MIN 매크로 등)

```
dev@dev-GRAM:~/mc/HW4/matmul$ ./mat_mul
Time elapsed : 19.474686 sec
dev@dev-GRAM:~/mc/HW4/matmul$ ./mat_mul
Time elapsed : 16.641447 sec
```

<그림 1-7. Tiling 을 사용할 수 있도록 수정한 코드의 실행 시간>

이후 블록 크기를 512 까지 하나씩 증가시켜가며 ijk 방식의 1024 X 1024 행렬곱의 수행시간을 측정하였으며, 그 결과는 다음과 같은 그래프로 나타낼 수 있다. (자세한 수행시간 값들은 matmul_result.xlsx 파일에 저장되어 있다) 이론적으로도 블록 크기가 512 이상일 경우 메인 메모리로의 접근이 필요하고, 실제로는 그 이하일 때 메인 메모리를 접근하게 되므로 그 이상을 실험할 필요성은 없다고 판단하였다.



<그림 1-8. 블록 크기에 따른 실행 시간과 속도>

실험 방법은 shell script 를 이용하여 ./mat_mul -s <block size> >> result.txt 를 block size 를 하나씩 증가시켜가며 실행하도록 하였고, 실행이 끝난 후 result.txt 에 있는 시간 값들을 엑셀 파일에 복사하여 그래프를 제작하였다.

Tiling 을 사용할 때의 캐시 미스의 횟수는 $2 \times \lceil \frac{N}{B} \rceil^3 \times B \lceil \frac{B}{m} \rceil$ 이므로, 같은 캐시 레벨을 사용하는 B 의 범위 내에서는 이 공식에 따라 성능이 결정된다. m 은 한 캐시 라인에 들어가는 원소의 개수므로 $64B / 4B = 16$ 으로 일정하고, N 역시 1024 로 일정하므로 실질적으로 캐시 미스의 횟수는 B 에 비례하는게 되어 B 가 증가할수록 캐시 미스의 횟수 역시 증가하게 된다. 그래프에서 B 가 증가할수록 조금씩 속도가 감소하는 것이 이 때문이다. 또 그래프에서 B 가 8~10 근처일 때까지 속도가 급격히 증가하는 것을 볼 수 있는데, Tiling 의 overhead 로 인한 성능 저하 효과가 줄어드는 것이 원인으로 생각된다. 그 이후에는 속도가 점점 감소하는데, 이는 더 낮은 레벨의 캐시를 사용해야 한다는 것을 의미한다. 그 이후에는 매우 미약하게 속도가 감소하다가 B 가 240 근처에서 성능이 소폭 저하되고 fluctuation 이 이전보다 크게 일어나기 시작하는데, 이 역시 낮은 레벨의 캐시를 사용하는 데서 오는 효과라고 생각된다. 그 이후 B 가 450 근처일 때부터 또 성능이 눈에 띄게 감소하는데 아마 이는 이제 캐시 범위를 벗어나 메모리에도 접근을 해야 되기 때문일 것이다.

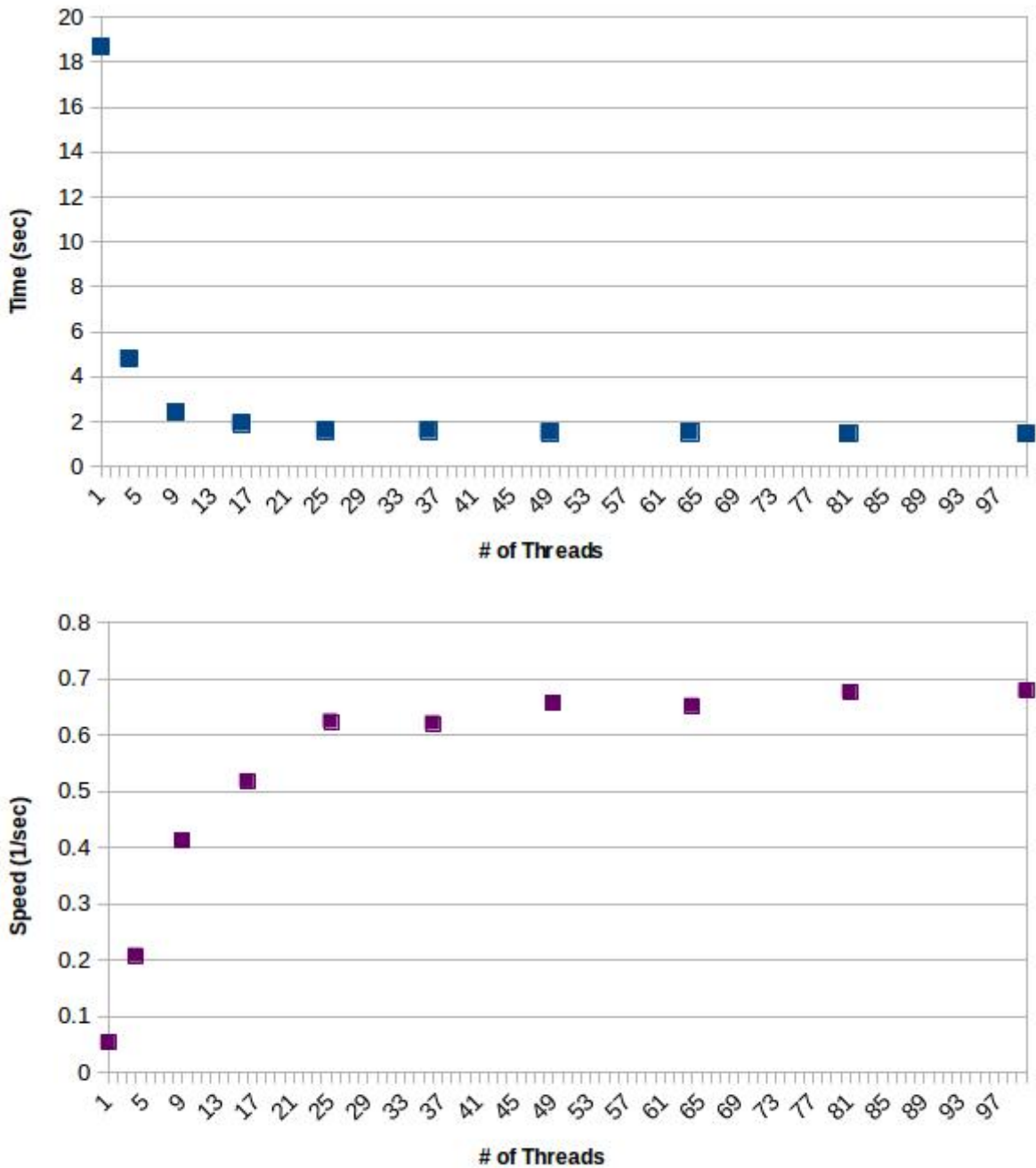
[1. C.]

이 부분에서는 앞에서 Tiling 이 가능하도록 수정한 코드를 thread 들이 나눠서 수행할 수 있도록 병렬화를 해야 한다. 기본적인 아이디어는 행렬 c 를 같은 크기의 n^2 개의 블록으로 나뉘었을 때 각 블록은 독립적으로 계산할 수 있으므로 한 블록을 한 thread 에 할당하여 계산을 수행한다는 것이다. 즉, thread 의 개수는 자연수 n 에 대하여 n^2 이어야 한다는 제한이 있으며, thread 의 개수에 맞추어 Tiling 을 하면 된다.

먼저 thread 의 개수를 argument 로 받기 위해 parse_opt 함수에 해당 부분을 추가하였으며, 이를 전역변수인 tnum 에 저장하도록 하였다. main 함수에서 불리는 mat_mul 함수에서는 tnum 의 제곱근인 tsqr 변수의 값을 계산하고, 이를 이용하여 Tiling 의 블록 크기를 정해 bsize 변수에 저장한다. tsqr 와 bsize 는 후에 각 thread 가 실행하게 되는 mat_mul_sub 함수 내부에서 각 thread 가 접근할 행렬 내의 위치를 정하는데 사용된다. 변수들을 계산한 이후에는 pthread_attr 타입 변수인 attr 변수를 할당하고, join 이 가능하도록 설정한 뒤 thread 들을 생성하여 mat_mul_sub 함수를 수행하도록 한다. 그 후에 mat_mul 함수에서는 생성된 thread 들이 끝날 때까지 기다리게 되며, 생성된 thread 들은 mat_mul_sub 함수를 실행하여 행렬 곱셈을 수행한다. mat_mul_sub 함수에서 중요한 것은 ii 와 jj 변수들의 시작값과 끝나는 조건들인데, 이를 예를 들어 설명하면 다음과 같다. 만약 thread 가 9 개 있다면, 행렬 c 는 다음과 같이 9 개의 동일한 크기의 블록으로 나뉘어지며, 각 블록은 하나의 thread 가 책임을 지게 된다. 셀 안의 숫자는 thread 의 ID 를 의미하며, 이 조건에 맞게 ii 와 jj 의 범위를 정해주어야 한다.

0	1	2
3	4	5
6	7	8

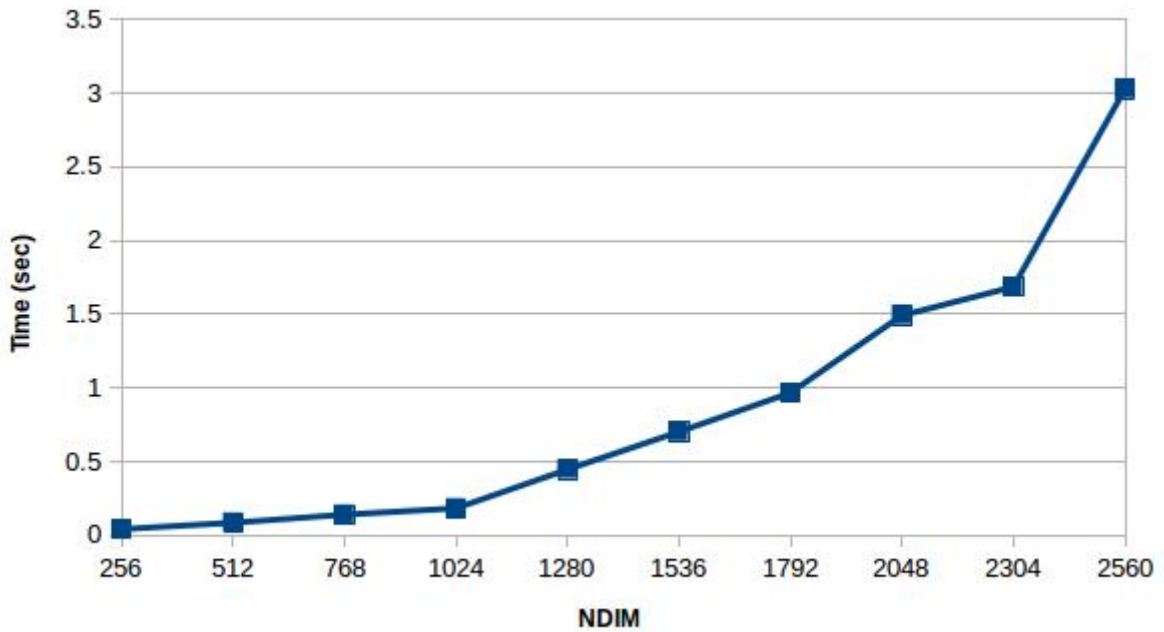
앞서 말했듯이 thread 의 개수는 n^2 이어야 한다는 제한 때문에 thread 의 개수를 1, 4, 9, 16, 25, ..., 100 이 되도록 실험을 하였으며, 행렬의 NDIM 은 2048 로 설정하였다. 실험은 천둥 서버에서 thorq 를 이용하여 수행하였다. 먼저 전체 문제 크기는 일정할 때 thread 의 개수에 따라 성능이 증가하는 strong scalability 를 그래프로 표현하면 다음과 같다. (자세한 값들은 matmul_result.xlsx 의 SS 탭을 참조하면 알 수 있다) 다음 그래프에서는 결과를 잘 알아볼 수 있도록 x 축은 1 에서 100 까지 1 의 간격을 두도록 설정하였다.



〈그림 1-9. Strong Scalability: Thread 개수에 따른 실행시간과 속도〉

위 그래프를 보면 병렬화 오버헤드 때문에 완전히 선형적이지는 않지만, 어느정도는 thread의 개수가 증가함에 따라 성능도 선형적으로 증가한다고 볼 수 있다. 하지만 thread의 개수가 일정 threshold를 넘어서면 성능에 거의 변화가 없는 것을 볼 수 있는데, 이는 thread를 실행시킬 수 있는 CPU 코어의 개수가 한정되어 있기 때문이다. 하지만 천둥 계산 노드 하나에서는 16개의 CPU 뿐이 있는데 왜 thread의 개수가 16개를 넘어가도 성능은 더 높아지는 것일까? 이는 thread의 개수가 CPU 코어의 수보다 많아지더라도 특정 thread들이 긴 latency를 가지거나 I/O 작업 등에 의해 block이 될 때 다른 thread들을 대신 수행할 수 있기 때문이다. 일정 thread 개수 이상을 넘어설 경우 항상 모든 코어에서 thread들이 실행되고 있으므로 더 이상 성능 향상이 없는 것이다.

이제 각 thread가 계산하는 문제의 크기를 일정하게 유지하고 thread의 개수를 증가시켜 weak scalability를 확인해 보자. (이 역시 자세한 값들은 matmul_result.xlsx의 WS 탭을 참조하면 된다)



〈그림 1-10. Weak Scalability: NDIM 과 Thread 개수에 따른 실행시간과 속도〉

Weak scalability 를 확인할 때에는 NDIM 과 Thread 의 개수를 동시에 증가시켜야 하며, 각 thread 가 담당하는 sub-matrix 의 크기는 일정해야 한다. NDIM 을 256 의 배수로 증가시켜가며 실험하였으며, thread 의 개수는 NDIM=256 일 때 1, NDIM=512 일 때 4, ..., NDIM= $x \times 256$ 일 때 x^2 이 되도록 하였다. 그래프를 보면 NDIM 과 thread 의 개수가 증가함에 따라 성능이 일정하게 유지되지 않고 감소하는 경향을 보이는데, 이는 병렬화 오버헤드로 인한 효과가 점점 커지기 때문이다. 또한 일정 thread 개수 이상이 되면 CPU 코어들이 항상 fully operational 이므로 thread 의 개수의 증가가 더이상 성능에 영향을 미치지 않게 되며, 이 경우 thread 개수의 증가는 성능 악화만 더 불러오게 된다.

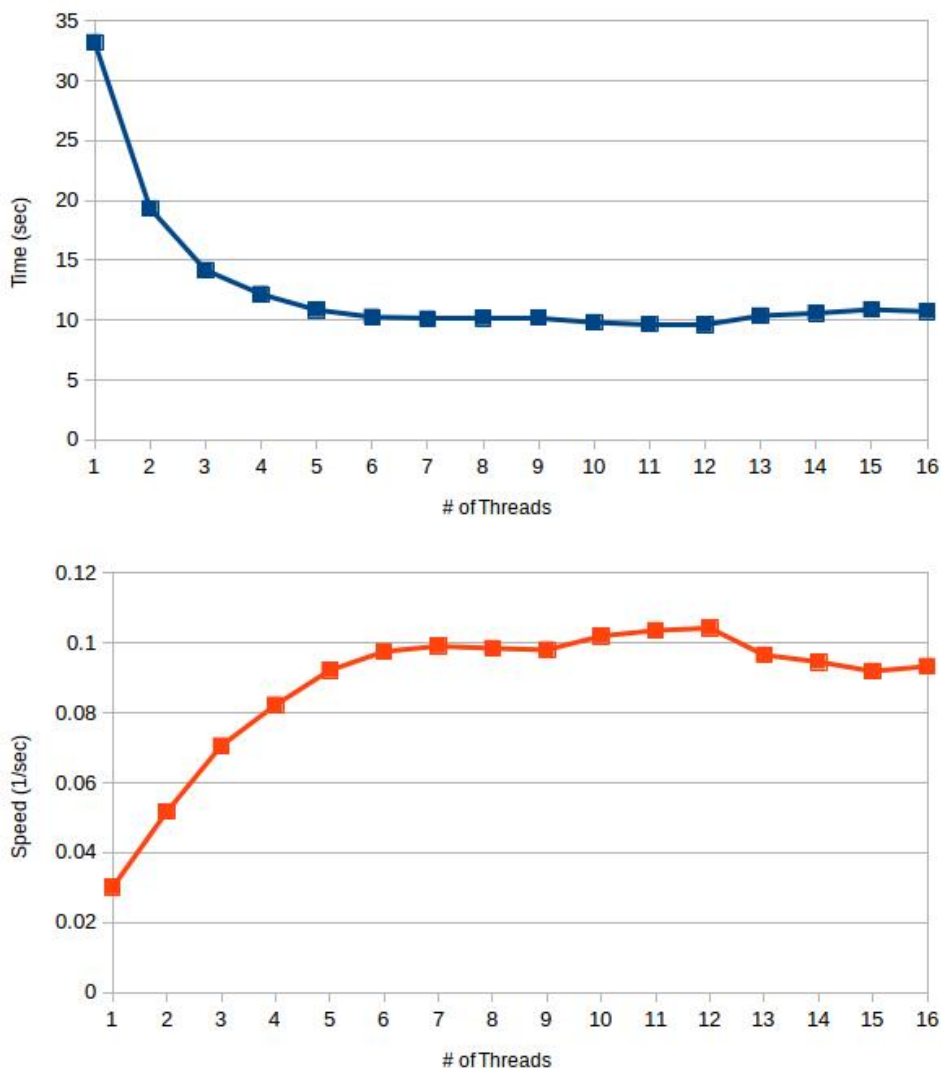
[2.]

Pthread 를 사용하여 병렬화를 하기 위해서 다음과 같은 작업들을 하여 kmeans_pthread.cpp 파일을 구현하였다. 먼저 kmeans 함수의 argument 로 받는 변수들을 thread 들이 접근할 수 있도록 전역 변수를 선언하여 할당을 해 주었으며, 각 thread 가 담당할 data 와 class 의 개수를 계산한 뒤 mutex 와 barrier 를 초기화한 뒤 thread 들을 생성하여 실행을 하도록 해 주었다.

각 thread 가 실행하는 함수는 kmeans_sub 라고 이름을 붙여 주었는데, 기존 kmeans 함수에 있던 실질적인 계산 과정이 이 함수로 옮겨졌다고 생각하면 된다. 계산하는 과정은 kmeans 함수의 알고리즘을 그대로 따라가며, 각 iteration 마다 thread 들이 lock-step 으로 실행되도록 하기 위해 barrier 함수를 사용하였다. Iteration 에서 가장 처음 실행되는 assignment step 에서는 각 thread 가 앞에서 계산한 data 의 수 만큼 독립적으로 계산을 수행하며, 계산이 완료되면 barrier 에 도달하여 다른 thread 들이 모두 계산을 완료할 때까지 기다린다. 다음 계산 작업들은 이전 작업들이 완료된 후 실행되어야 하기 때문에 barrier 를 각 단계가 끝날 때마다 사용한다. 그 이후 Update step 에서도 비슷한 방법으로 thread 들이 data 와 class 를 나누어 계산하고, barrier 를 사용하여 순서를 지키도록 한다.

실험을 원활하게 하기 위해서 Makefile 에 약간의 수정을 가했으며, 실제 채점 시에는 make run 명령을 입력하면 4 개의 Thread 를 사용하여 65535 개의 data point 를 64 개의 Centroid 를 사용하여 분류하는 작업을 1024 번의 iteration 을 통해 수행하는 작업을 천둥 작업 스케줄러에 enqueue 하도록 하였다.

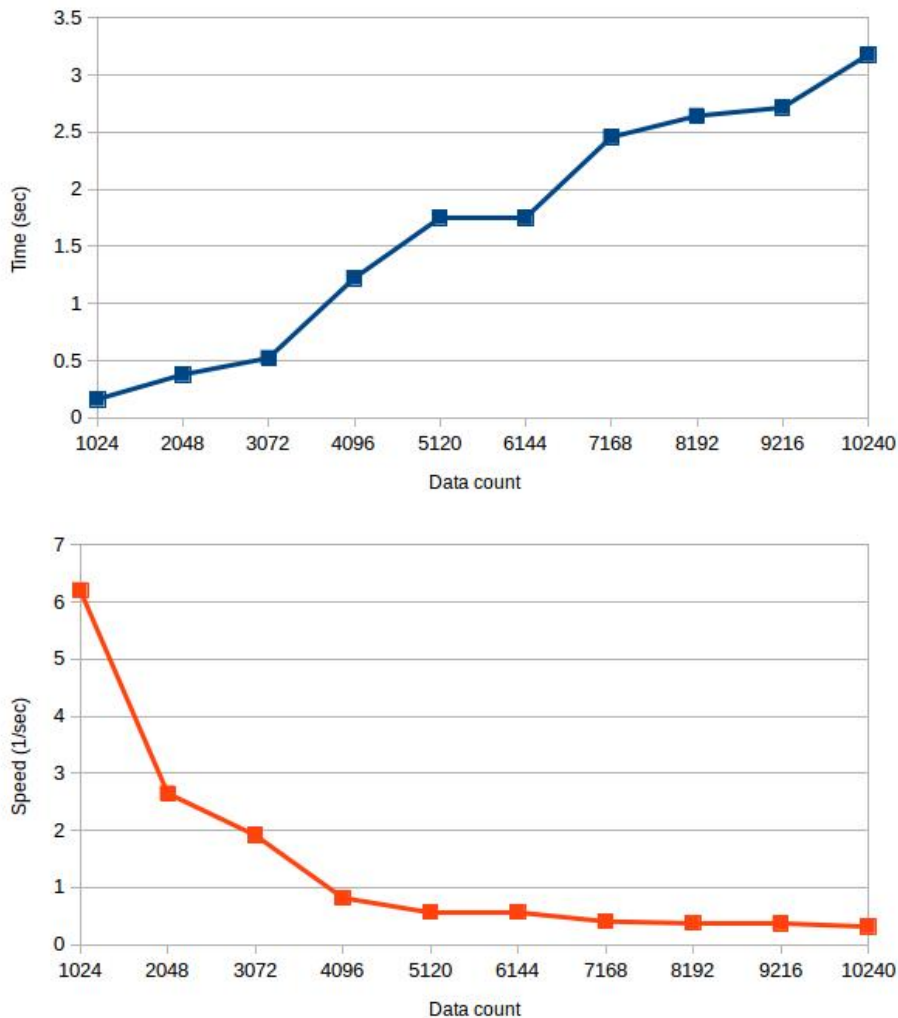
먼저 strong scalability 를 확인해보면 다음과 같다.



<그림 2-1. Strong Scalability: Thread 개수에 따른 실행 시간과 속도>

1.C 에서와 마찬가지로 Thread 의 개수가 일정 개수에 도달할 때까지는 대략 선형적으로 성능이 증가하는 것을 알 수 있으며, 그 이후에는 성능 변화가 거의 일어나지 않는다. 하지만 1.C 에서보다 성능 변화가 없어지는 threshold 가 훨씬 작은 것을 볼 수 있는데, 이는 알고리즘 자체가 선형적인 구조를 띠고 있기 때문에 pthread 를 이용하여 병렬화할 때 barrier 등을 사용해야 했고, 이로 인해 병렬화로 인한 성능 향상이 제한되고 있기 때문이다. 이는 Amdahl 의 법칙으로 잘 알려져 있으며, 프로그램 중 병렬화될 수 없는 부분이 상당하다는 것을 나타내고 있다. Strong scalability 관련 데이터는 kmeans_result.xlsx 의 SS 탭에 저장되어 있다.

다음으로는 Weak scalability 를 확인해 보자. Centroid 의 개수는 16 개로 고정하였으며, data 의 개수와 thread 의 개수를 증가시켜 가며 실험하였다. Data count 대 thread 의 비율은 1024:1 로 일정하다.



〈그림 2-2. Weak Scalability: Data 개수와 Thread 개수에 따른 실행 시간과 속도〉

이 역시 1.C 와 마찬가지로 data 의 개수와 thread 의 개수가 동시에 들어난다 하더라도 속도가 일정하게 유지되지 못하고 떨어지는 것을 볼 수 있으며, 병렬화 오버헤드로 인한 효과가 상당하다는 것을 알 수 있다. Thread 의 개수가 늘어날수록 barrier 에 도달해야 하는 thread 의 개수도 늘어나며, 이 때문에 특정 thread 가 늦게 수행되는 것으로 인해 다른 thread 들이 기다려야 하는 시간이 늘어날 확률이 커진다. Weak scalability 관련 데이터는 kmeans_result.xlsx 의 WS 탭에 저장되어 있다.