Bayesian rule

⇒ $\boxed{P(A|B) = \frac{P(B|A)\,P(A)}{P(B)}}$

→ 데이터가 주어지기 전 어느정도 확률값을 예측하고 있을때 새로 수집한 정보를 합쳐 결과 반영가능

→ 데이터를 계속 추가적으로 얻는 경우도 이전 분석결과 이용하니 (전체 정보 불필요 x) 업데이트 하면되니 유용 이용가능

$P(A)$ (prior, 사전확률) = 사건 B가 발생전 가진 A의 확률

$P(A|B)$ (posterior, 사후확률) = 사건 B가 발생한후 갱신된 사건 A의 확률

↳ 우리가 알고 싶은것

$P(B)$ (normalizing const, evidence) = 정규화 상수, 증거

$P(B|A)$ (likelihood) = 사건 A가 발생한 경우 사건 B 확률

⇒ 사건 B가 발생하면서 ($P(B)=1$ 임을, 진실임을 알게되면서) A의 확률이 어케 변하는지 표현한 정리, 즉 새로운 정보가 기존 추론에 어케 영향 미치는지 표현

ps) $P(A,B) = P(A|B)\,P(B) = P(B|A)\,P(A)$

↳ A,B가 동시에 발생할 확률 $P(A \cap B)$

$$\boxed{P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)\,P(A_i)}{\sum_i P(B|A_i)\,P(A_i)}}$$

ex) 병에 걸린자 양성일 확률 99% - $P(S|D)$

$P(S)$ = 양성
$P(D)$ = 병 걸림

↳ 추가정보 전체 인구중 0.2% 가 걸림 ⇒ $P(D) = 0.002$

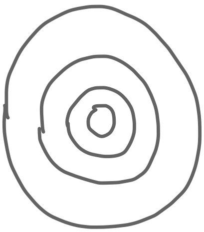
병에 안걸린 사람이 양성 나올 확률 5% ⇒ $P(S|D^c) = 0.05$

$$P(D|S) = \frac{P(S|D)\,P(D)}{P(S)} = \frac{P(S|D)\,P(D)}{P(S\cap D) + P(S \cap D^c)} = \frac{P(S|D)\,P(D)}{P(S|D)\,P(D) + P(S|D^c)(1-D)}$$

$= 0.99 \times 0.002 \,/\, 0.99 \times 0.002 + 0.05(1-0.002) = \boxed{0.038}$

Normal distribution (가우시안)

$$f(x) = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}}_{②} \underbrace{e}_{①}^{\underbrace{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}_{③}} \qquad (-\infty < x < \infty)$$



→ 확률 밀도 함수는 회전각의 변화에 독립

→ 중앙에서 거리가 같다면 넓이큰 영역에 많은 기대값 ↑

→ 넓이 같다면 중앙에 가까울수록 확률 높음

③ →

→ $f(x)\Delta x\, f(y)\Delta y = g(r)\Delta x \Delta y$ $f(x)$는 확률 밀도 함수

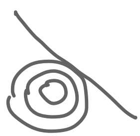
$g(r) = f(x) f(y)$ 회전에 대해 독립 (회전해도 확률 같음 like 과녁)

$$\frac{df(x)}{dx} \times \frac{dx}{d\theta} f(y) + f(x) \frac{df(y)}{dy} \frac{dy}{d\theta}$$

$$f'(x)(-y) f(y) + f(x) f'(y) x = 0 \qquad \frac{x f(x)}{f'(x)} = \frac{y f(y)}{f'(y)} = C$$

우리는 x에 대해서만 볼 $x = C\frac{f'(x)}{f(x)} \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 = C\ln f(x) + C'$

$$\therefore f(x) = A e^{\frac{1}{2}ax^2}$$



→ 음으로 C는 음수임!

② $\Rightarrow$ $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ 유도

확률 밀도 함수는 넓이 1이다. 즉 $\int_{-\infty}^{\infty} A_0 e^{-\frac{1}{2}kx^2} = 1$

즉, $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}kx^2}\,dx = \frac{1}{A_0} = I$

$$I^2 = \iint e^{-\frac{1}{2}k(x^2+y^2)}\,dx\,dy = \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2}kr^2}\,r\,dr\,d\theta$$

$-\frac{1}{2}kr^2 = u$ 라고 치환 하면 $\int_0^{2\pi}\int_0^{-\infty} e^{u}\left(-\frac{1}{k}\right)du\,d\theta = \frac{2\pi}{k}$

$\therefore A_0 = \sqrt{\frac{k}{2\pi}}$ $\Rightarrow$ $f(x) = \sqrt{\frac{k}{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}kx^2}$

③ $\Rightarrow$ 확률 밀도함수

$f(x)$에 대해서, $\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx$ $\Rightarrow$ 기함수×우함수이라 $\mu = 0$이다

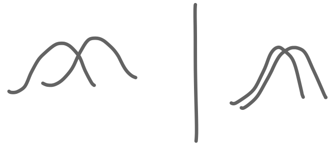
$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx$$

$$\sqrt{\frac{k}{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \overbrace{x}^{u}\,\overbrace{x e^{-\frac{1}{2}kx^2}\,dx}^{dv}$$ ~ $\Rightarrow$ $k = \frac{1}{\sigma^2}$ 이다.

$x \Rightarrow x-\mu$ 로 이동 하면 $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

KL - Divergence (두확률 분포 얼마나 닮았나 ?)

- $\int p \log \frac{q}{p} dx$ → (p와 q 분포)



↳ 만약 p=q 분포 같으면 $\int p \log 1 \, dx = 0$ 이된다

$= \int p \log q - \int p \log p = \int p \log \frac{q}{p}$

엔트로피의 차이

⇒ 단절  너무 멀리 떨어진 확률분포면 KLD 값 0 이된다.