5장 스택

© DBLAB, SNU

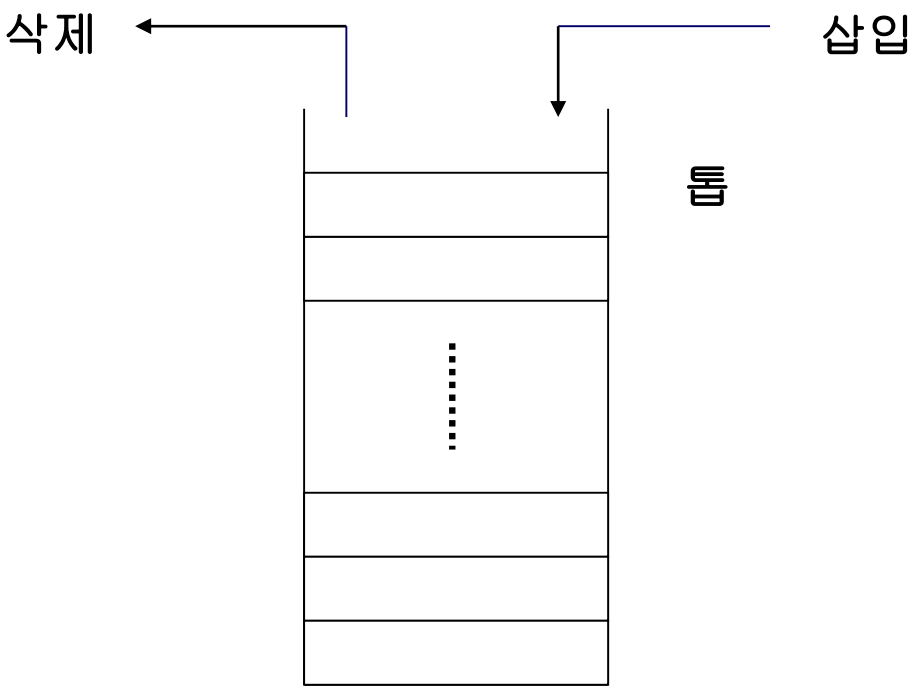
순서

5.1 스택 추상 데이타 타입
5.2 스택의 순차 표현
5.3 Java 배열을 이용한 스택의 구현
5.4 복수 스택의 순차 표현
5.5 스택의 연결 표현
5.6 Java 리스트를 이용한 스택 구현
5.7 수식의 괄호쌍 검사
5.8 스택을 이용한 수식의 계산
5.9 미로문제

데이타베이스 Since 1982
© DBLAB, SNU

스택의 정의

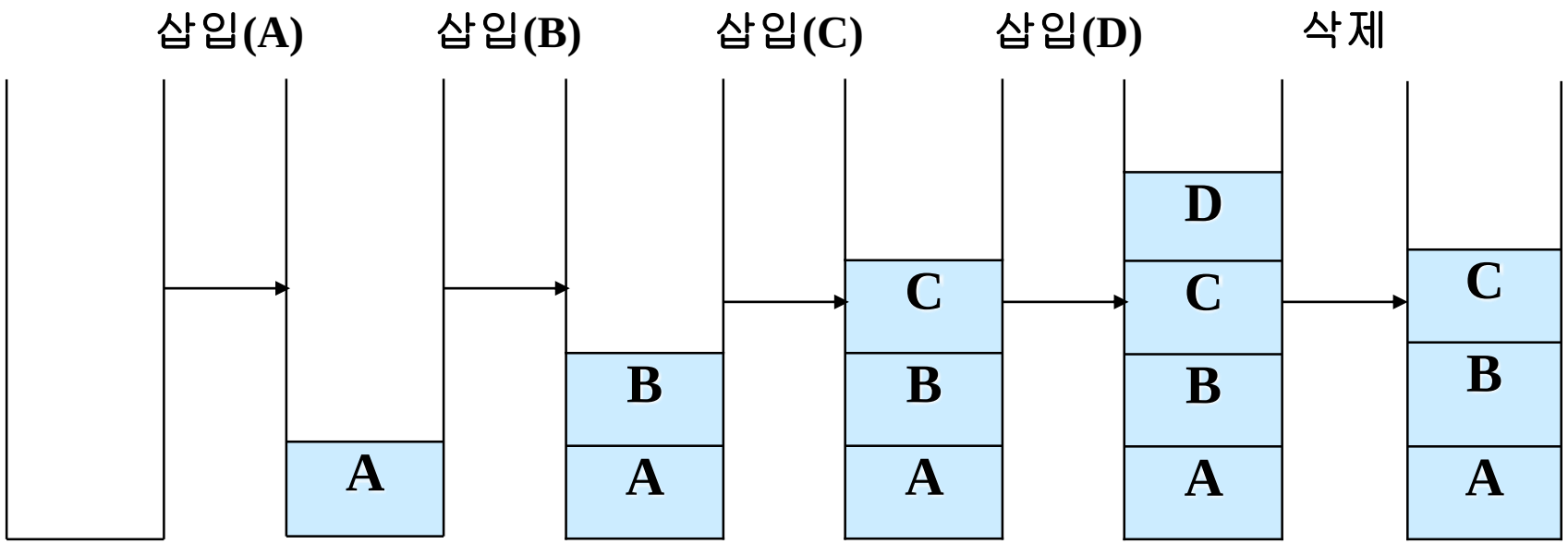
- 삽입과 삭제과 한쪽 끝, 톱(top)에서만 이루어지는 유한 순서 리스트 (Finite ordered list)



© DBLAB, SNU

후입 선출 (Last-In-First-Out (LIFO))

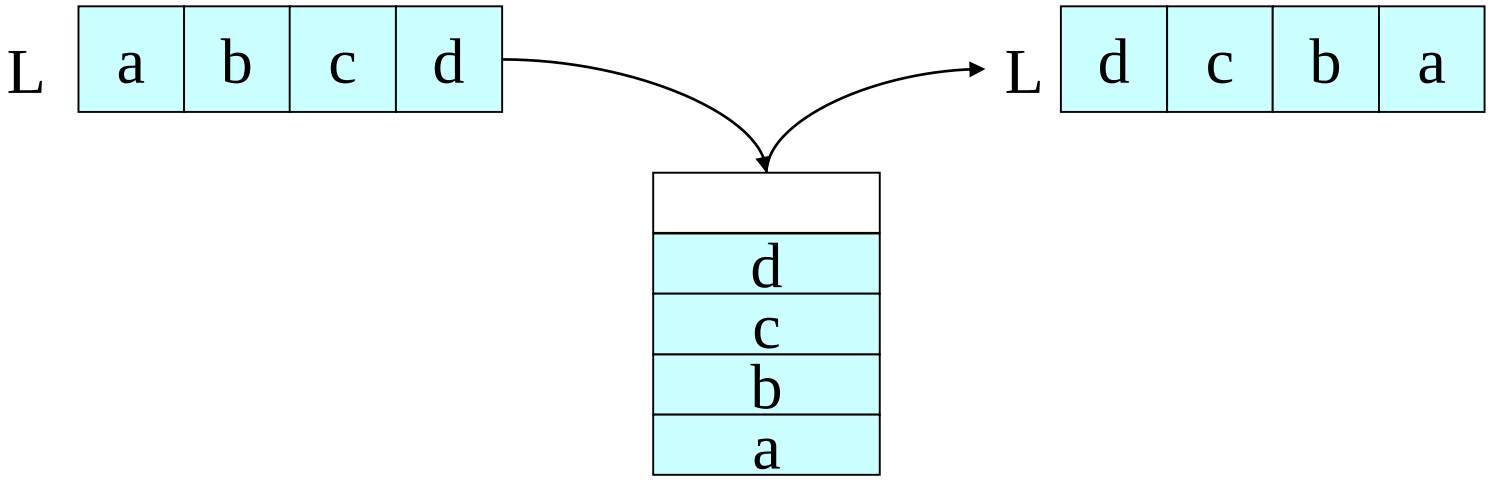
- 삽입 : Push, 삭제 : Pop
- 스택을 Pushdown 리스트라고도 함



© DBLAB, SNU

스택의 응용

- 리스트의 순서를 역순으로 만드는 데 유용

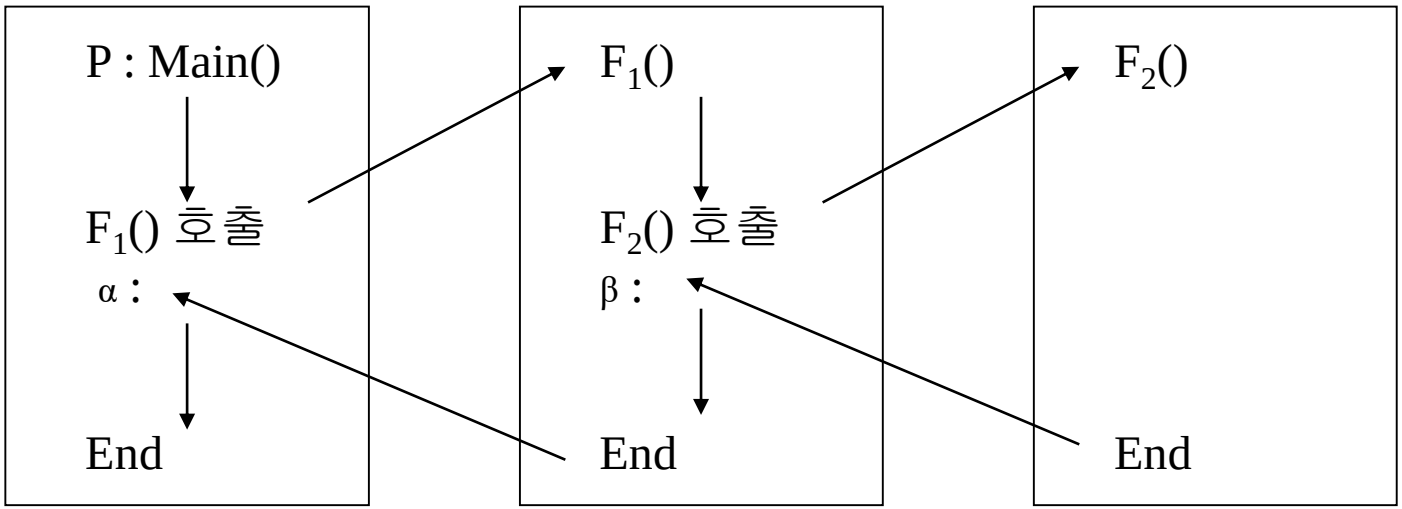


- 시스템 스택(system stack) 또는 실행 시간 스택(runtime stack)

© DBLAB, SNU

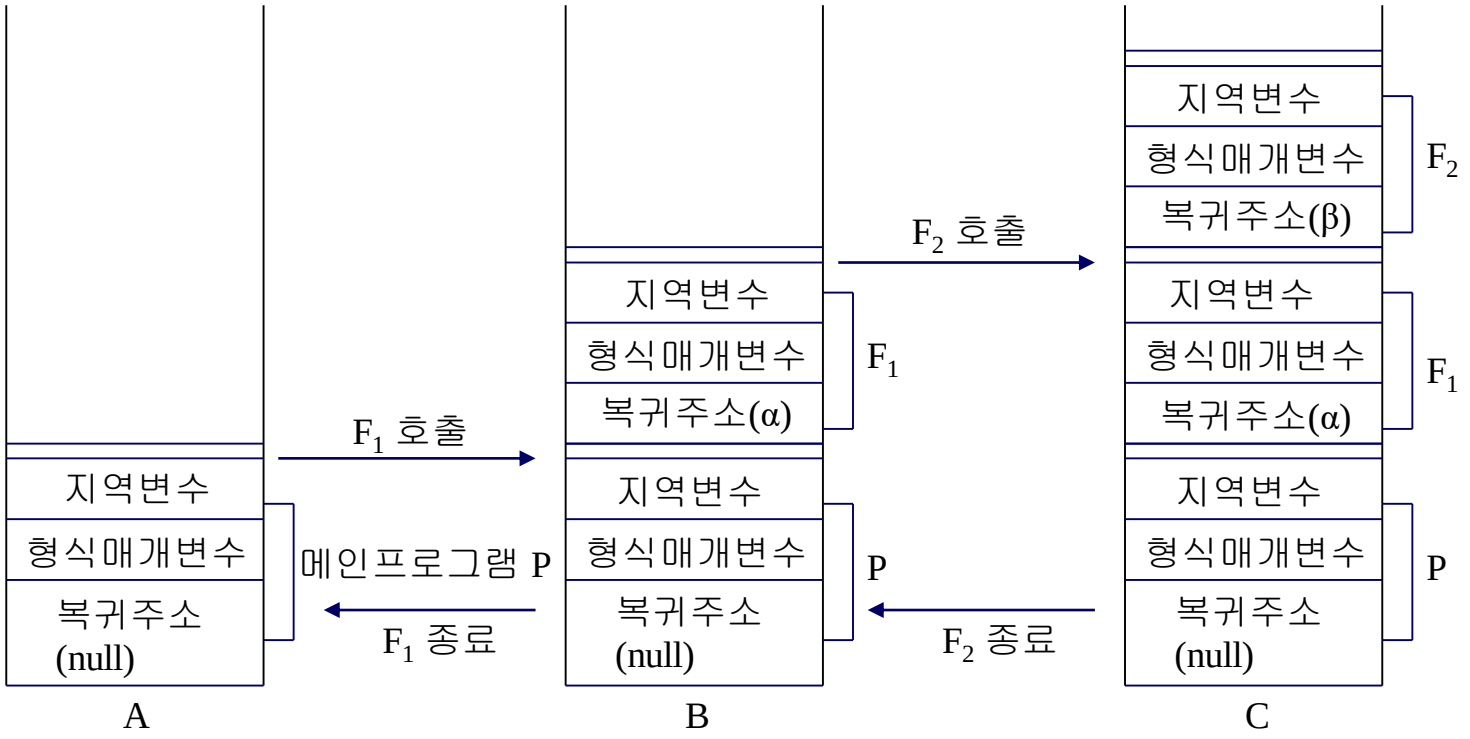
시스템 스택

- 프로그램 간의 호출과 복귀에 따른 실행 순서 관리
- 활성화 레코드
  - 복귀 주소, 형식 매개 변수, 지역 변수들을 포함
  - 항상 스택의 톱에는 현재 실행되는 함수의 활성화 레코드 존재



© DBLAB, SNU

시스템 스택의 변화



© DBLAB, SNU

순환 호출 (Recursive call)

- **순환 호출 (Recursive call)**
  - 순환 호출이 일어날 때마다 활성화 레코드가 만들어져 시스템 스택에 삽입됨
  - 가능한 호출의 횟수는 활성화 레코드의 개수를 얼마로 정하느냐에 따라 결정
  - 순환의 깊이가 너무 깊을 때
    - 프로그램 실행 중단의 위험성

- **순환 프로그램의 실행이 느린 이유**
  - 활성화 레코드들의 생성과 필요한 정보 설정 등의 실행 환경 구성에 많은 시간 소요

데이타베이스 Since 1982
© DBLAB, SNU

스택 추상 데이타 타입

- **스택 ADT**

ADT Stack

데이타 : 0개 이상의 원소를 가진 유한 순서 리스트

연산 :

Stack ∈ Stack; item ∈ Element;

createStack() ::= create an empty stack;

push(Stack, item) ::= insert item onto the top of Stack;

isEmpty(Stack) ::= if Stack is empty then return true
else return false;

pop(Stack) ::= if isEmpty(Stack) then return null
else { delete and return the top item of Stack };

remove(Stack) ::= if isEmpty(Stack) then return
else remove the top item;

End Stack

데이타베이스 Since 1982
© DBLAB, SNU

스택의 순차 표현

◆ 1차원 배열, Stack[n]을 이용한 순차 표현

- 스택을 표현하는 가장 간단한 방법
- n은 스택에 저장할 수 있는 최대 원소 수
- 스택의 i 번째 원소는 Stack[i-1]에 저장
- 변수 top은 스택의 톱 원소를 가리킴 (초기: top = -1)

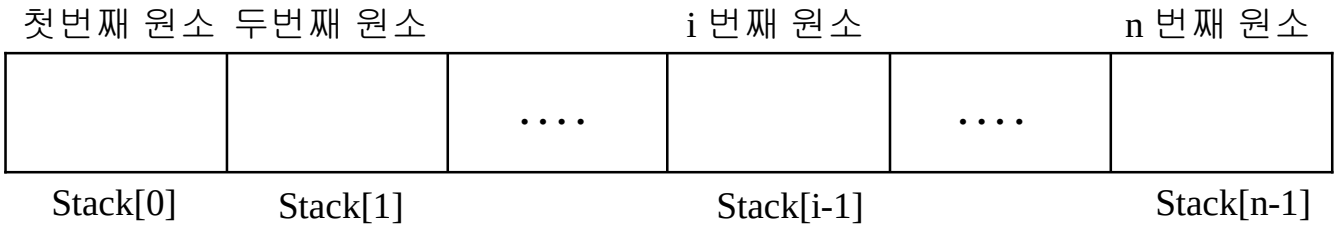


그림 5.5 스택의 순차 표현 (Stack[n])

© DBLAB, SNU

스택의 순차 표현 연산자 (1)

- **createStack과 isEmpty 연산자의 구현**

```
createStack()   // 공백 순차 스택을 생성
    Stack[n];           // 인덱스는 0에서 n-1
    top ← -1;
end createStack()


isEmpty(Stack)   // 스택이 공백인가를 검사
    return (top < 0);
end isEmpty()
```

데이타베이스 Since 1982
© DBLAB, SNU

스택의 순차 표현 연산자 (2)

- **push, pop 연산자의 구현**

```
push(Stack, item)                          // 스택 Stack의 톱에 item을 삽입
    if top >= n-1 then stackFull();// stackFull()은 현재의 배열에
    top ← top +1;              // 원소가 만원이 되었을 때 배열을
    Stack[top] ← item;                     // 확장하는 함수
end push()

pop(Stack)                                 // 스택 Stack의 톱 원소를 삭제하고 반
환
     if top<0 then return null   // Stack이 공백이면 null을 반환
     else {
          item ← Stack[top];
          top ← top-1;
          return item;
     }
end pop()
```

© DBLAB, SNU

스택의 순차 표현 연산자 (3)

- **remove, peek 연산자의 구현**

```
remove(Stack)        // 스택의 톱 원소를 삭제
    if top<0 then return
    else top ← top-1;
end remove()

peek(Stack)          // 스택의 톱 원소를 검색
    if top<0 then return null   // Stack이 공백이면 null을 반환
    else return Stack[top];
end peek()
```

© DBLAB, SNU

Java 에서 스택의 구현

- **스택 ADT를 Java의 Interface로 구현**
  - 구현하는 사람에게 구현 방법에 대한 선택권을 줌
  - 스택 interface

```
public interface Stack {
        boolean isEmpty();
        void push(Object x);          // 원소 x를 스택에 삽입
        Object pop();       // 스택에서 톱 원소를 삭제하여 반환
        void remove();      // 스택에서 톱 원소를 삭제
        Object peek();      // 스택의 톱 원소를 반환
    }
```

데이타베이스 Since 1982
© DBLAB, SNU

Java 배열을 이용한 스택의 구현 (1/3)

- 배열로 **stack**을 구현한 **ArrayStack** 클래스

```
public class ArrayStack implements Stack {     // Stack interface를 구현
        private int top;                          // 톱 원소를 가리키는 인덱스 변수
        private int stackSize;                  // 스택(배열)의 크기
        private int increment;                  // 스택(배열)의 확장 단위
        private Object[] itemArray;             // Java 객체 타입의 원소를
                                                // 실제 저장할 수 있는 배열

        public ArrayStack() {  // 스택 변수들을 초기화
                        top = -1;
                        stackSize = 50;
                        increment = 10;
                        itemArray = new Object[size];
        }
        public boolean isEmpty()  {   // 스택이 공백인가를 검사
                        return top == -1;
        }
```

© DBLAB, SNU

Java 배열을 이용한 스택의 구현 (2/3)

```
public void push(Object x) {       // 스택에 원소 x를 삽입
        if (top==stackSize-1) // 스택이 만원인 경우
                stackFull();
        itemArray[++top] = x;              // 원소 삽입
} // end push()

public void stackFull() {   // 스택 크기를 확장
        stackSize += increment;   // 배열 크기를 increment만큼 확장
        // 확장된 크기의 배열 생성
        Object[] tempArray = new Object[size];
        // 확장된 배열로 원소 이동
        for (int i = 0; i <= top; i++)
                tempArray[i] = itemArray[i];
                // 확장된 배열을 itemArray 배열 변수가
                 // 가리키도록 조정
                itemArray = tempArray;
        }
}  // end stackFull()
```

© DBLAB, SNU

Java 배열을 이용한 스택의 구현 (3/3)

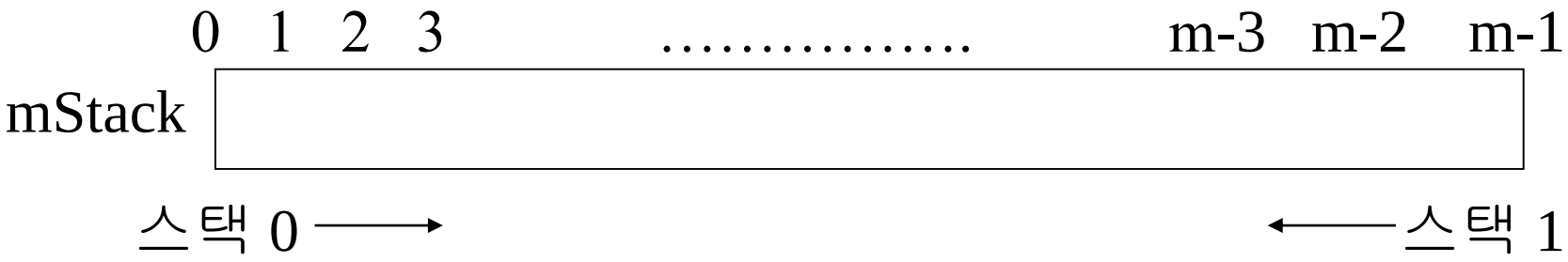
```
    public Object pop() {   // 스택의 톱 원소를 삭제하여 반환
            if (isEmpty()) return null;  // 공백인 경우
            else return itemArray[top--];
    } // end pop();

    public void remove() {   // 스택의 톱 원소를 삭제
            if (isEmpty()) return;  //공백인 경우
            else top--;
    } // end remove()

    public Object peek() {   // 스택의 톱 원소 검색
            if (isEmpty()) return null;  //공백인 경우
            else return itemArray[top];
    } // end peek()
} //end ArrayStack class
```

© DBLAB, SNU

복수 스택의 순차 표현

- 하나의 배열(순차 사상)을 이용하여 여러 개의 스택을 동시에 표현하는 방법

- 두 개의 스택인 경우
  - 스택 0은 mStack[m-1]쪽으로
  - 스택 1은 mStack[0] 쪽으로 확장시키면 됨

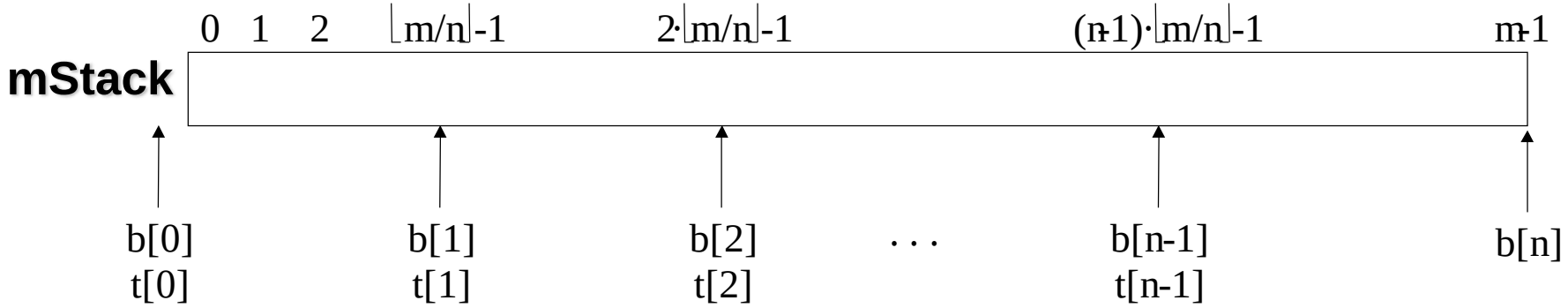


© DBLAB, SNU

n개의 스택인 경우

- 각 스택이 **n**개로 분할된 메모리 세그먼트 하나씩 할당
- **n**개의 스택에 균등 분할된 세그먼트 하나씩 할당한 뒤의 초기 배열 **mStack[m]**

  - b[i] = t[i] = i * $\lfloor m/n \rfloor$ - 1
  - b[i] / t[i] : 스택 i(0<=i<=n-1)의 최하단 / 최상단 원소



© DBLAB, SNU

복수 스택을 위한 스택 연산 (1/2)

```
isEmpty(i)          // 스택 i의 공백 검사
        if t[i] == b[i] then return true
        else  return false;
end isEmpty()

push(i, item)       // 스택 i에 item을 삽입
        if t[i] = b[i+1] then stackFull(i);     // 스택 확장
        t[i] ← t[i]+1;
        mStack[t[i]] ← item;
end push()
```

© DBLAB, SNU

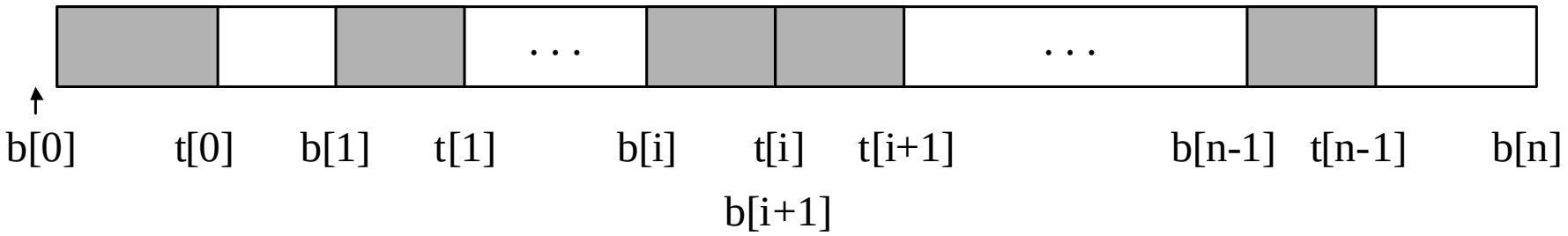
복수 스택을 위한 스택 연산 (2/2)

```
pop(i)                  // 스택 i에서 톱 원소를 삭제하여 반환
        if t[i] = b[i] then return null
        else item ← mStack[t[i]];
        t[i] ← t[i]-1;
        return item;
end pop()

remove(i)       // 스택 i에서 톱 원소를 삭제
        if t[i] = b[i] return
        else t[i] ← t[i] – 1;
end remove()

peek(i)     // 스택 i에서 톱 원소를 검색
        if t[i]= b[i] then return null
        else return mStack[t[i]];

end peek()
```

© DBLAB, SNU

stackFull 알고리즘

- 문제점 : 스택 i는 만원이지만 배열 **mStack**에는 자유 공간이 있는 경우가 발생



- 해결책 :배열 **mStack**에 가용공간이 남아있는지 찾아보고 있으면 스택들을 이동시켜 가용 공간을 스택 i가 사용할 수 있도록 해야한다.

© DBLAB, SNU

stackFull 알고리즘의 구현

- **stackFull(i) 함수**
  - 알고리즘

// 스택 i의 오른편에서 가용공간을 가진 스택을 찾는다.

if ((i<j<n) and (t(j)<b(j+1))인 스택 j가 있으면)

then 스택 i+1, i+2, ..., j를 오른쪽으로 한자리 이동

// 스택 i의 왼편에서 가용공간을 가진 스택을 찾는다.

else if ((0<=j<i) and (t(j)<b(j+1)) 인 스택 j가 있으면)

then 스택 j+1, j+2, ..., i를 왼쪽으로 한자리 이동

// 두 경우 모두 실패하면, mStack에 가용 공간이 없으므로

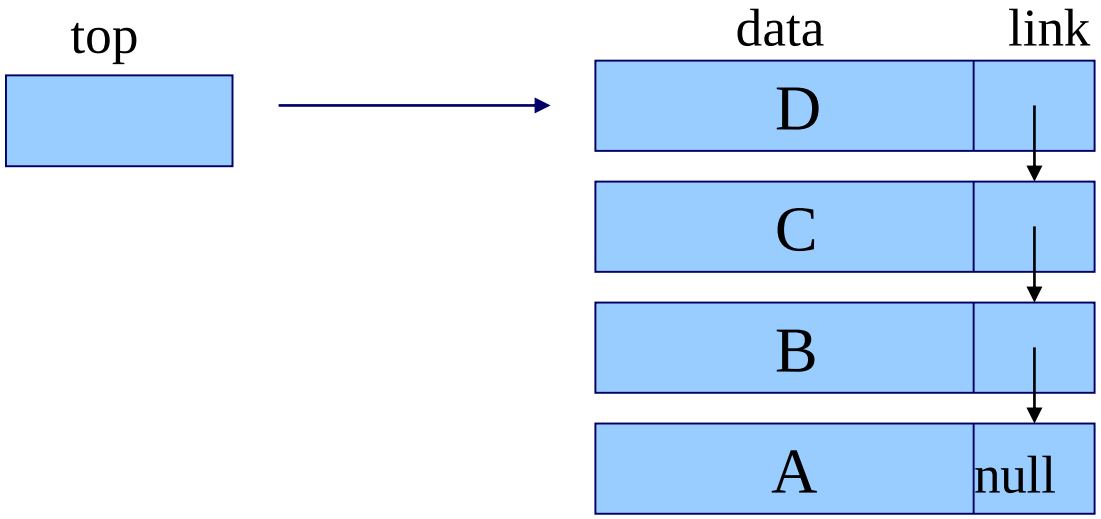
else 오버플로우

- **문제점**
  - 최악의 경우 원소 삽입시 항상 스택의 이동 발생
  - 해결책 : 비순차 표현으로 구현

© DBLAB, SNU

스택의 연결 표현

- **연결리스트로 표현된 연결 스택(linked stack)**
  - top이 지시하는 연결리스트로 표현
    - 스택의 변수 top은 톱 원소 즉 첫 번째 원소를 가리킴
  - 원소의 삽입
    - 생성된 노드를 연결리스트의 첫 번째 노드로 삽입
  - 원소의 삭제
    - 항상 연결리스트의 첫 번째 노드를 삭제하고 원소값을 반환



© DBLAB, SNU

연결 스택의 연산자 (1/2)

```
createStack()
   // 공백 연결 스택 생성
   top ← null
end createStack()

isEmpty(Stack)
   // 연결 스택의 공백 검사
   return (top = null);
end isEmpty()

push(Stack, item)
    // 연결 스택 톱에 item을 삽입
    newNode ← getNode();
    newNode.data ← item;
    newNode.link ← top;
    top ← newNode;
end push()
```

```
pop(Stack)
    // 연결 스택에서 톱 원소를 삭제하여 반환
    if top = null then return null
    else {
       item ← top.data;
       oldNode ← top;
       top ← top.link;
       retNode(oldNode);
       return item;
    }
end pop()
```

데이타베이스 Since 1982
© DBLAB, SNU

연결 스택의 연산자 (2/2)

```
remove(Stack)
    // 연결 스택에서 톱 원소를 삭제
    if top = null then returnl
    else {
        oldNode ← top;
        top ← top.link;
        retNode(oldNode);
    }
end remove()

peek(Stack)
    // 스택의 톱 원소를 검색
    if top = null then return null
    else return (top.data);
end peek()
```


© DBLAB, SNU

k개의 스택의 연결 표현 (1/2)

- **StackTop[k] : 스택의 톱(top)을 관리하는 배열**
- 연산

```
isEmpty(i)  //스택 i의 공백 검사
        if StackTop[i] = null then return true
        else reutrn false;
end isEmpty()

push(i, item)        // 스택 i에 item을 삽입
        newNode ← getNode();
        newNode.data ← item;
        newNode.link ← StackTop[i];
        StackTop[i] ← newNode;
end push()
```

데이타베이스 Since 1982
© DBLAB, SNU

k개의 스택의 연결 표현 (2/2)

```
pop(i)   // 스택 i에서 원소를 삭제하고 반환
            if StackTop[i] = null then return null
            else {
                item ← StackTop[i].data;              oldNode ←
StackTop[i];
                StackTop[i] ← StackTop[i].link;
retNode(oldNode);
            return item;
            }
end pop()

remove(i)  //스택 i에서 원소를 삭제
            if StackTop[i] = null then return
            else {
                oldNode ← StackTop[i];       StackTop[i] ←
StackTop[i].link;
                retNode(oldNode);
            }
end peek()

peek(i)  //스택 i에서 원소 검색
            if StackTop[i] = null then return null
            else return StackTop[i].data;
end peek()
```

© DBLAB, SNU

Java 리스트를 이용한 스택 구현 (1)

- **ListNode 클래스**
  - 스택의 원소를 저장할 노드의 표현
  - 선언

```
public class ListNode {
        Object data;
        ListNode link;
}
```

- **연결 리스트로 Stack을 구현한 ListStack 클래스**

```
public class ListStack implements Stack {    // Stack Interface 구현.
    private ListNode top;
    public boolean isEmpty() {
        return (top == null);
    }
    public void push(Object x) {  // 스택에 원소 x를 삽입
        ListNode newNode = new ListNode();
        newNode.data = x;
        newNode.link = top;
        top = newNode;
    }
```

© DBLAB, SNU

Java 리스트를 이용한 스택 구현 (2)

```
    public Object pop() {            // 스택의 원소를 삭제하여 반환
            if (isEmpty()) return null;   //공백인 경우
            else {
               Object item = top.data;
               top = top.link;
               return item;
            }
    }

    public void remove() {   // 연결 스택의 톱 원소를 삭제
            if (isEmpty()) return;
            else top = top,link;
    }

    public Object peek() {  //스택의 원소 검색
            if (isEmpty()) return null;
            else return top.data;
    }

} // end ListStack class
```

© DBLAB, SNU

수식의 괄호쌍 검사

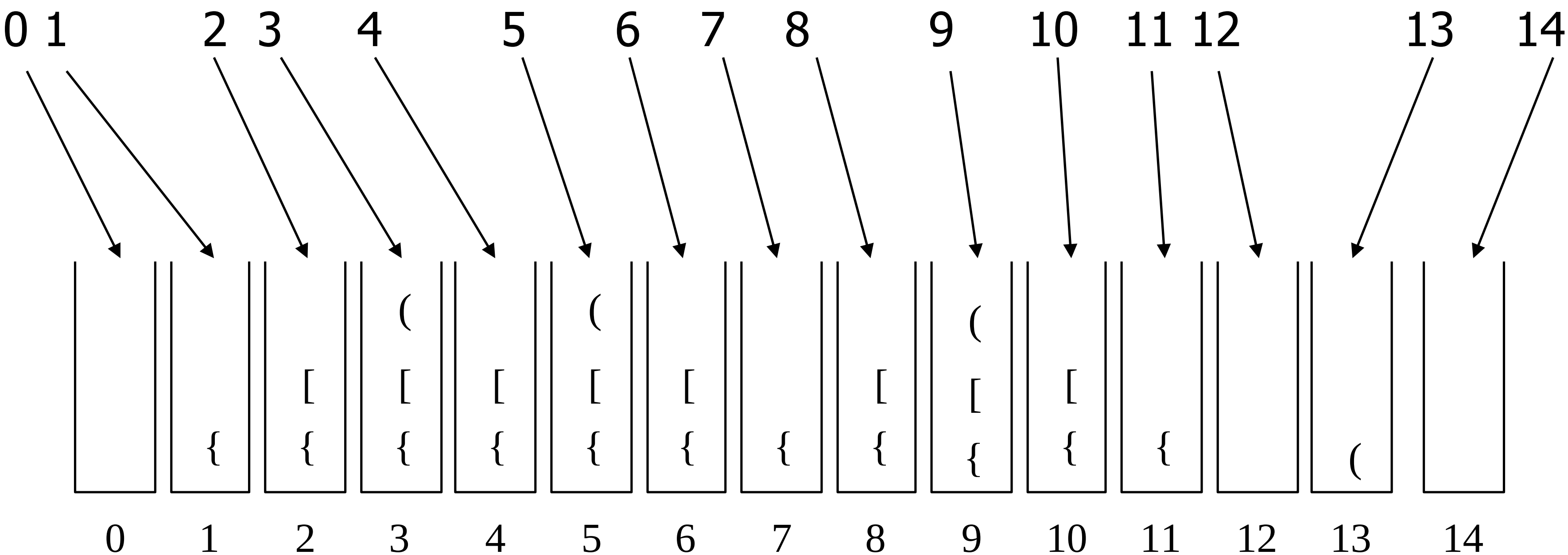
- 수식 : 대괄호, 중괄호, 소괄호를 포함
- 스택을 이용한 수식의 괄호 검사 알고리즘

```
parenTest( ) {  // 괄호가 올바로 사용되었으면 true를 반환
    exp ← Expression;   //수식의 끝은 ∞문자로 가정
    parenStack ← null;
    while true do {
        symbol ← getSymbol(exp);
        case {
       symbol = "(" or "[" or "{":  push(parenStack, symbol);
       symbol = ")": left ← pop(parenStack);
                     if (left ≠ "(") then return false;
       symbol = "]": left ← pop(parenStack);
                     if (left ≠ "[") then return false;
       symbol = "}": left ← pop(parenStack);
                      if (left ≠ "{") then return false;
       symbol = "∞": if (isEmpty(parenStack)) then return ture
                      else return false;
            else:   // 괄호 이외의 수식 문자
        } //end case
    } //end while
end parenTest()
```

© DBLAB, SNU

수식의 괄호쌍 검사 동작 예

{ a2 - [(b+c) 2 - (d+e) 2] * [sin (x - y)   ]   } - cos (x+y)



© DBLAB, SNU

스택을 이용한 수식의 계산

- 수식
  - 연산자와 피연산자로 구성
  - 피연산자
    - 변수나 상수
    - 피연산자의 값들은 그 위에 동작하는 연산자와 일치해야 함
  - 연산자
    - 연산자들 간의 실행에 대한 우선 순위 존재
    - 값의 타입에 따른 연산자의 분류
      - 기본 산술 연산자 : +, -, *, /
      - 비교연산자 : <, <=, >, >=, =, !=
      - 논리 연산자 : and, or, not 등
  - 예
    - A + B*C -D/E

데이타베이스 Since 1982
© DBLAB, SNU

수식의 표기법

- **중위 표기법(infix notation)**
  - 연산자가 피연산자 가운데 위치
  - 예)A+B*C-D/E
- **전위 표기법(prefix notation)**
  - 연산자가 피연산자 앞에 위치
- **후위 표기법(postfix notation)**
  - 연산자가 피연산자 뒤에 위치
  - 폴리쉬 표기법(polish notation)
  - 예) ABC*+DE/-
  - 장점
    - 연산 순서가 간단 - 왼편에서 오른편으로 연산자 기술 순서대로 계산
    - 괄호가 불필요

데이타베이스 Since 1982
© DBLAB, SNU

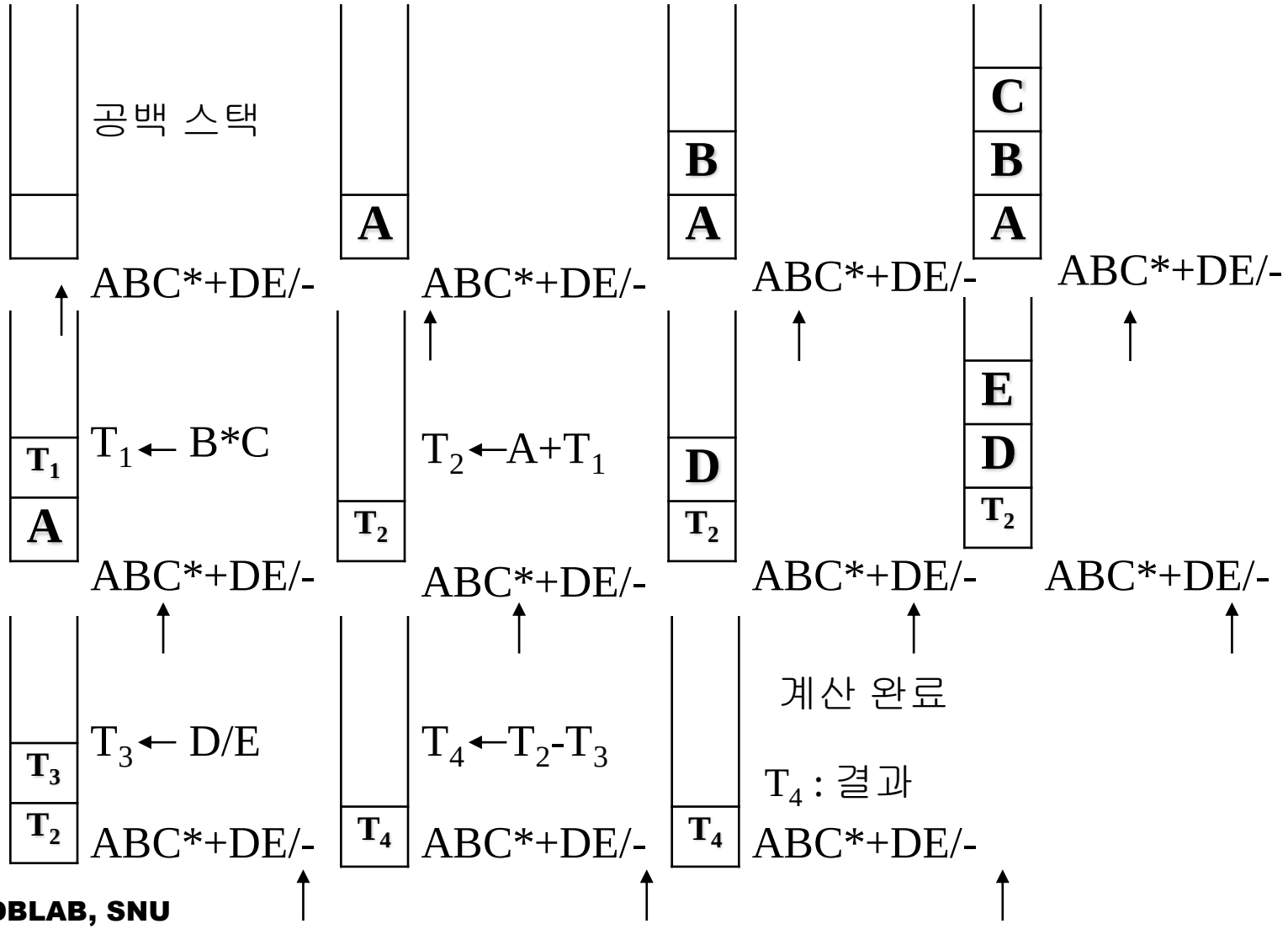
후위 표기식(ABC*+DE/-)의 계산

후위 표기식	연산
ABC*+DE/-	$T_1 \leftarrow B*C$
AT_1+DE/-	$T_2 \leftarrow A+T_1$
T_2DE/-	$T_3 \leftarrow D/E$
T_2T_3-	$T_4 \leftarrow T_2-T_3$
T_4	

© DBLAB, SNU

스택을 이용한 후위 표기식의 계산

후위 표기식 : ABC*+DE/-



© DBLAB, SNU

후위 표기식 계산 알고리즘

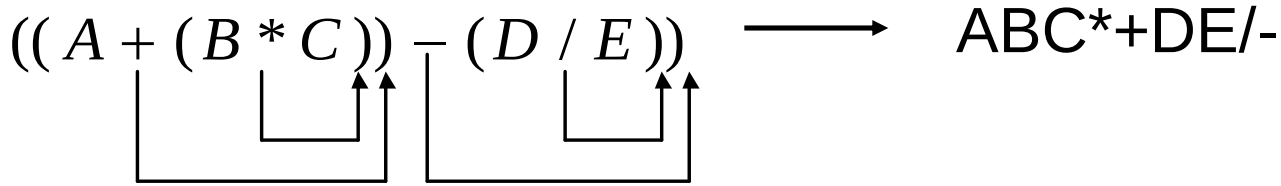
```
evalPostfix(exp)   // 후위 표기식의 계산
    // 후위 표기식의 끝은 ∞이라고 가정
    // getToken은 식에서 토큰을 읽어오는 함수
    Stack[n];    // 피연산자를 저장하기 위한 스택
    top ← -1;
    while true do {
        token ← getToken(exp);
        case {                  //토큰이 피연산자인 경우
      token = operand : push(Stack, token);   //토큰이 연산자인 경우
      token = operator : Stack에서 피연산자를 가져와 계산을 하고
                                 결과를 Stack에 저장;
      else : print(pop(Stack));          // 토큰이 ∞인 경우
        }
    }
end evalPostfix()
```

데이타베이스 Since 1982
© DBLAB, SNU

중위 표기식의 후위 표기식으로의 변환

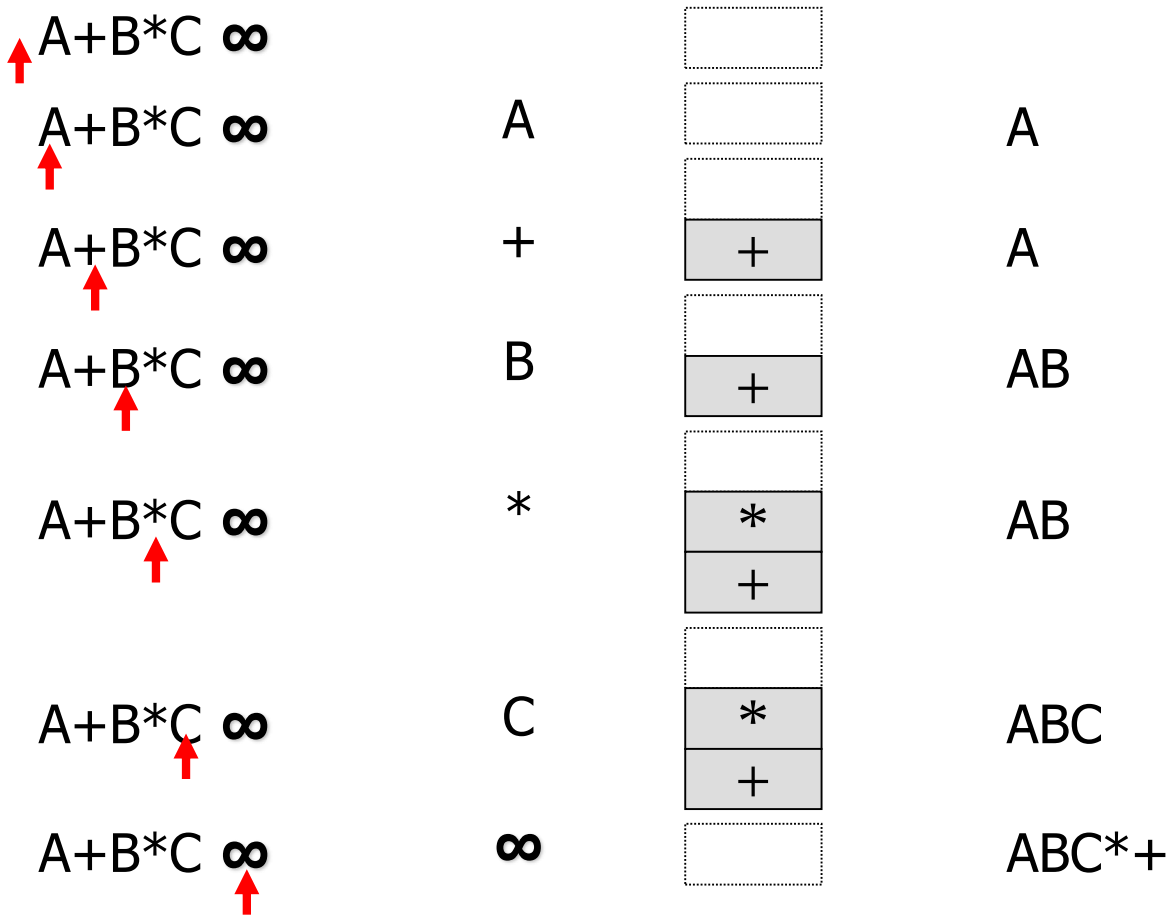
- **수동 변환 방법**
  1. 중위 표기식을 완전하게 괄호로 묶는다.
  2. 각 연산자를 묶고 있는 괄호의 오른쪽 괄호로 연산자를 이동시킨다.
  3. 괄호를 모두 제거한다.

  - 피연산자의 순서는 불변
  - 예 1



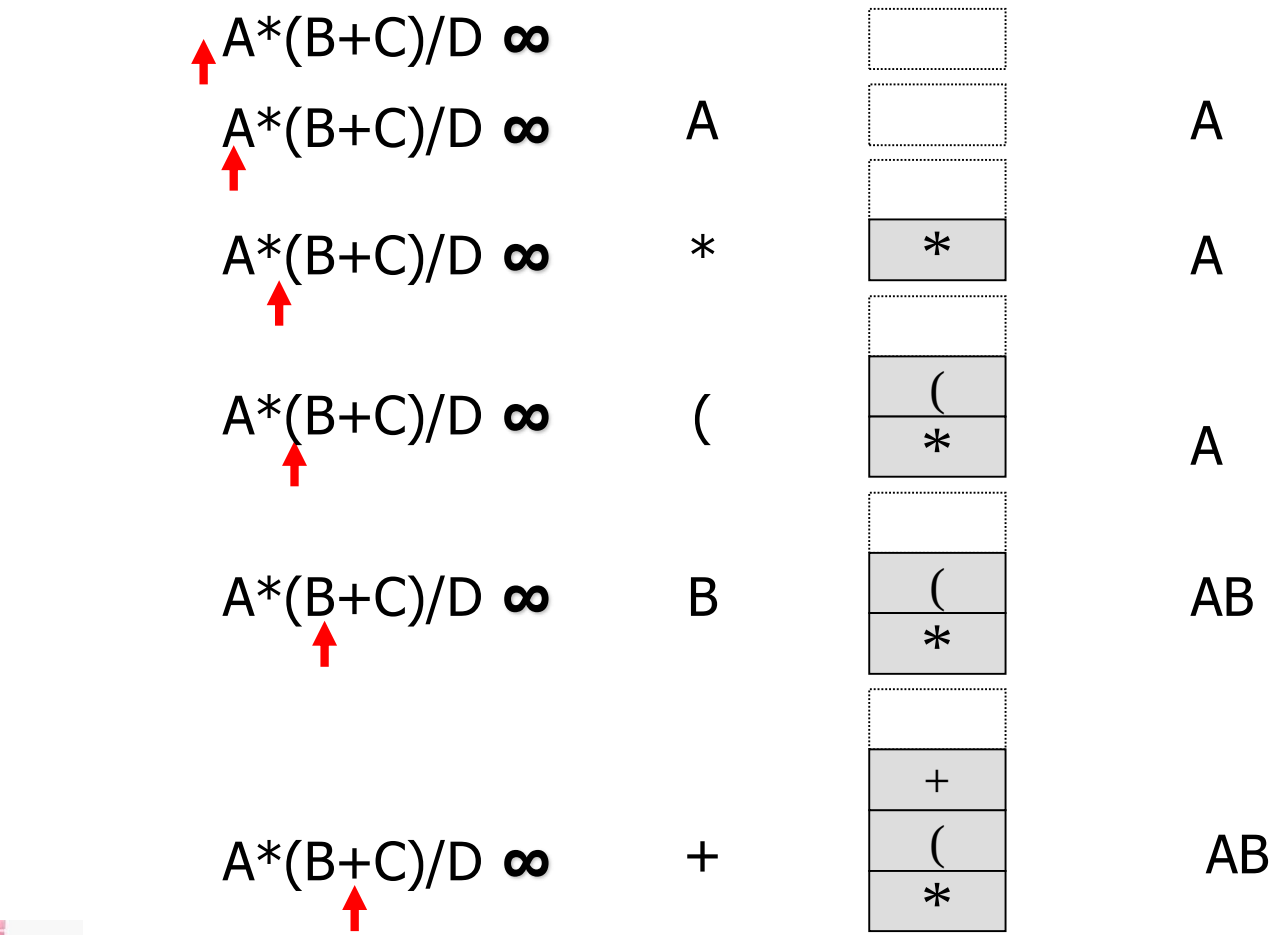
© DBLAB, SNU

스택을 이용한 후위 표기식으로 변환 예



© DBLAB, SNU

괄호 처리의 예 (1/2)



© DBLAB, SNU

괄호 처리의 예 (2/2)

입력(중위 표기식)	토큰	스택	출력(후위 표기식)
A*(B+C)/D ∞	C	+ (*	ABC
A*(B+C)/D ∞	)	*	ABC+
A*(B+C)/D ∞	/	/	ABC+*
A*(B+C)/D ∞	D	/	ABC+*D
A*(B+C)/D ∞	∞		ABC+*D/

© DBLAB, SNU

후위 표기식으로 변환을 위한 우선 순위

연산자	PIS (스택내 우선순위)	PIE (수식내 우선순위)
)	-	-
^	3	3
*,/	2	2
+,-	1	1
(	0	4

© DBLAB, SNU

후위 표기식으로의 변환 알고리즘

```
makePostfix(e)
    // e는 주어진 중위표기식으로 끝은 ∞으로 표시
    // PIS와 PIE는 우선 순위를 반환해주는 함수
    // PIS (-∞) ← -1, stack[0] ← - ∞ , top ← 0, stack[n]을 가정
    while true do
        token ← getToken(e);
        case          {
        token = operand : print(token);
        token = ")" :
            while stack[top] != "(" do print(pop(stack));
            top ← top - 1;        // "("를 제거
        token = operator :        // "("가 제일 높은 PIE를 가짐.
            while PIS(stack[top]) >= PIE(token) do print(pop(stack));
            push(stack, token);
        token = ∞ :               //중위식의 끝
            while top > -1 do print(pop(stack))
        } //end case
    } //end while
    print(' ∞');
    return;
end makePostfix()
```

© DBLAB, SNU

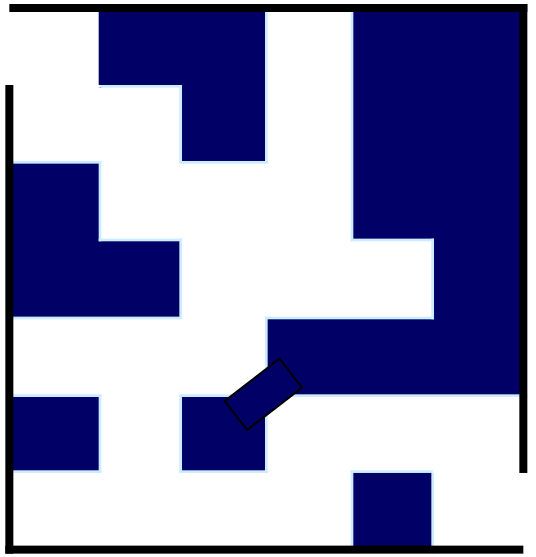
미로 문제 (1)

- 미로
  - 예

입구

0	x	x	0	x	x
0	0	x	0	x	x
x	0	0	0	x	x
x	x	0	0	0	x
0	0	0	x	x	x
x	0	x	0	0	0
0	0	0	0	x	0

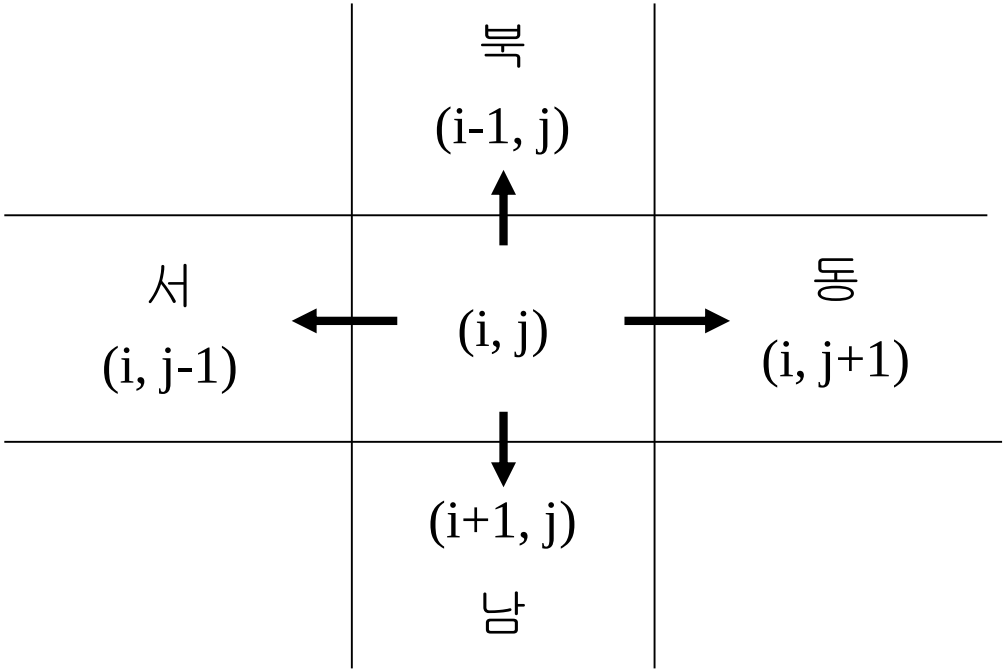
출구



- **m X n 미로를 maze(m+2, n+2) 배열로 표현**
  - 사방을 1로 둘러싸서 경계 위치에 있을 때의 예외성(두 방향만 존재)을 제거

미로 문제 (2)

- 현재 위치 : maze[i][j]
- 이동 방향
  - 북, 동, 남, 서 순서 (시계 방향)



© DBLAB, SNU

미로 문제 (3)

- 이동 방향 배열 : **move[4, 2]**

(dir)	row [0]	col [1]
북[0]	-1	0
동[1]	0	1
남[2]	1	0
서[3]	0	-1

- 다음 위치계산 : **maze[nexti,nextj]**
  - nextI ← i + move[dir, row]
  - nextJ ← j + move[dir, col]

- 방문한 경로를 **mark[m+2, n+2]**에 저장
  - 한 번 시도했던 위치는 다시 이동하지 않음
- 지나온 경로의 기억 **<i, j, dir>**을 스택에 저장
  - 스택의 최대 크기 : m * n

데이타베이스 Since 1992
© DBLAB, SNU

미로 경로 발견 알고리즘 (1)

```
mazePath( )
    maze[m+2, n+2];  // m x n 크기의 미로 표현
    mark[m+2, n+2];  // 방문 위치를 표시할 배열
    // 3 원소쌍 <i, j, dir> (dir = 0, 1, 2, 3) 을 저장하는 stack을 초기화
    stack[m x n];            top ← -1;
    push(stack, <1, 1, 1>);  // 입구위치 (1,1), 방향은 동(1)으로 초기화

    while (not isEmpty(stack)) do {            // 스택의 공백 여부를 검사
      <i, j, dir> <- pop(stack);       // 스택의 톱 원소를 제거
      while dir <= 3 do {              // 시도해 볼 방향이 있는 한 계속 시도
            nextI ← i + move[dir, row];              // 다음 시도할 행을 설정
      nextJ ← j + move[dir, col];    // 다음 시도할 열을 설정
      if (nextI = m and nextJ = n)
            then { print(path in stack);  print(i, j);  print(m, n);
          return; }                    // 미로 경로 발견
      if (maze[nextI, nextJ] = 0 and    // 이동 가능 검사
            mark[nextI, nextJ] = 0)          // 시도해 보지 않은 위치인지 검사
```

© DBLAB, SNU

미로 경로 발견 알고리즘 (2)

```
        then { mark[nextI, nextJ] ← 1;
                    push(stack, <i, j, dir>);          // 이동한 위치를 스택에 기록
               <i, j, dir> ← <nextI, nextJ, 0>;  }  // 다음 시도할 위치와 방향 준비

            else dir ← dir + 1;          // 다음 방향 설정
        }
    }
     print("no path found");
end mazePath()
```

© DBLAB, SNU