컴퓨터 애니메이션 실습 보고서

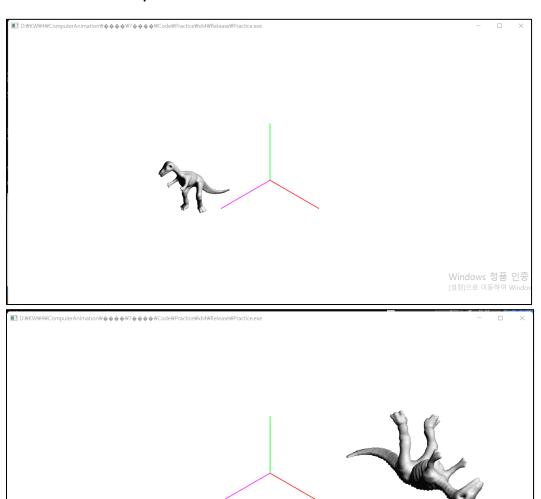


Self-Scoring Table

	P1	P2	P3	E1
Score	1	1	1	1

정보융합학부 2018204058 김민교

P1 - Linear interpolation of rotation matrices



현재 회전하는 각도가 거의 180도에 수렴한다. (theta = 181) 이런 경우,

Linear Interpolation을 하게 되면 t가 0~0.5 일 때는, q1 Rotation의 회전만 살아있고, 회전행렬의 determinant의 크기가 1보다 작아진다. 그래서 그림과 같이 공룡이 작아진다. t가 0.5~1일 때에는 q2 Rotation의 회전만 살아있고, 회전행렬의 determinant 크기가 -1에 점점 가까워진다. 그래서 그림과 같이 공룡이 커진다.

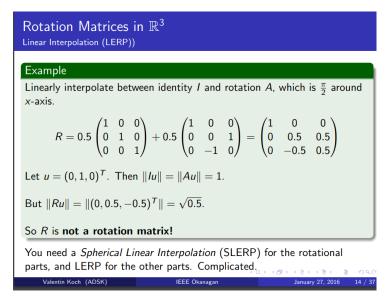
$$0.1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + 0.4 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.80 & 0 \\ 0 & -0.80 \\ 0 & 0 & -0.8 \end{bmatrix}$$

$$0.9 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + 0.1 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.80 & 0 \\ 0 & 0.80 \\ 0 & 0.08 \end{bmatrix}$$

theta가 180에 가까울수록, Orientation이 극단적으로 두 가지만 나타난다. 만약 theta을 180보다

멀게 설정한다면, 여러 Orientation이 나오게 되겠지만, $R(t) = (1-t)R_1 + (t)R_2$ 의 결과는 회전행렬을 반환하지 않는다. (Orthogonal 하지 않다)

ex) 계산 예시



*) 참고 자료

http://cau.ac.kr/~kjpark/courses/2008_2_ca/Lec5.pdf

http://www.okanagan.ieee.ca/wp-content/uploads/2016/02/GimbalLockPresentationJan2016.pdf

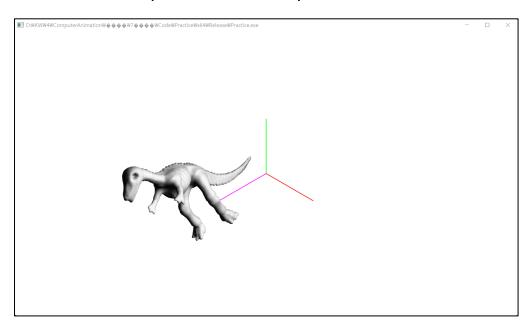
https://courses.cs.duke.edu/compsci344/spring15/classwork/11_rotations/

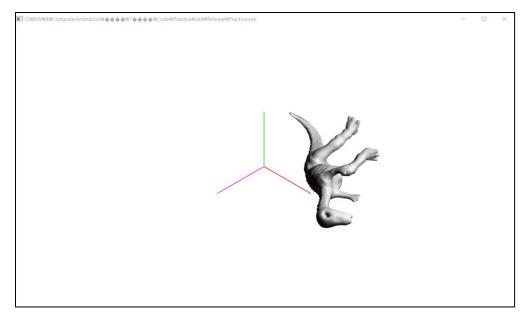
https://thenumb.at/Exponential-Rotations/

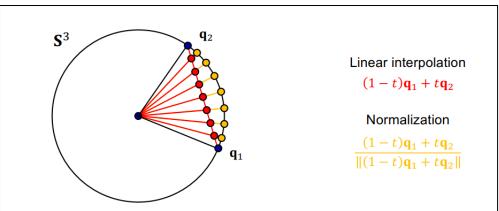
https://users.aalto.fi/~lehtinj7/CS-C3100/2020/slides/6.1.rotation.representations.pdf

 $\underline{https://gitcgr.hanyang.ac.kr/courses/2021-spring-cg/lecture-slides/9-Orientation\&Rotation.pdf}$

P2 - Linear interpolation of unit quaternions with normalization



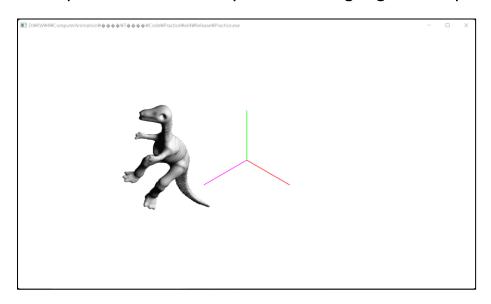


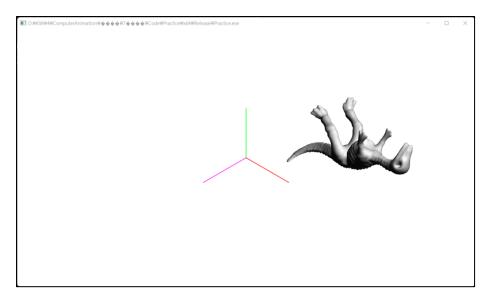


Linear interpolation 하면 균s등하게 나뉘어지지 않는다. 그래서 천천히 회전하다가 빨리 회전하고 또 다시 천천히 회전하게 된다.

antipodal equivalence가 적용되지 않았다. 그래서 P3과 다르게 회전방향이 반대이다. 즉 회전축이 반대이다.

P3 - Spherical linear interpolation using Eigen's slerp





slerp을 적용한 결과이다. Linear interpolation의 균등하게 각도가 나뉘지 않는다는 문제점이 해결된다. Antipodal equivalence가 적용되었다.

7q2 from theta = 181 and axis = 0.57735 0.57735 0.57735 q2 = -0.00872665, 0.577328 0.577328 0.577328

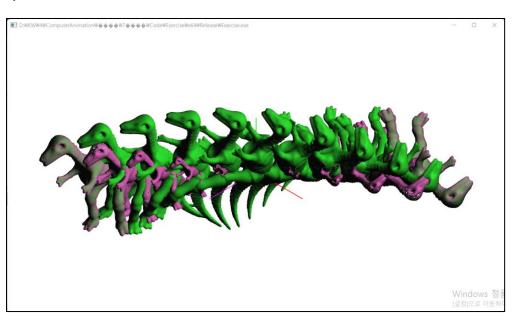
q2의 원래 회전축은 1,1,1이다. 이는 외적 오른손법칙에 의해서 공룡이 반시계 방향으로 회전함을 의미한다.

q1 -> q2 : Angle = 179 degree, Axis = -0.57735 -0.57735 -0.57735

Antipodal equivalence가 적용되면 회전축이 반대방향이 된다. 이는 외적 오른손법칙에 의해서 공룡이 시계방향으로 회전함을 의미한다.

공룡의 회전방향을 통해 Antipodal equivalence의 적용 유무를 알 수 있다.

E1 - Visual comparison between LERP of rotation matrices and SLERP of quaternions



TS[11]: LERP T matrix를 0초부터 1초까지 0.1 간격으로 담는 배열이다.

Q_Ts[11]: SLERP T matrix를 0초부터 1초까지 0.1 간격으로 담는 배열이다.

〈getTimeperT 함수〉

```
□void getTimeperT()
247
248
             // Transformation
249
             Matrix4f TTrans;
250
251
             Matrix4f QTrans:
                                          // Current orientation and position
252
             // Initial transformation of the mesh
253
254
             TTrans.setIdentity();
             QTrans.setIdentity();
255
256
257
             for (int i = 0; i <11; i++) {
       ĖΙ
258
259
                 float t = 0.1 * i;
                 Vector3f p = (1 - t) * p1 + t * p2;
260
                 TTrans.block<3, 1>(0, 3) = p;
261
262
                 // Linear interpolation of the given two positions in all cases
263
                 // Set the translational part in the 4x4 homogenous matrix
264
                 Vector3f p2 = (1 - t) * Q_p1 + t * Q_p2;
265
                 QTrans.block<3, 1>(0, 3) = p2;
266
 26/
 268
                  // Linear interpolation of the given two rotation matrices
 269
                  // Set the rotational part in the 4x4 homogenous matrix
 270
                  TTrans.block<3, 3>(0, 0) = rlerp(t, q1, q2);
 271
 272
                  Quaternionf q:
 273
 274
                  // Slerp provided by Eigen
 275
                  q = Q_q1.slerp(t, Q_q2);
                  // Set the 3x3 rotational part of the 4x4 homogeous matrix
 276
                  QTrans.block<3, 3>(0, 0) = Matrix3f(q);
 277
 278
                  Ts[i] = TTrans;
 279
                  Q_Ts[i] = QTrans;
 280
 281
 282
 283
 284
 205
          // Draw a sphere after setting up its material
```

t값이 0, 0.1, 0.2···1 까지 11번 반복해주고, 이 때마다 Slerp T matrix와 LERP matrix를 구한다. 그리고 Ts 와 Q_Ts배열에 각각 저장한다.

getTimeperT 함수는 main함수에서 한 번 호출한다.

〈Render 함수〉

```
// 계쏙 그린다.
344
            for (int i = 0; i < 11; i++)
345
346
347
                glPushMatrix();
                glMultMatrixf(Ts[i].data());
348
                glPolygonMode(GL_FRONT_AND_BACK, GL_LINE); // Polygon을 Line으로 그린다.
349
                drawMesh(vertex2, normal2, face2,true);
350
351
                glPopMatrix();
352
                glPushMatrix();
353
                glMultMatrixf(Q_Ts[i].data());
354
355
                glPolygonMode(GL_FRONT_AND_BACK, GL_FILL); // Polygon을 면을 채우게끔 그린다.
                drawMesh(vertex1, normal1, face1, false);
356
                glPopMatrix();
357
358
359
360
```

Render함수에서 0~1초 까지 0.1초씩의 LERP T Matrix를 현재 행렬에 곱해주고 메시를 그린다. 또 SLERP T Matrix를 현재 행렬에 곱해주고 메시를 그린다.