大学院講義　2025年度前期　交通経済学

道路交通の問題

道が混むにはワケがある

大澤 実（経済研究所）

本日の内容

道路交通にまつわる種々の側面とそのモデル化について議論する.

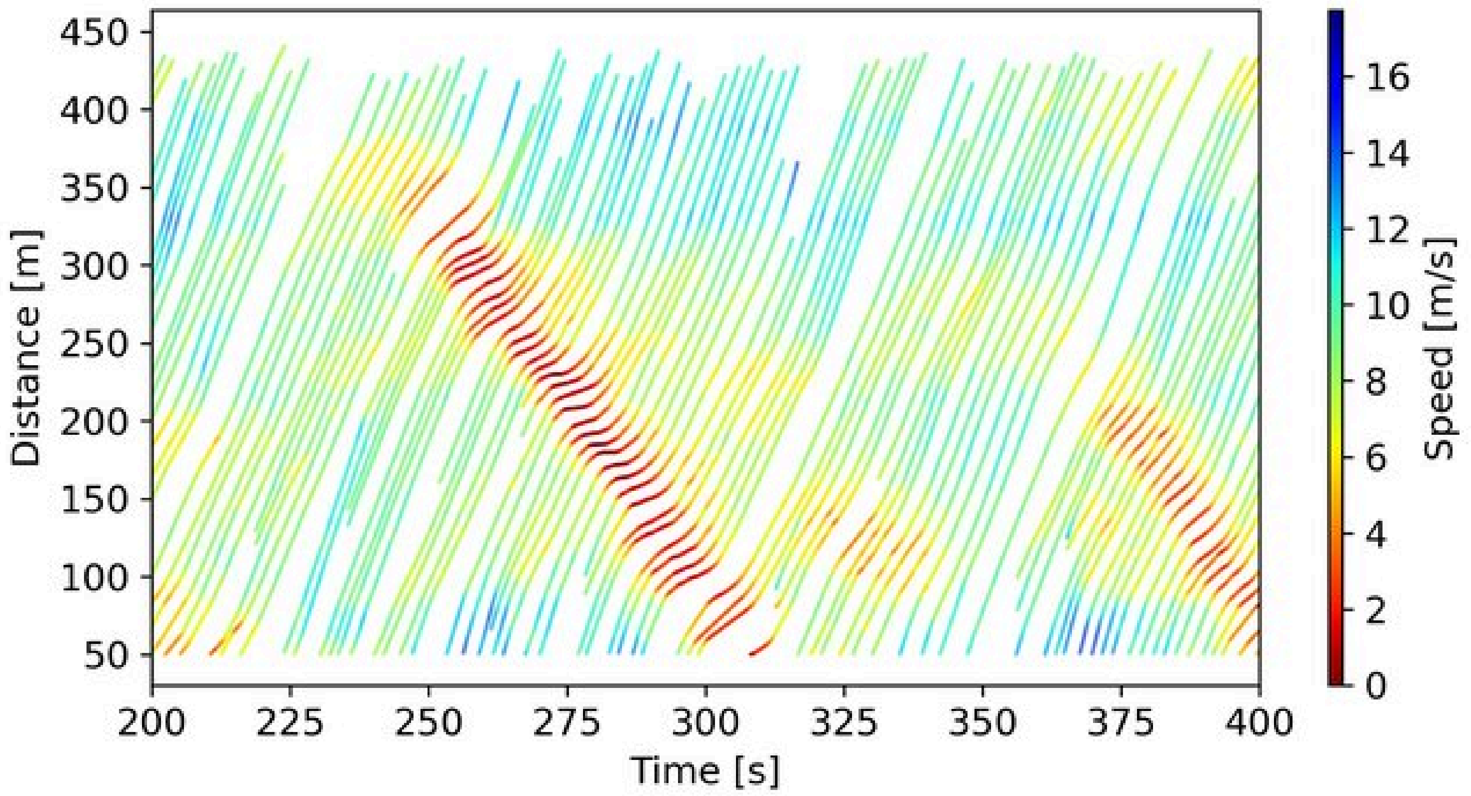
- 道路交通流の物理
- 交通における社会的限界費用
- 動的なラッシュアワーのモデルと渋滞課金
- 静的なネットワークのモデルと混雑課金

道路交通流の物理

参考文献：桑原(2020), 瀬尾(2023), TUDelft OCW, Small & Verhoef Ch.3.3.1-3.3.2

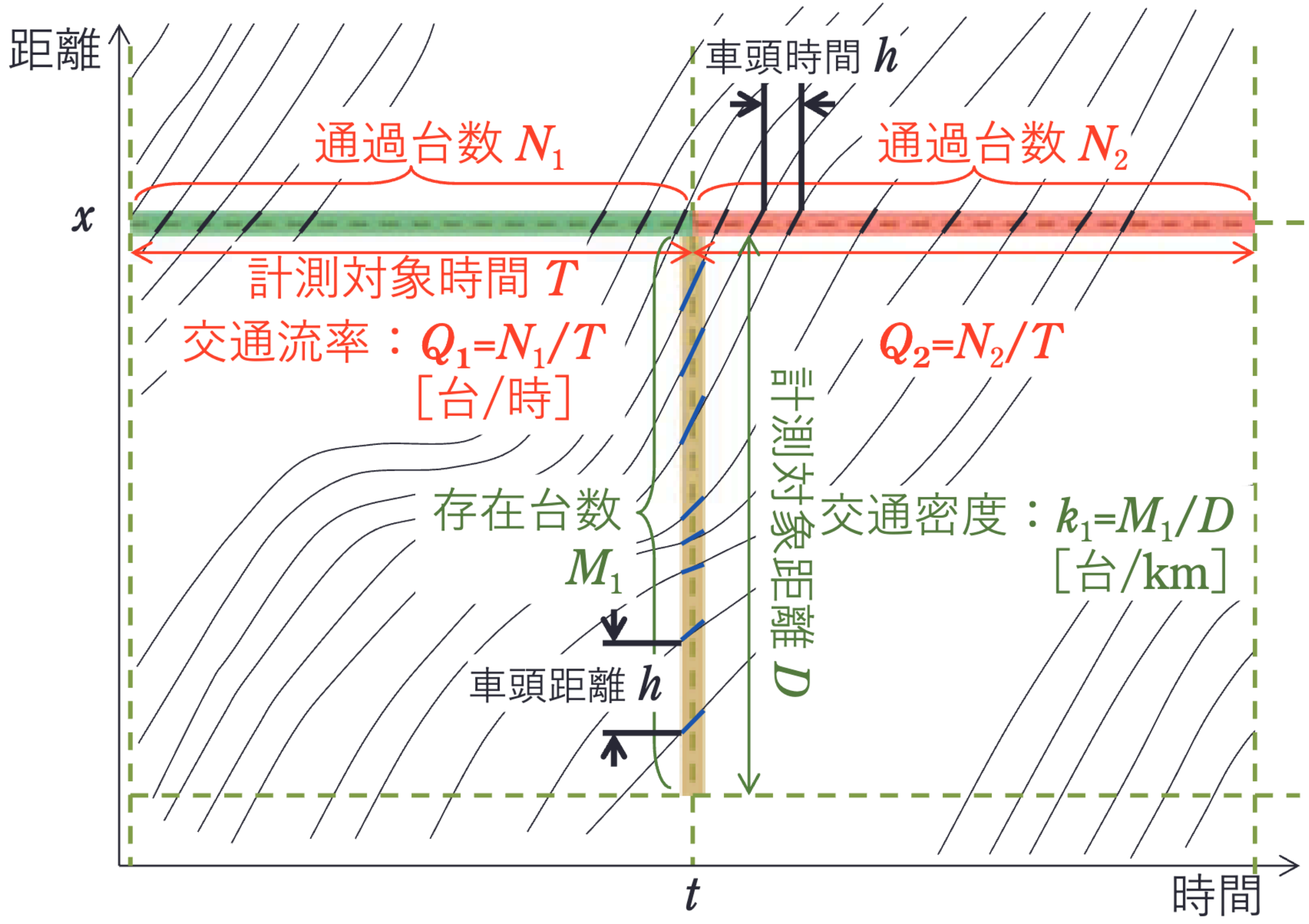
時空間ダイアグラム (time-space diagram)

- 車両の道路区間上の軌跡のこと．何が起こっているか考えよう👀



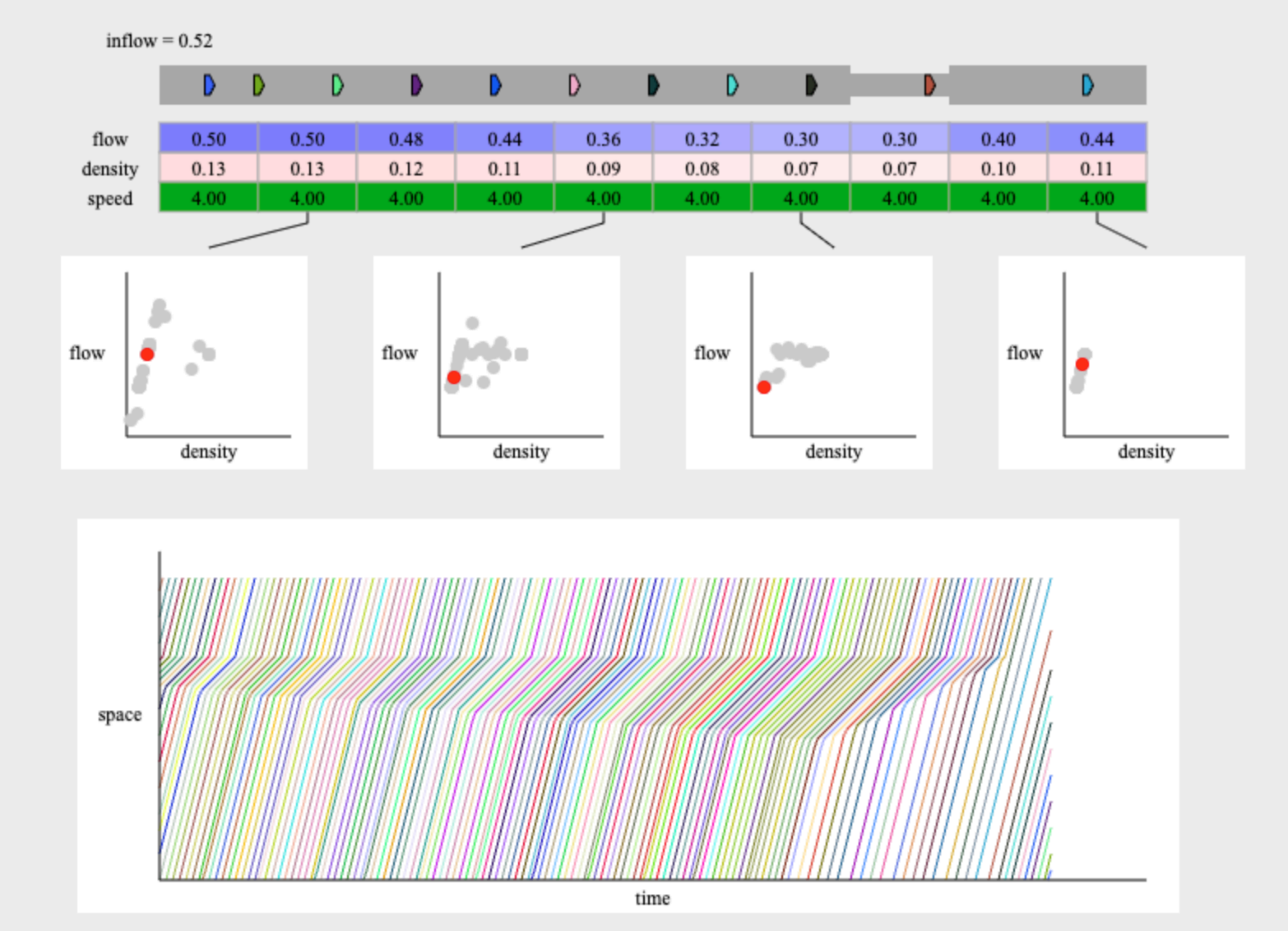
Source: Ma et al. (2022) on ResearchGate

交通流率・交通密度・空間平均速度

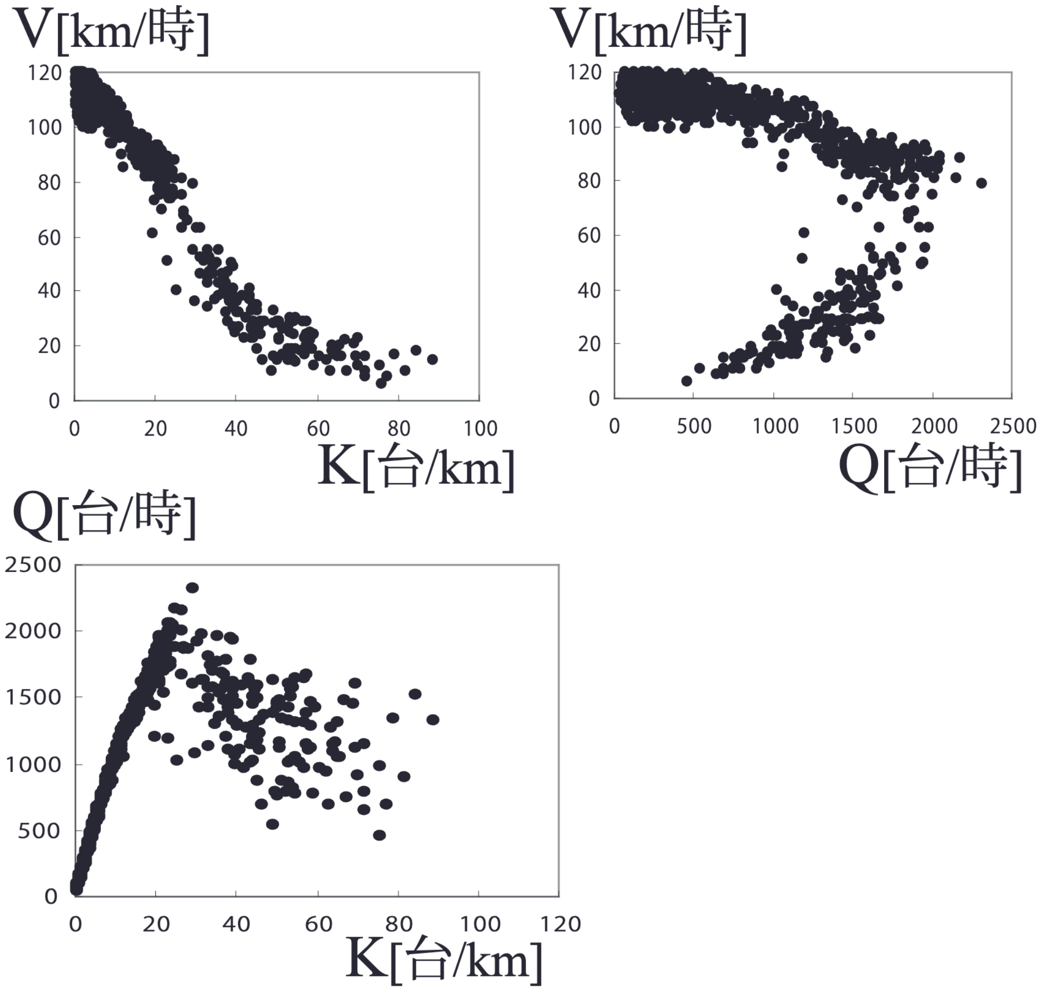


Source: 大口 (2024) "第5章 交通工学" In: 国際交通安全学会 (編) 『未来を拓く交通・安全学』

遊んでみよう👉 [交通流とシミュレーション（by 東京科学大学 瀬尾研）]



交通流率・交通密度・空間平均速度の経験的関係



Source: 大口 (2024) "第5章 交通工学" In: 国際交通安全学会 (編) 『未来を拓く交通・安全学』

単一道路区間の基本理論

- 流入なしの単一車線の道路区間を考える．以下の **基本関係** が成立

$$q = k \times v$$

  - q: 交通流率[台 / hour],
    k: 交通密度[台 / km],
    v: 空間平均速度[km / hour]
  - 時空間ダイアグラム上の各微小範囲で成立
- **連続の式**：途中で車両の流出入がないので

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

Greenshields モデル

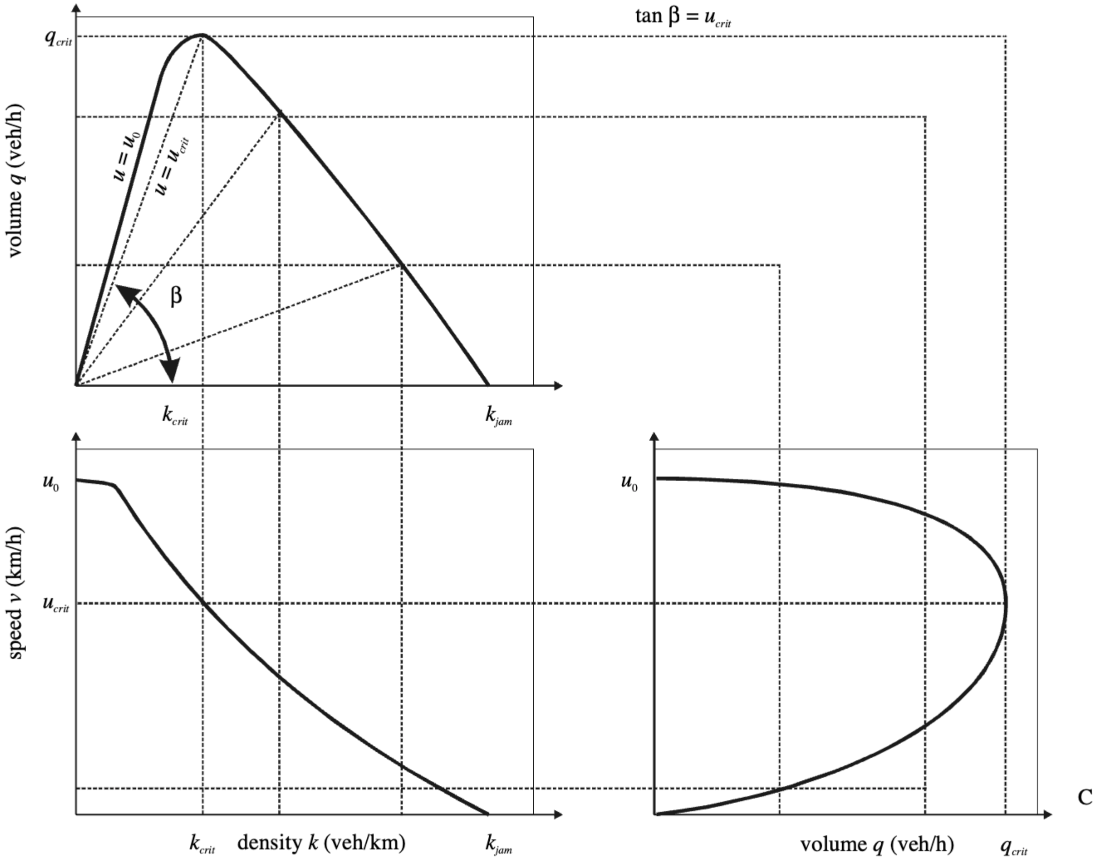
- 経験的関係：交通密度が高ければ空間平均速度は減少する

$$v(k) = v_{\max} \times \left(1 - \frac{k}{k_{\text{jam}}}\right)$$

  - $v_{\max}$ ：実現しうる最高速度
  - k_{jam} ：完全に車両が動けなくなる密度 (“jam density”)
  - $v_{\max}$, k_{jam} は一般には場所に依存.
- 📝 Greenshields モデルが誘導する q-k 関係とその良さ・不満点は？

道路交通流の基本図 (fundamental diagram)

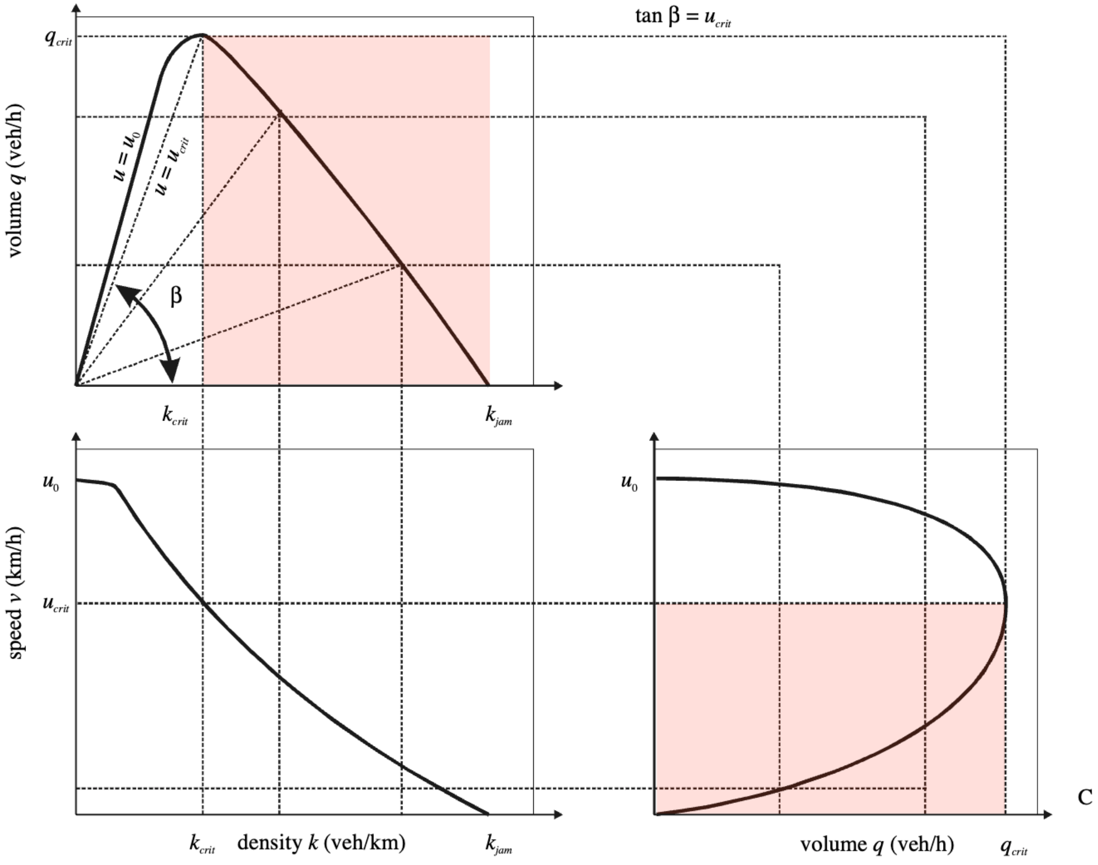
- q-k-v 関係のモデルを交通流の **基本図** と呼ぶ



Source: TU Delft OCW - Traffic Flow Theory and Simulation

混雑 (congestion) と渋滞 (hypercongestion)

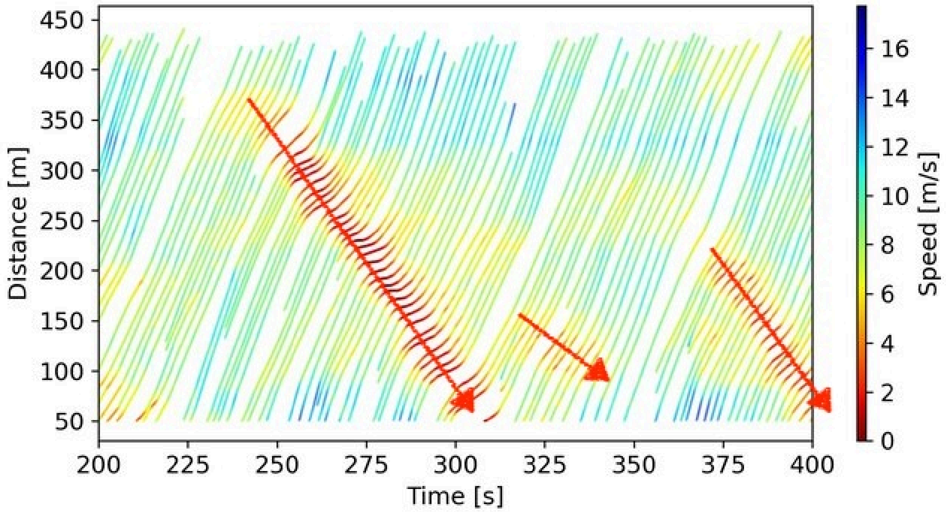
- **混雑**：**速度**の低下．**渋滞**：臨界密度 k_{crit} 以降の **交通流率の低下**.



Source: TU Delft OCW - Traffic Flow Theory and Simulation; Edited by Minoru Osawa

交通流についての発展的話題

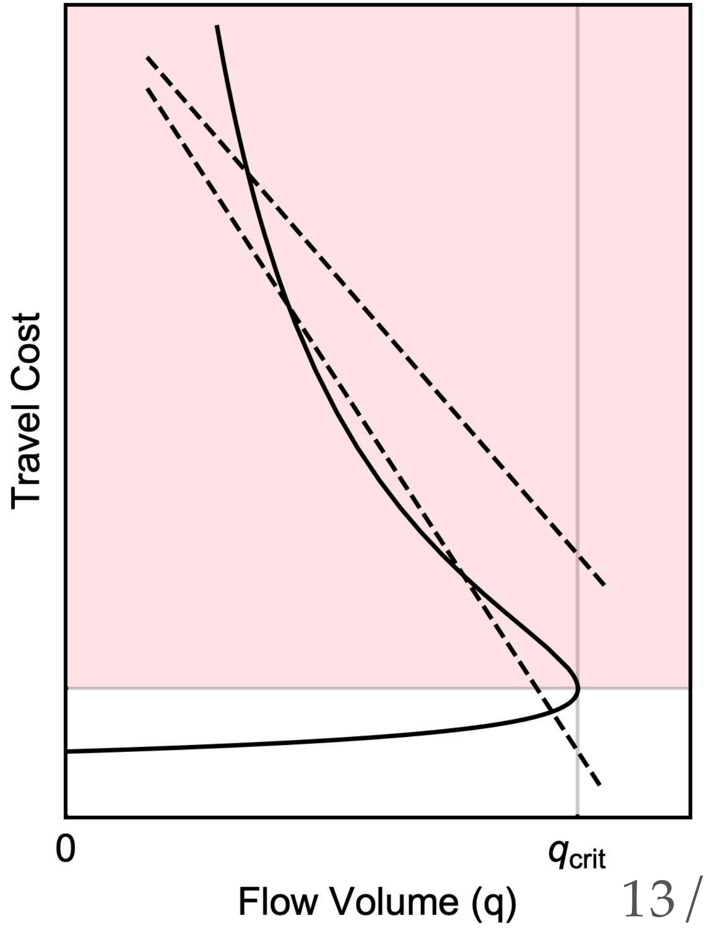
- **衝撃波** (shockwave)：マクロな状態である交通密度が交通流上で伝播
  - 連続の式 + 基本図の組み合わせにより表現可能
- **追従モデル** (car-following model) によるシミュレーションも等価.



Source: Ma et al. (2022) on ResearchGate, Edited by Minoru Osawa

単一道路区間の旅行時間と混雑・渋滞

- 定常状態にある道路を考える.
- 旅行時間 c は q_{crit} までの多価関数になる
  - $C(q) = (\text{road length})/v(k)$ だが $q \mapsto \{k_1, k_2\}$
  - 赤網掛けが渋滞領域に対応
- 破線をコスト c に応じた需要関数だとすると交点が「需給均衡」に相当するが……？
- コスト c の摂動，フロー q の摂動に対する**安定性** (stability) は？🧐
- 長さのある道路区間にその摂動で十分？🙄

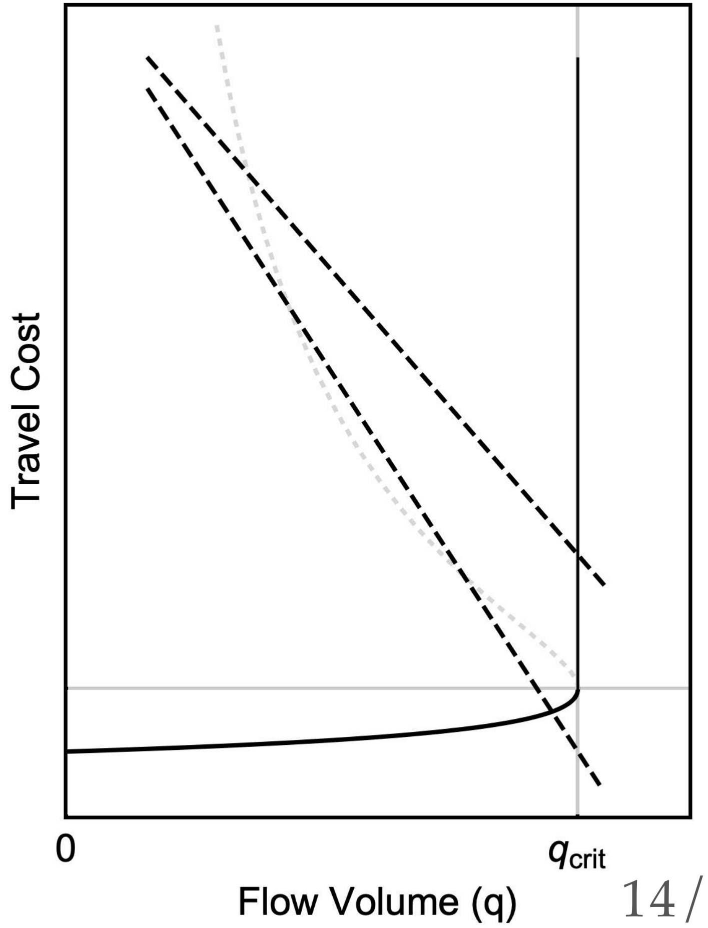


単一道路区間の旅行時間のフロー表現

- Verhoef (2001) の数値実験アプローチ
  - q_{crit} で垂直に立ち上がる近似を提案
- **静学的な** パフォーマンス関数の一つの基礎づけ
  - BPR (Bureau of Public Roads) 関数：

$$(q) = T_f \left(1 + a \times \left(\frac{q}{q_{\mathrm{crit}}}\right)^b\right)$$

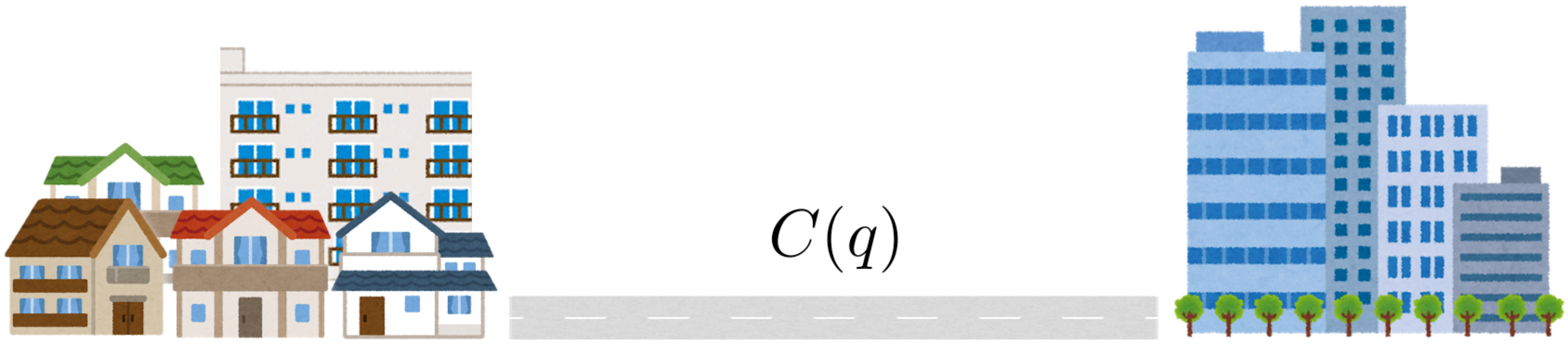
- 渋滞領域の均衡については，垂直線部分の高さが渋滞の効果を近似



私的費用と社会的限界費用

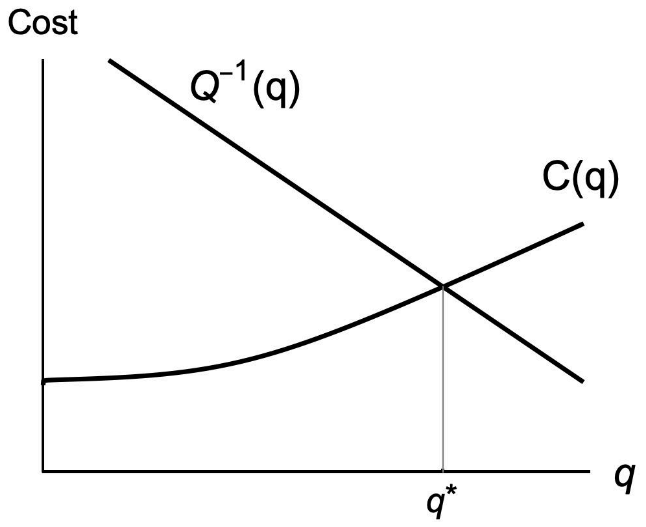
状況設定

- 単純化された静学的アプローチを考える.
- 住宅地から都心への単一区間の平均的な交通費用は **交通量** の関数 $C(q)$ だとする（交通流率ではない！）



交通需要の均衡状態

- 交通費用 c に対する交通需要関数 $Q(c)$ が与えられているとする.
  $\rightarrow$ **逆需要関数** $Q^{-1}(q)$ を考えることができる
- 「需給均衡」状態における交通量 q^* は $C(q^*) = Q^{-1}(q^*)$ を満足



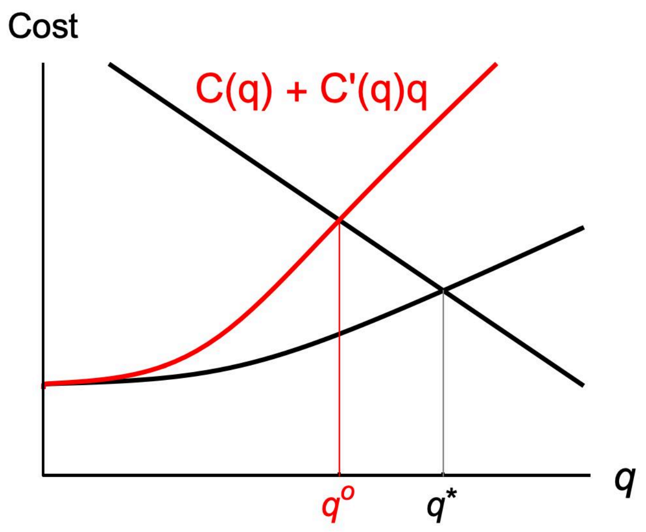
- ところでこれは **社会的** に望ましい状態だろうか？🤔

私的費用 vs. 社会的限界費用

- 社会の総交通費用は $T(q) = qC(q)$. 1人追加したとき社会的費用は

$$T'(q) = C(q) + q \times C'(q)$$

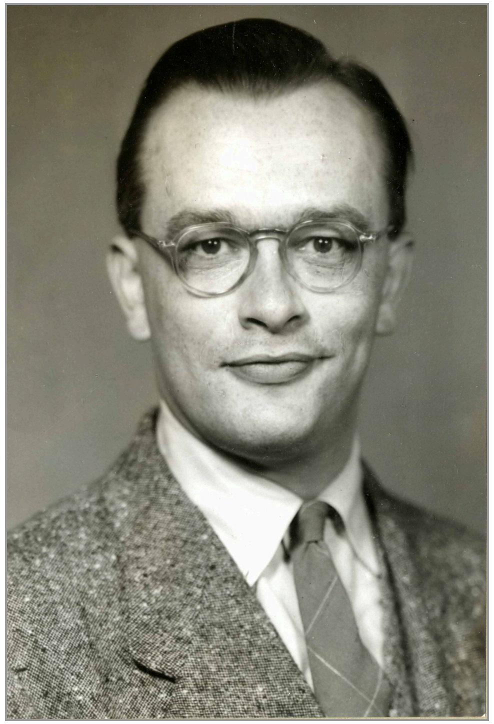
  - **混雑による外部性**：現在存在する q 人の人のコスト増
- 個人の私的費用はこれを無視している $\Rightarrow$ **過剰利用** になる



混雑課金

- 社会的費用を減らす **混雑課金** (congestion toll) は $p(q) = q \times C'(q)$
- この場合でも混雑（コストの比較的急な増加）は生じる
    - 交通が **派生需要** でありトリップの実行自体に価値がある（**本源需要** が他に存在する）ことを反映していると解釈してもよい
- 混雑課金についての根源的課題（例）
    - **個人の選好** についての観測困難な情報が必要（e.g., 時間価値）
    - **混雑メカニズム** の情報が必要（e.g., 道路のパフォーマンス関数）
- 👨‍🎓 先端的研究では頑健な推定や自律分散的実装を目指す

ラッシュアワーの出発時刻選択と渋滞課金



William Vickrey (1914–1996)

Source: Columbia University Libraries - Vickrey's Scaled Roadway Pricing

ボトルネック (Bottleneck) モデル

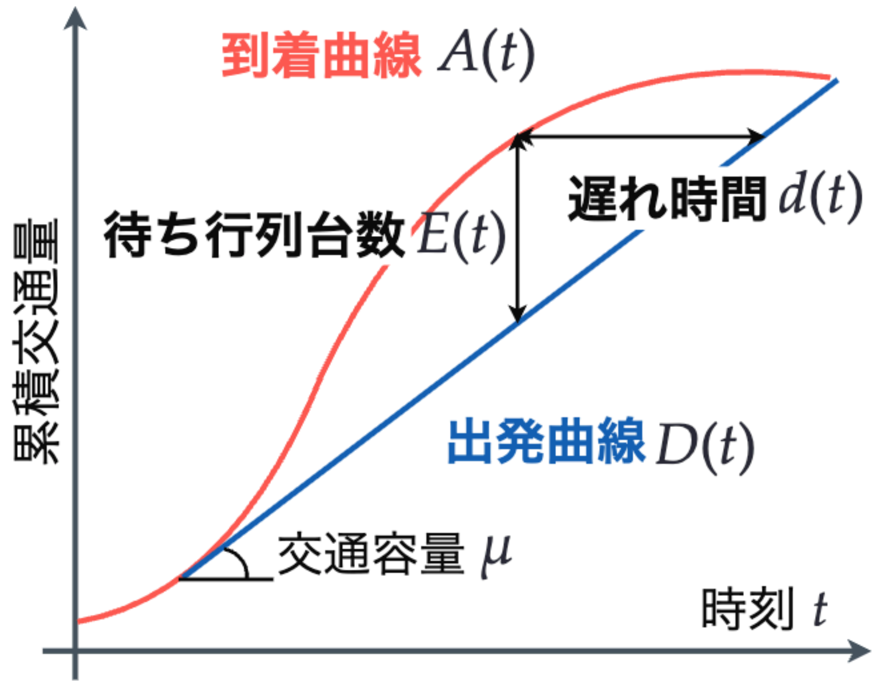
- ラッシュアワーの交通渋滞の動学を説明する古典モデル
  - Vickrey, W. S. (1969). Congestion theory and transport investment. *American Economic Review*, **59**(2), 251-260.
- 住宅地から CBD へ全員が単一の **ボトルネック** (BN) を通過して通勤
  - 橋や信号等のパフォーマンス低下点．**交通容量** (capacity) は $\mu > 0$

基本モデル

- 通勤者は均質で，総数は固定値 $Q > 0$ とする．
  - 通勤者に様々な異質性がある場合も分析可能．
- 住宅地からボトルネック (BN) までの所要時間は c_0 とする．
- 時刻 t における到着率 $\lambda(t)$ が交通容量 μ を超過すると待ち行列が発生
- **待ち行列** (queue) は BN で形成され長さを持たない (**Point Queue**)
  - 対義語は **Physical Queue**．交通流理論と整合的だが分析が煩雑
- **FIFO** (first-in-first-out)：BN 到着順に BN を出発する．
  - 単一車線を考えている状況に相当

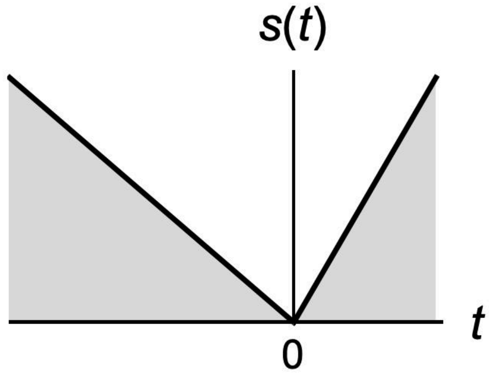
累積図と待ち行列遅れ

- 待ち行列が形成されると **待ち行列遅れ** (queueing delay) が生ずる
- **累積図** (cumulative diagram) を考えることが有用
  - 累積到着・出発曲線の傾きがそれぞれ到着・出発交通流率.



Source: 赤松・和田 (2014)

希望到着時刻と早着・遅着ペナルティ



- 通勤者には **希望到着時刻** (desired arrival time) がある
  - 例えば，始業時間に間に合うように到着したい．
  - 到着時刻 t に応じて不効用 (**schedule penalty**) $s(t)$ が生ずる
- 簡単のために，希望到着時刻は唯一で $t_w = 0$ とし，更に

$$s(t) = \begin{cases} \beta(t_w - t) = -\beta t & \text{if} \quad t \leq t_w = 0 \\ \gamma(t - t_w) = \gamma t & \text{if} \quad t > t_w = 0 \end{cases}$$

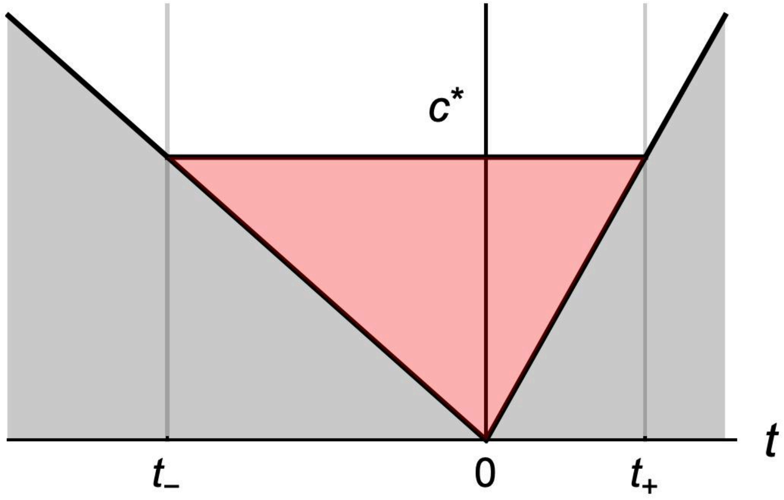
とする．ただし $0 < \beta < \gamma$ (= 遅く到着する方が困る)．

出発時刻選択均衡

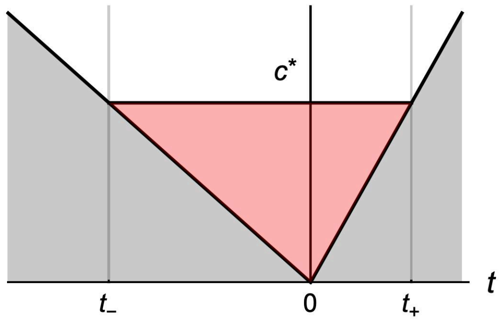
- 人々は待ち行列遅れと早着・遅着ペナルティを考慮し **出発時刻** を選ぶ
- 均衡状態については CBD **到着時刻** t で検討するのが簡便.

$$c(t) = s(t) + d(t)$$

  - 使用されている全ての到着時刻 t で $c(t) = c^*$ のはず：



出発時刻選択均衡



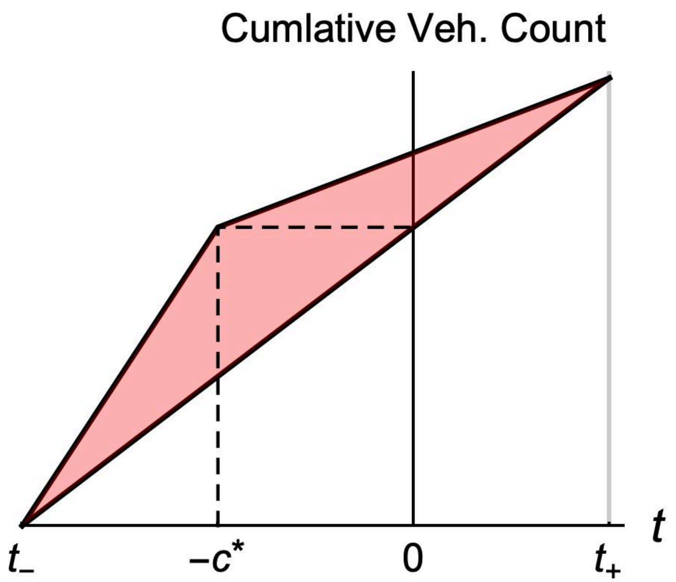
- 使用されている全ての到着時刻 t で $c(t) = c^*$ のはず：
  - 均衡交通費用は $c^* = s(t_-) = s(t_+)$
  - $t \in (t_-, t_+)$ に到着した通勤者の待ち行列遅れは $d(t) = c^* - s(t)$
- 全需要を捌く $\Rightarrow$ 渋滞開始時刻 t_-・終了時刻 t_+ は以下を満足：

$$Q = \mu \times (t_+ - t_-)$$

  - 📝 この条件と $s(t_-) = s(t_+)$ から t_-, t_+ を具体的に求めよ.
  - 📝 更に，均衡交通費用 c^* を Q の関数として求めよ.
  - 📝 全通勤者の渋滞遅れの合計を求めよ.

出発時刻選択均衡：流入・流入パターン

- 出発時刻選択均衡における累積図
  - ラッシュアワーのシンプルな表現.



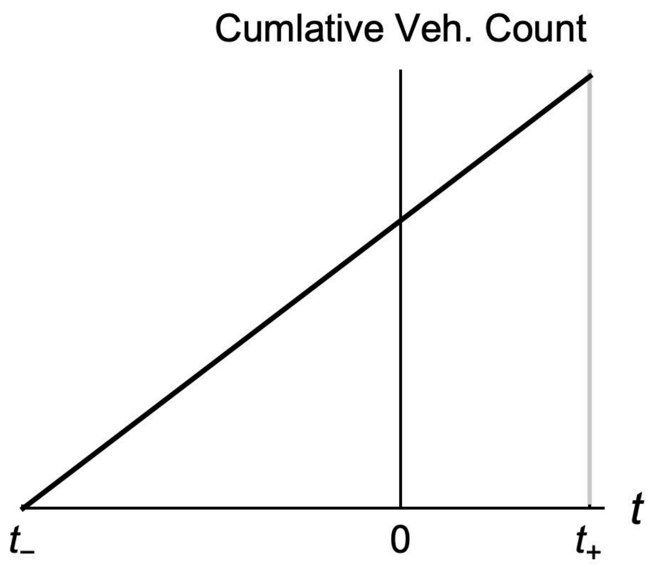
- 📝 時刻 t の流入率を求めよ.

渋滞課金 (dynamic congestion toll)

- 渋滞遅れと全く同じだけの **渋滞課金** を課してみよう
  - 均衡条件は全く変わらない：

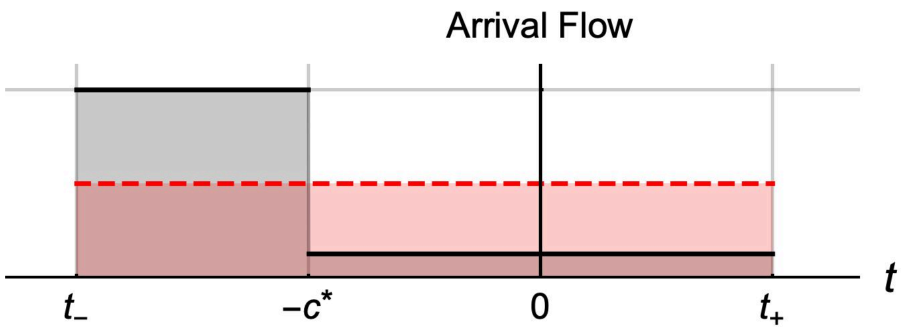
$$c^* = s(t) + p(t)$$

  - しかし渋滞は完全に解消される：



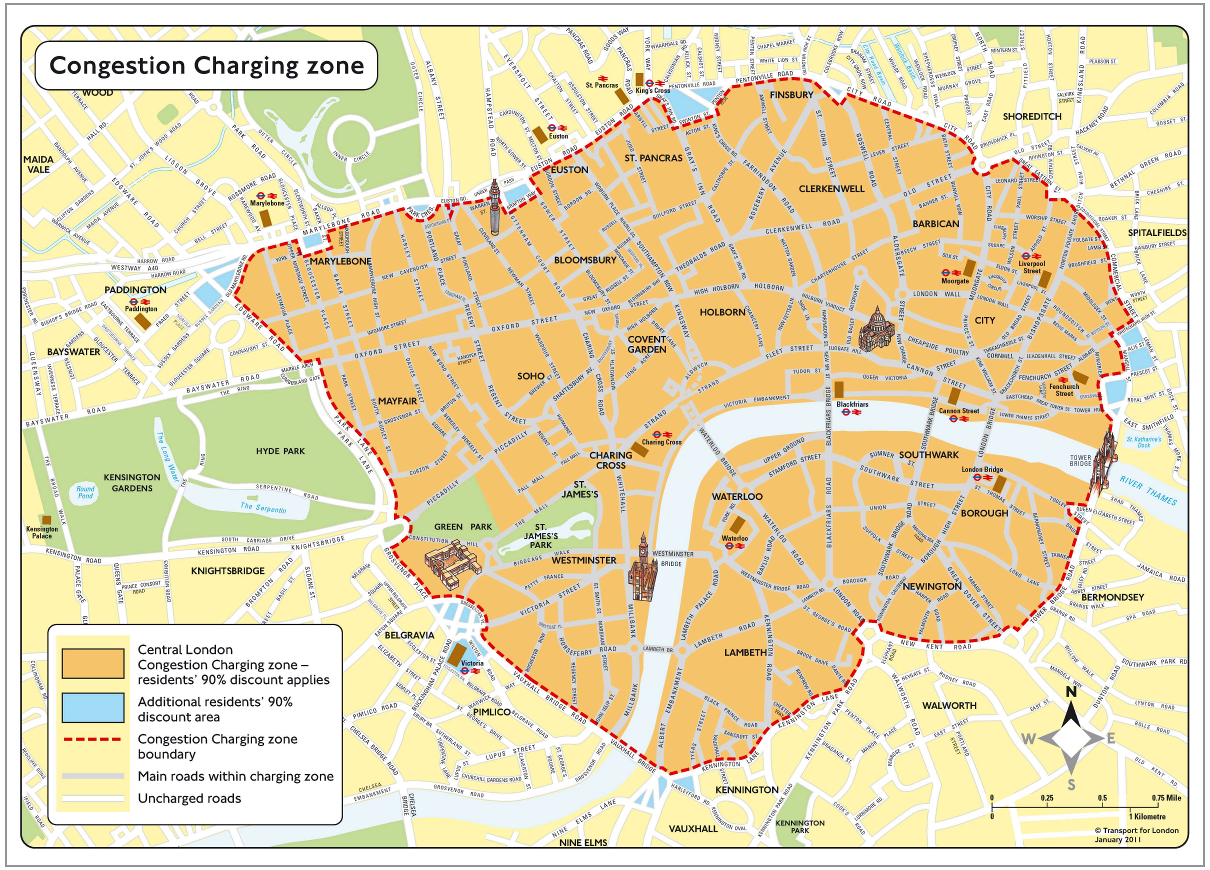
渋滞課金による時間帯分散

- この渋滞課金は通勤者の出発 **時間帯分散** を実現



- 課金額 = 各時刻での **限界外部費用** (marginal external cost)
  - その時刻に加わることで他者に追加的に生じる待ち行列遅れ
  - ピーク時間帯ほど課金額が高くなっている
- 🎯 **利用者の負担は変わらない** が BN 容量が効率的に使われる！
- 課金主体は料金収入を BN 容量拡大等に投資可能 ⇒ 長期の便益

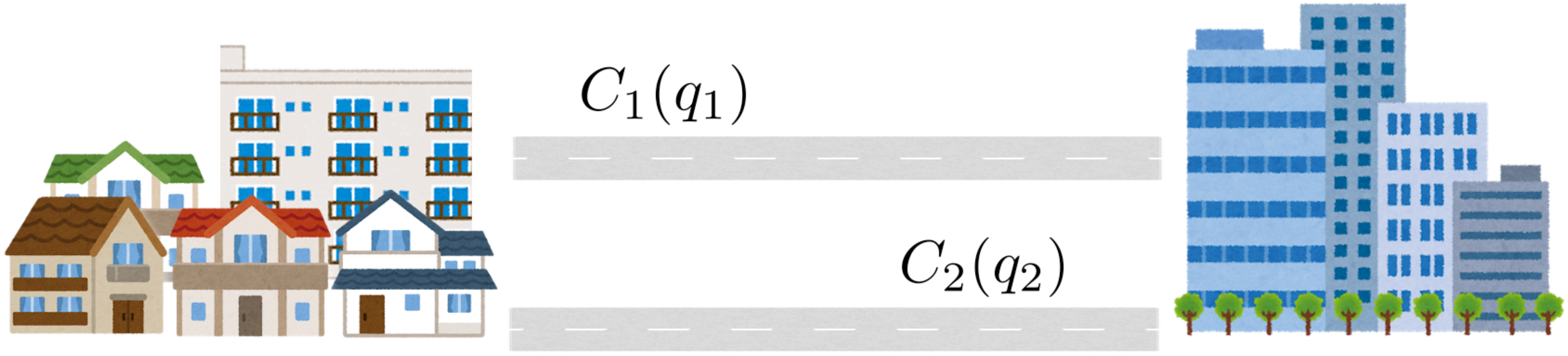
経路選択と混雑課金



Source: Source: Transport for London

経路選択の問題

- ラッシュアワーの動学的混雑を捨象し，マクロに見てみよう.
- ルート 1, 2 があり，どちらかを選択できるとする.
- ルート i の所要時間は $C_i(q_i)$ で表される.

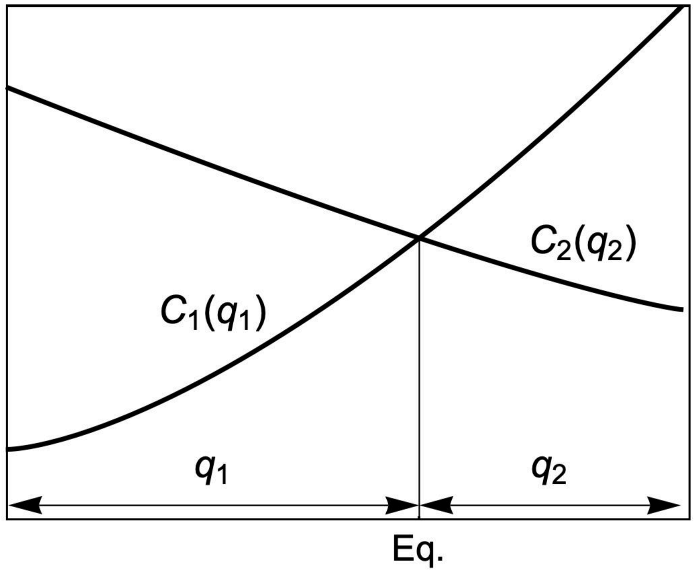


経路選択均衡

- **Wordlop の均衡原理**：費用を最小化する均衡状態であれば

$$\begin{cases} c^* = C_i(q_i) & \text{if } q_i > 0 \\ c^* \leq C_i(q_i) & \text{if } q_i = 0 \end{cases}$$

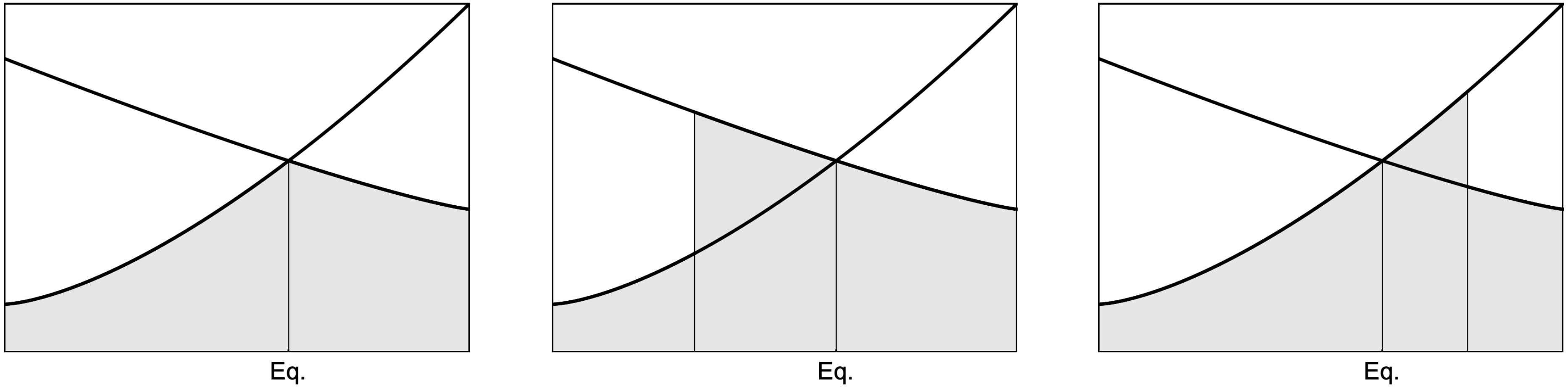
- 絵解きで簡単に求めることができる．両方の経路が使われているなら



ポテンシャル：経路選択均衡の等価表現

- 経路選択均衡問題は $\{C_i(q_i)\}$ の下側の面積を最小化する問題と等価

$$\min_{q_1,q_2\geq 0} Z(q_1,q_2) \equiv \int_0^{q_1} C_1(\omega)\mathrm{d}\omega + \int_0^{q_2} C_2(\omega)\mathrm{d}\omega \quad \text{s.t.} \quad q_1+q_2=Q.$$



- 📝 最適解となるための条件と均衡条件が一致することを確認せよ.
- この性質はより広い経路選択問題で成立する（一般ネットワーク）

総費用最小化問題との比較

- 経路選択均衡問題は $\{C_i(q_i)\}$ の下側の面積を最小化する問題と等価

$$\min_{q_1,q_2\geq 0} Z(q_1,q_2) \equiv \int_0^{q_1} C_1(\omega)\mathrm{d}\omega + \int_0^{q_2} C_2(\omega)\mathrm{d}\omega \quad \text{s.t.} \quad q_1 + q_2 = Q.$$

- 一方，総費用最小化問題としての社会最適問題は

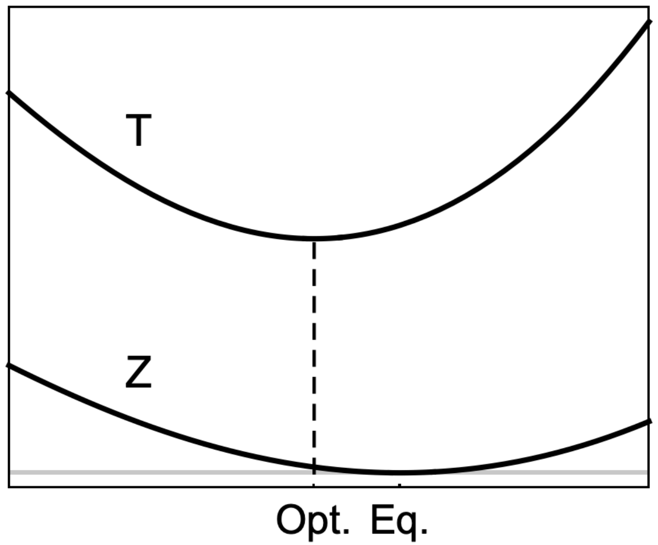
$$\min_{q_1,q_2\geq 0} T(q_1,q_2) \equiv q_1 C_1(q_1) + q_2 C_2(q_2) \quad \text{s.t.} \quad q_1 + q_2 = Q.$$

- 再び私的費用と社会的限界費用の差 = 最適な混雑課金水準を確認可能

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = C_i(q_i) + q_i \times C_i'(q_i) = \frac{\partial Z}{\partial q_i} + q_i \times C_i'(q_i)$$

総費用最小化問題との比較

- 費用最小化解は均衡解よりも経路間で分散：
  最適な混雑課金は **空間的分散** をもたらす.



- cf. ボトルネックモデルにおける **時間的分散**
- **交通需要マネジメント** は時間的・空間的分散の誘導を目指す

まとめ

- 道路交通の物理のひろがり
- 動的・静的な交通均衡モデルの紹介と渋滞・混雑課金の基本

公共交通とその価格設定

- 社会的余剰の復習
- 規模の経済と自然独占
- 価格設定