

大学院講義 2025年度前期 交通経済学

道路交通の問題

道が混むにはワケがある

大澤 実（経済研究所）

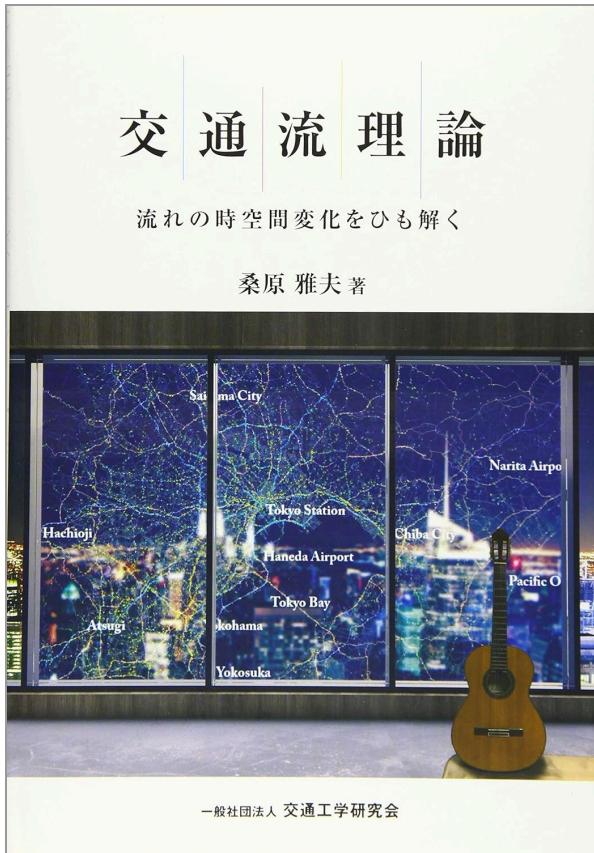


本日の内容

道路交通にまつわる種々の側面とそのモデル化について議論する。

- 道路交通流の物理
- 交通における社会的限界費用
- 動的なラッシュアワーのモデルと渋滞課金
- 静的なネットワークのモデルと混雑課金

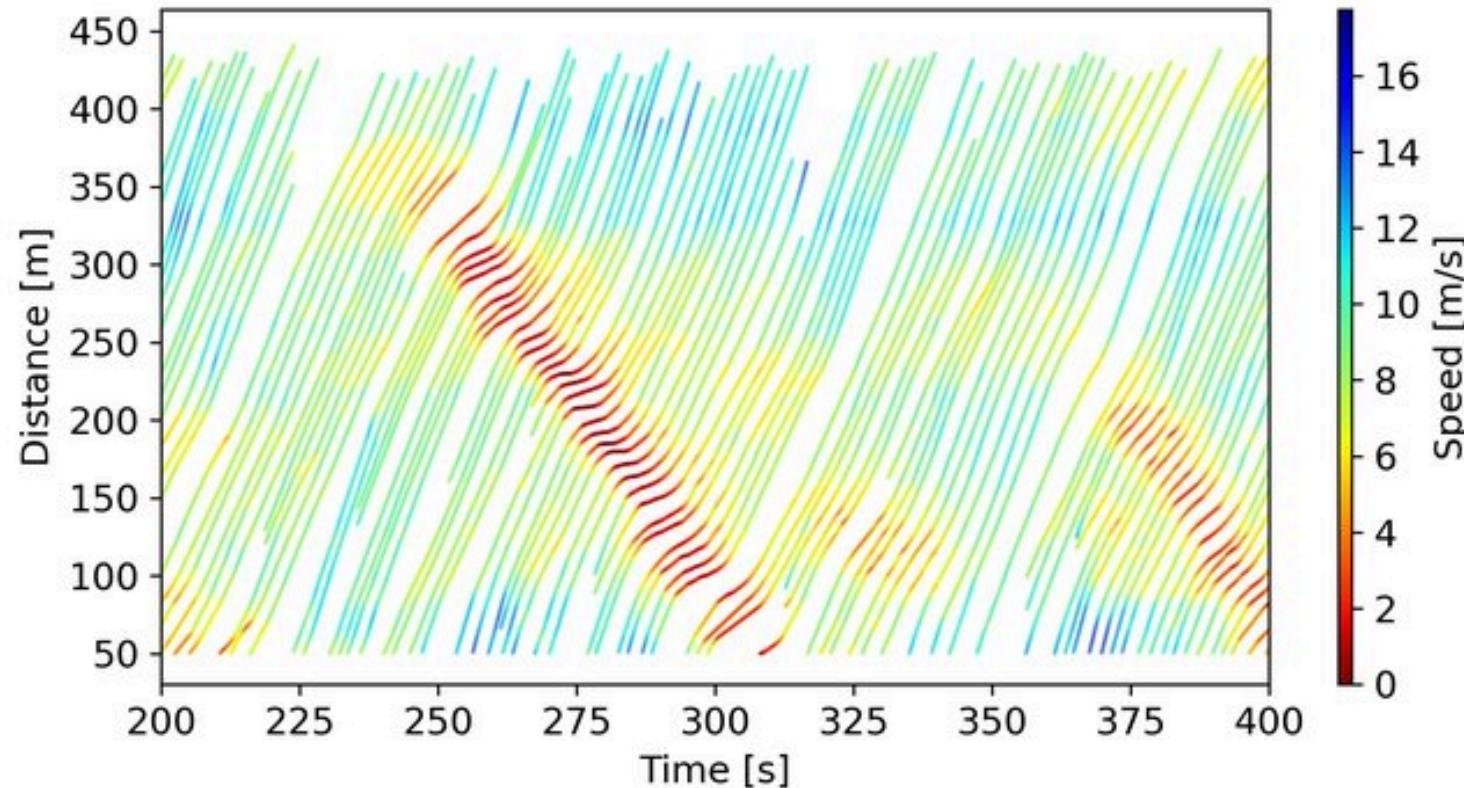
道路交通流の物理



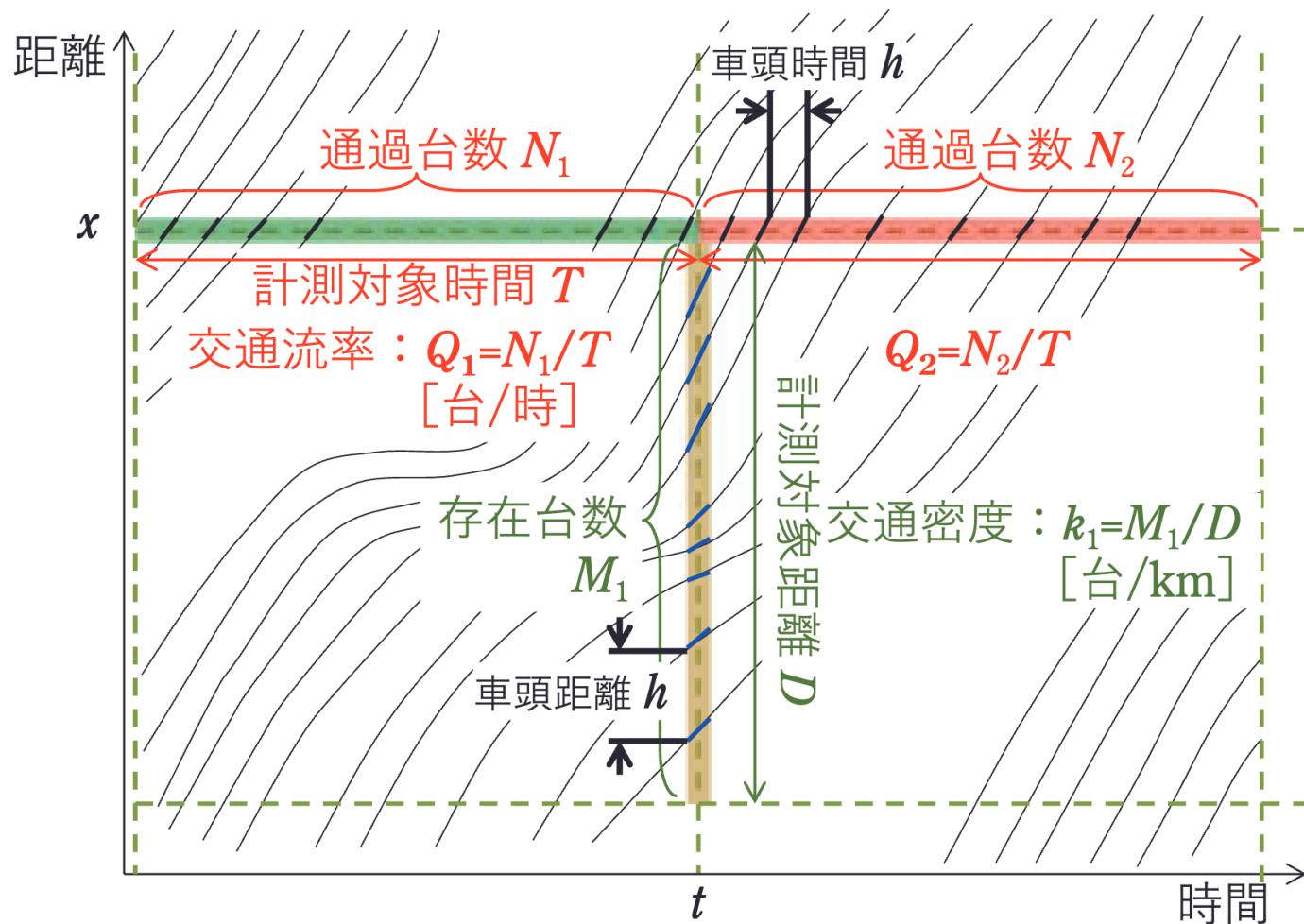
参考文献：桑原(2020), 瀬尾(2023), TUDelft OCW, Small & Verhoef Ch.3.3.1-3.3.2

時空間ダイアグラム (time-space diagram)

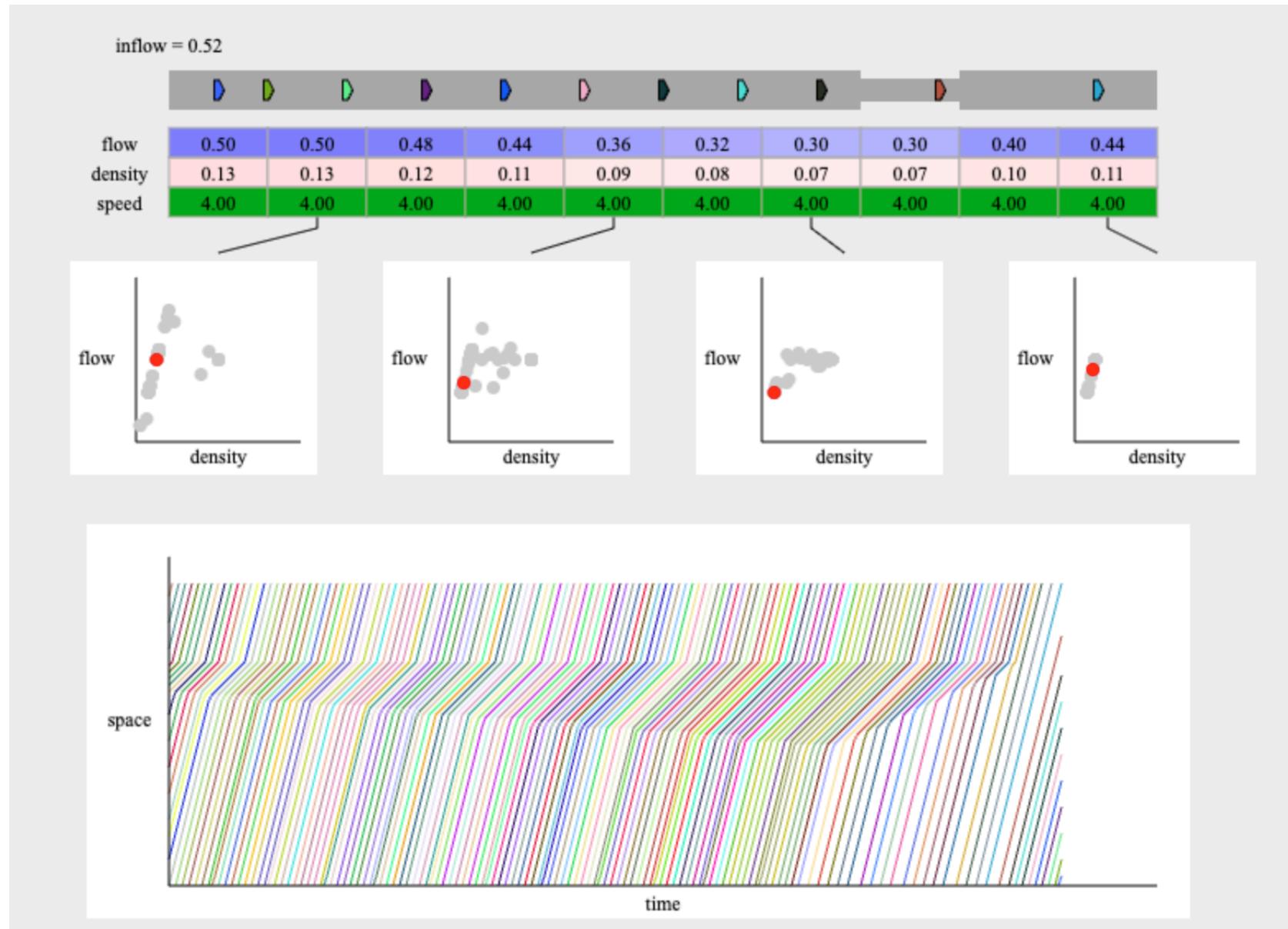
- 車両の道路区間上の軌跡のこと。何が起こっているか考えよう



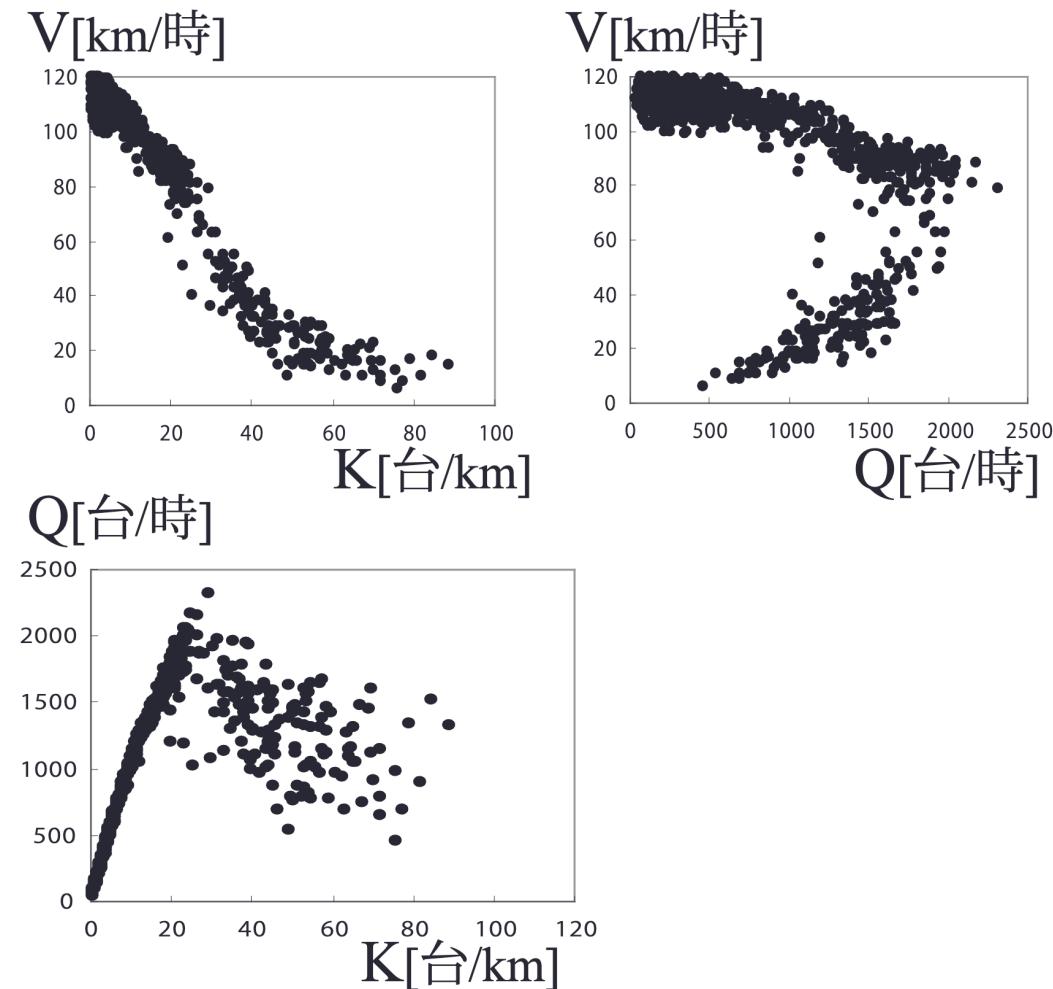
交通流率・交通密度・空間平均速度



遊んでみよう ➡ 交通流とシミュレーション (by 東京科学大学 瀬尾研)



交通流率・交通密度・空間平均速度の経験的関係



Source: 大口 (2024) "第5章 交通工学" In: 国際交通安全学会 (編) 『未来を拓く交通・安全学』

单一道路区間の基本理論

- 流入なしの単一車線の道路区間を考える。以下の **基本関係** が成立

$$q = k \times v$$

- q : 交通流率[台/hour],
 k : 交通密度[台/km],
 v : 空間平均速度[km/hour]
- 時空間ダイアグラム上の各微小範囲で成立
- **連続の式**：途中で車両の流出入がないので

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

Greenshields モデル

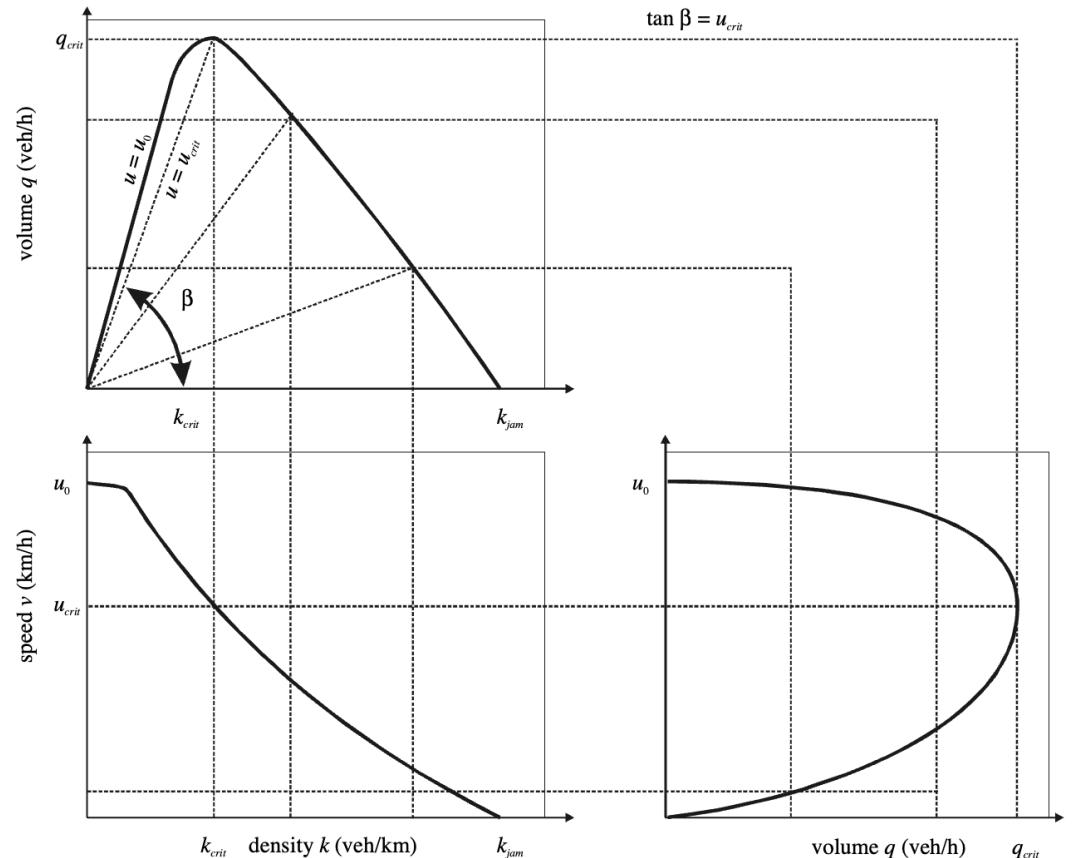
- 経験的関係：交通密度が高ければ空間平均速度は減少する

$$v(k) = v_{\max} \times \left(1 - \frac{k}{k_{\text{jam}}} \right)$$

- v_{\max} : 実現しうる最高速度
- k_{jam} : 完全に車両が動けなくなる密度 (“jam density”)
- v_{\max}, k_{jam} は一般には場所に依存.
-  Greenshields モデルが誘導する q - k 関係とその良さ・不満点は？

道路交通流の基本図 (fundamental diagram)

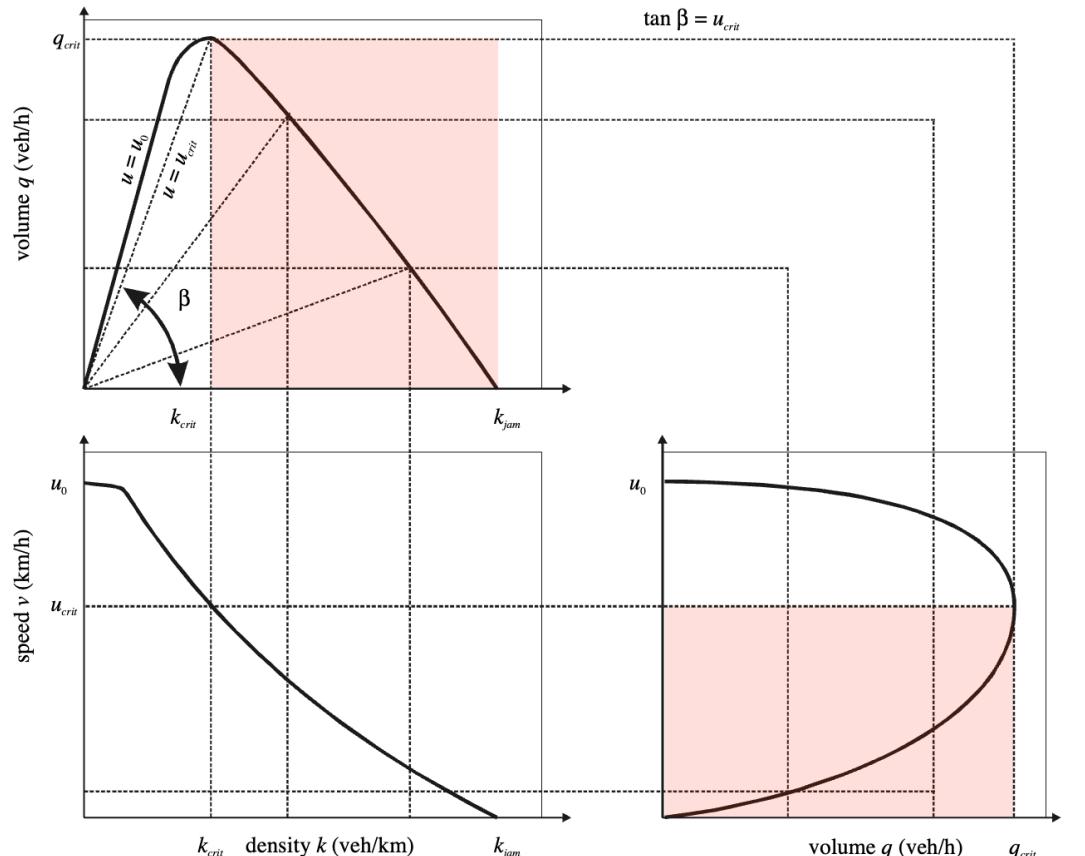
- q - k - v 関係のモデルを交通流の 基本図 と呼ぶ



Source: TU Delft OCW - Traffic Flow Theory and Simulation

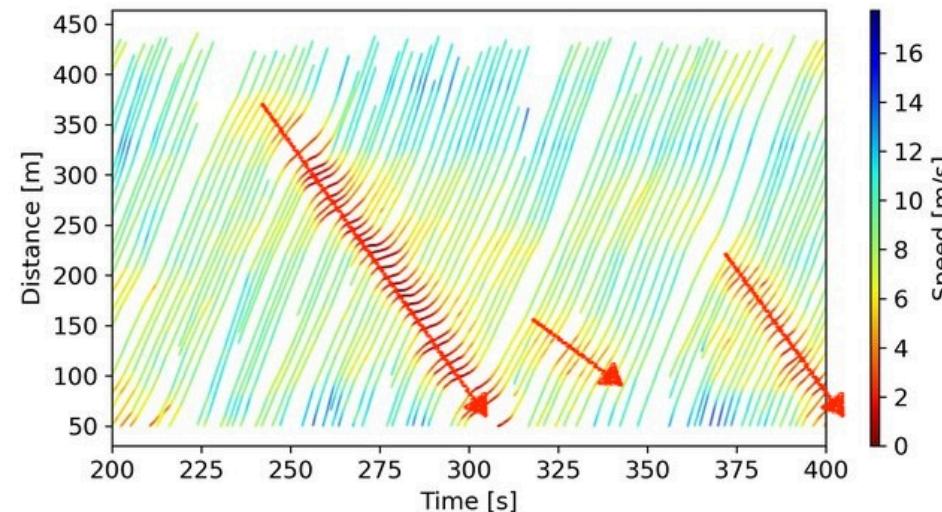
混雑 (congestion) と渋滞 (hypercongestion)

- 混雑：速度の低下. 渋滞：臨界密度 k_{crit} 以降の 交通流率の低下.



交通流についての発展的話題

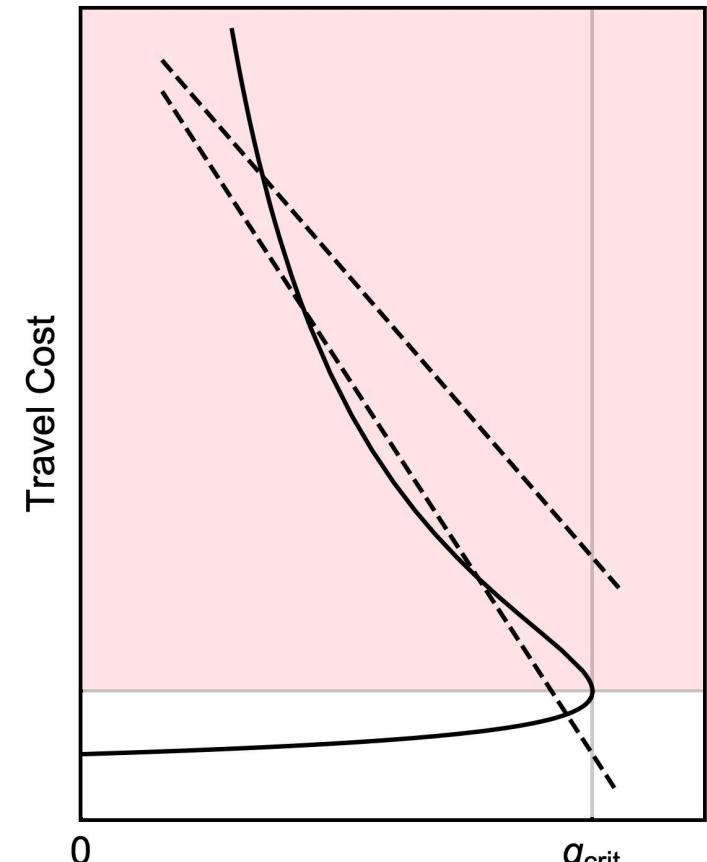
- **衝撃波 (shockwave)** : マクロな状態である交通密度が交通流上で伝播
 - 連続の式 + 基本図の組み合わせにより表現可能
- 追従モデル (car-following model) によるシミュレーションも等価.



Source: Ma et al. (2022) on ResearchGate, Edited by Minoru Osawa

単一道路区間の旅行時間と混雑・渋滞

- 定常状態にある道路を考える.
- 旅行時間 c は q_{crit} までの多値関数になる
 - $C(q) = (\text{road length})/v(k)$ だが $q \mapsto \{k_1, k_2\}$
 - 赤網掛けが渋滞領域に対応
- 破線をコスト c に応じた需要関数だとすると
交点が「需給均衡」に相当するが.....?
- コスト c の摂動, フロー q の摂動に対する
安定性 (stability) は? 😐



0

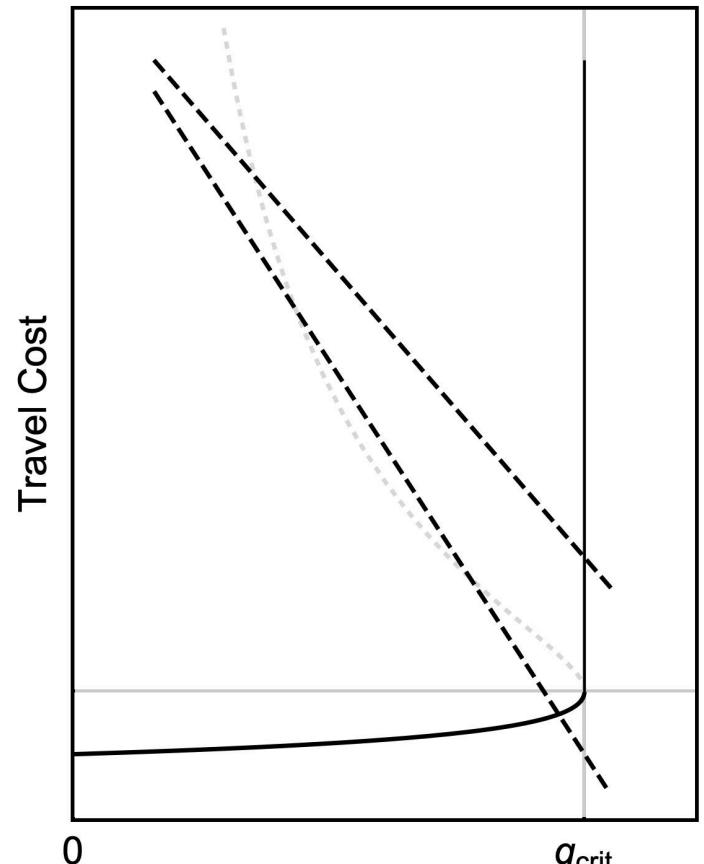
 q_{crit}

Flow Volume (q)

13 / 43

単一道路区間の旅行時間のフロー表現

- Verhoef (2001) の数値実験アプローチ
 - q_{crit} で垂直に立ち上がる近似を提案
- 静学的なパフォーマンス関数の一つの基礎づけ
 - BPR (Bureau of Public Roads) 関数：
$$(q) = T_f \left(1 + a \times \left(\frac{q}{q_{\text{crit}}} \right)^b \right)$$
- 渋滞領域の均衡については、垂直線部分の高さが渋滞の効果を近似

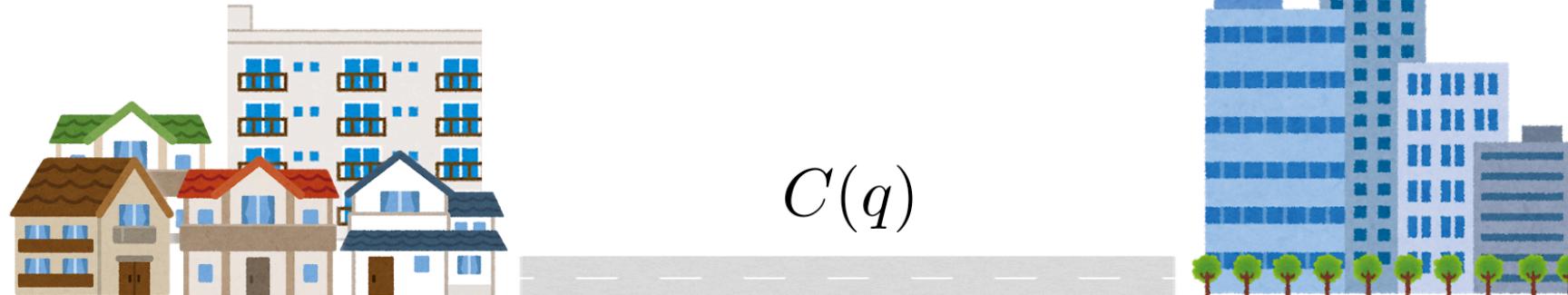


私的費用と社会的限界費用



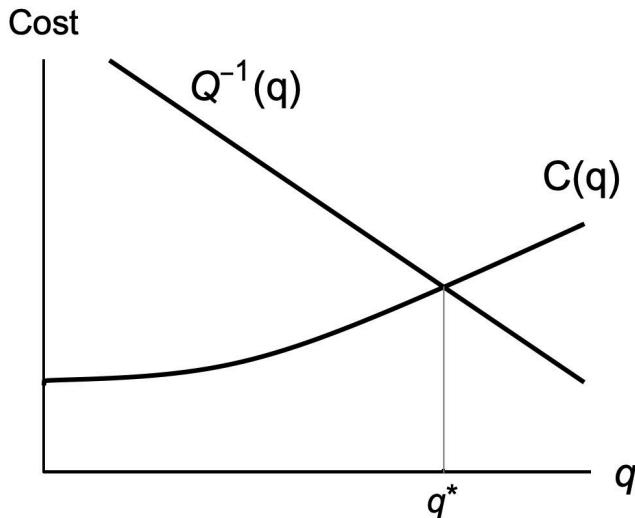
状況設定

- 単純化された静学的アプローチを考える.
- 住宅地から都心への単一区間の平均的な交通費用は **交通量** の関数 $C(q)$ だとする（交通流率ではない！）



交通需要の均衡状態

- 交通費用 c に対する交通需要関数 $Q(c)$ が与えられているとする。
→ 逆需要関数 $Q^{-1}(q)$ を考えることができる
- 「需給均衡」状態における交通量 q^* は $C(q^*) = Q^{-1}(q^*)$ を満足



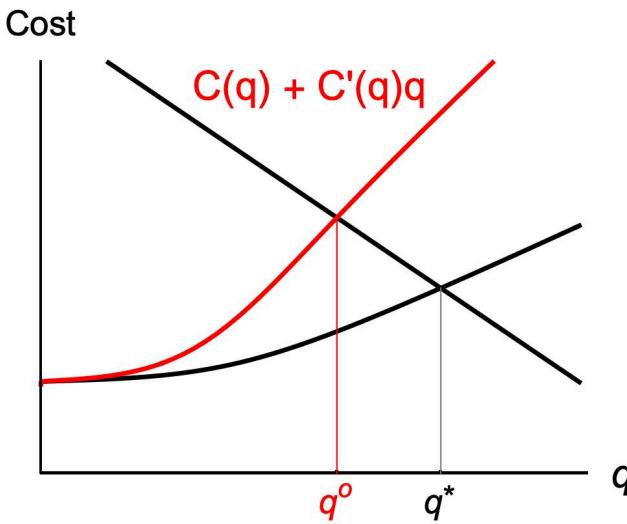
- ところでこれは 社会的 に望ましい状態だろうか? 🤔

私的費用 vs. 社会的限界費用

- 社会の総交通費用は $T(q) = qC(q)$. 1人追加したとき社会的費用は

$$T'(q) = C(q) + q \times C'(q)$$

- 混雑外部性：いまの q 人の追加費用. 道路利用 = 加害者 になること
- 個人の私的費用はこれを無視 \Rightarrow 過剰利用 になる : $q^* > q^o$



混雑課金

- 社会的費用を減らす **混雑課金** (congestion toll) は

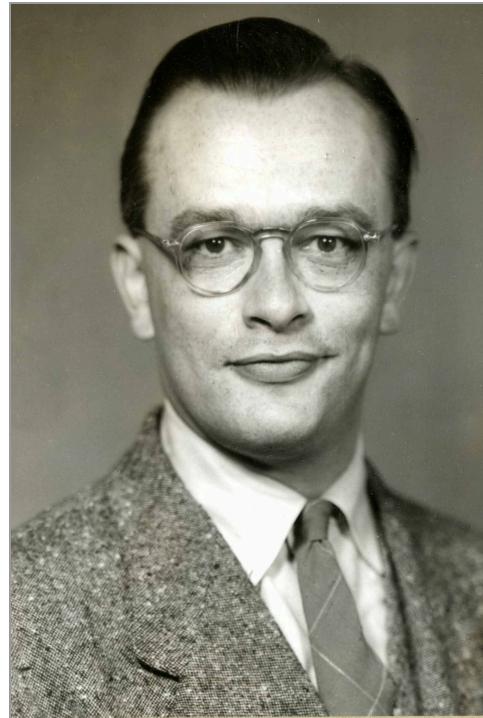
$$p(q) = q \times C'(q)$$

- 道路利用者が被る費用が社会的限界費用と等しくなる
⇒ 私的動機に基づく **均衡解**として 最適（効率的）な交通量 q^o が実現
 - 混雑外部性の **内部化** (internalization) に相当
 - このような課金を **ピグー税** (Pigouvian taxation) と呼ぶ
- 徴収された混雑料金は **道路投資** に利用可能 ⇒ 道路利用者の厚生改善
 - 利用者負担であり、比較的社会的受容性の高い施策でもある

混雑課金：一般的コメント

- この場合でも混雑（コストの急な増加）は生じうる。
 - 交通が **派生需要** でありトリップの実行 자체に価値がある（**本源需要** が他に存在する）ことを反映する（→ **余剰分析**）
- 最適な課金についての種々の根源的課題
 - **道路パフォーマンスの情報, 状態の観測, 実行のための 設備** が必要
 - **個人の選好** についての観測困難な情報が必要 (e.g., 時間価値)
 -  先端的研究では頑健な推定・自律分散的実装を指向
- ただし, **最適課金でなくとも道路財源に ⇒ 長期的に利用者便益に帰着**

出発時刻選択と渋滞課金



William Vickrey (1914–1996)

Source: Columbia University Libraries - Vickrey's Scaled Roadway Pricing

ボトルネック (Bottleneck) モデル

- ラッシュアワーの交通渋滞の動学を説明する古典モデル
 - Vickrey, W. S. (1969). Congestion theory and transport investment. *American Economic Review*, 59(2), 251-260.
- 住宅地から CBD へ全員が単一の ボトルネック (BN) を通過して通勤
 - 橋や信号等のパフォーマンス低下点. 交通容量 (capacity) は $\mu > 0$

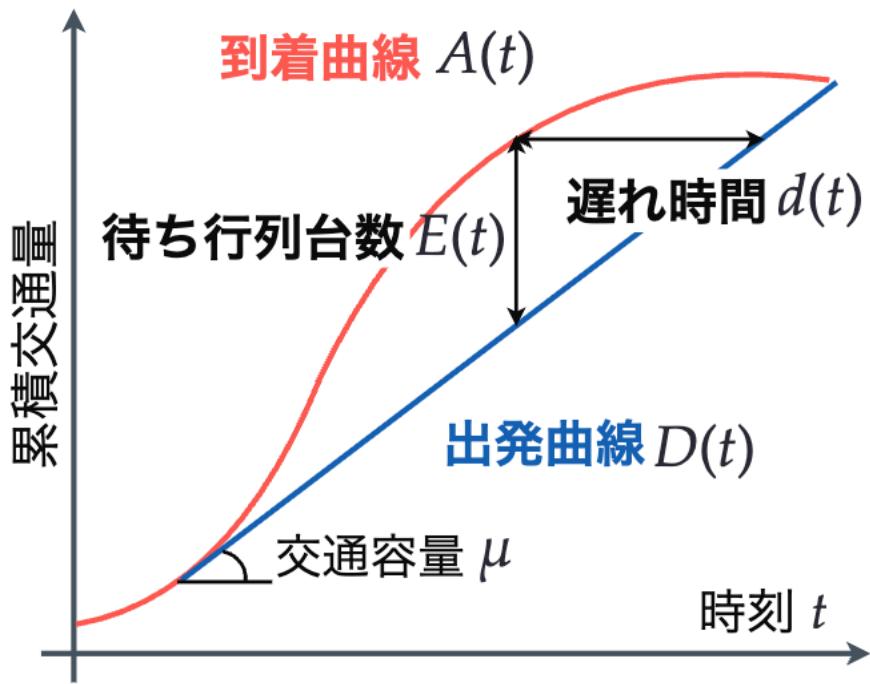


基本モデル

- 通勤者は均質で、総交通需要は 連続的な 固定値 $Q > 0$ とする。
 - 通勤者に様々な異質性がある場合も分析可能.
- 住宅地からボトルネック (BN) までの所要時間は c_0 とする.
- 時刻 t における到着率 $\lambda(t)$ が交通容量 μ を超過すると待ち行列が発生
- 待ち行列 (queue) は BN で形成され長さを持たない (**Point Queue**)
 - 対義語は **Physical Queue**. 交通流理論と整合的だが分析が煩雑
- FIFO (first-in-first-out) : BN 到着順に BN を出発する.
 - 単一車線を考えている状況に相当

累積図と待ち行列遅れ

- 待ち行列が形成されると 待ち行列遅れ (queueing delay) が生ずる
- 累積図 (cumulative diagram) を考えることが有用
 - 累積到着・出発曲線の傾きがそれぞれ到着・出発交通流率.



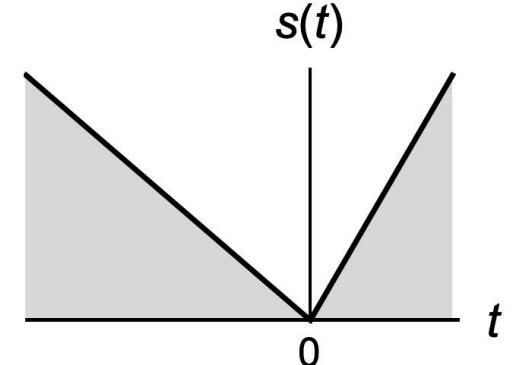
Source: 赤松・和田 (2014)

希望到着時刻と早着・遅着ペナルティ

- 通勤者には 希望到着時刻 (desired arrival time) がある
 - 例えば、始業時間に間に合うように到着したい.
 - 到着時刻 t に応じて不効用 (schedule penalty) $s(t)$ が生ずる
- 簡単のために、希望到着時刻は唯一で $t_w = 0$ とし、更に

$$s(t) = \begin{cases} \beta(t_w - t) = -\beta t & \text{if } t \leq t_w = 0 \\ \gamma(t - t_w) = \gamma t & \text{if } t > t_w = 0 \end{cases}$$

とする。ただし $0 < \beta < \gamma$ (= 遅く到着する方が困る)。

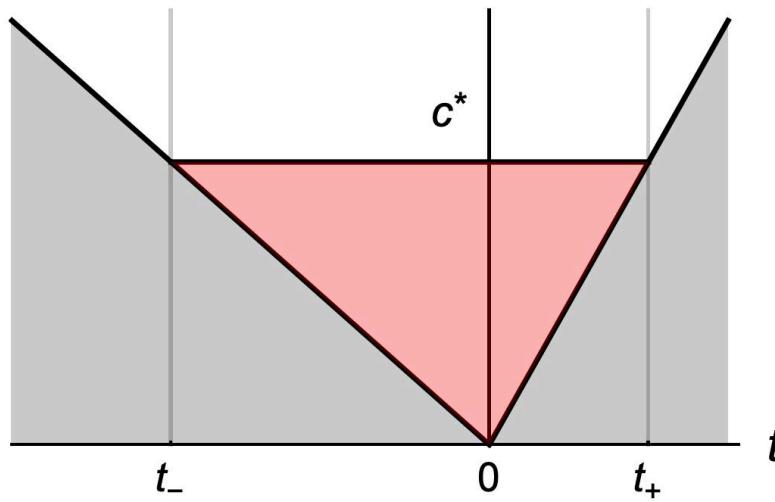


出発時刻選択均衡

- 人々は待ち行列遅れと早着・遅着ペナルティを考慮し **出発時刻** を選ぶ
- 均衡状態については CBD 到着時刻 t で検討するのが簡便.

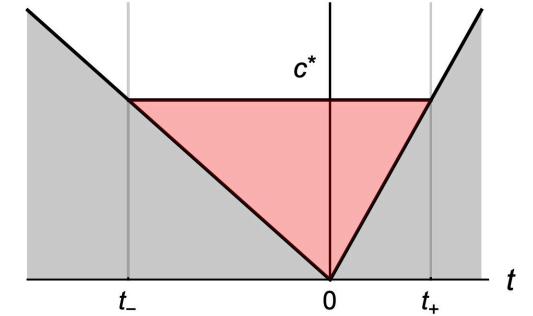
$$c(t) = s(t) + d(t)$$

- 使用されている全ての到着時刻 t で $c(t) = c^*$ のはず：



出発時刻選択均衡

- 使用されている全ての到着時刻 t で $c(t) = c^*$ のはず：



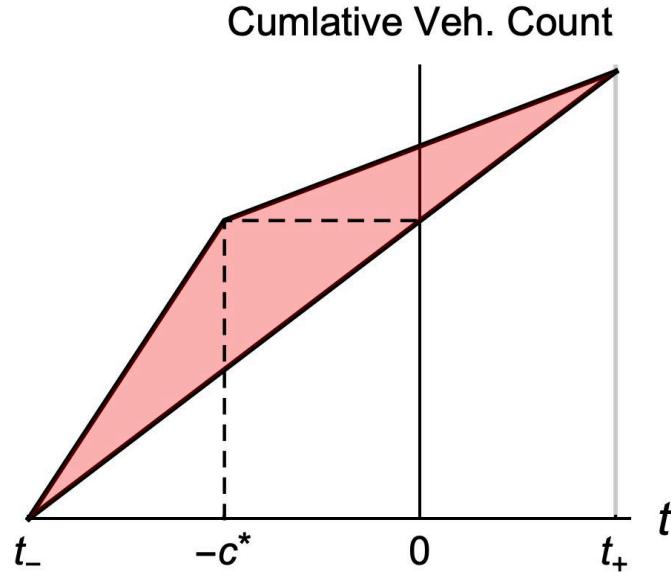
- 均衡交通費用は $c^* = s(t_-) = s(t_+)$
- $t \in (t_-, t_+)$ に到着した通勤者の待ち行列遅れは $d(t) = c^* - s(t)$
- 全需要を捌く \Rightarrow 渋滞開始時刻 t_- ・終了時刻 t_+ は以下を満足：

$$Q = \mu \times (t_+ - t_-)$$

- この条件と $s(t_-) = s(t_+)$ から t_-, t_+ を具体的に求めよ.
- 更に, 均衡交通費用 c^* を Q の関数として求めよ.
- 全通勤者の渋滞遅れの合計を求めよ.

出発時刻選択均衡：流入・流入パターン

- 出発時刻選択均衡における累積図
 - ラッシュアワーのシンプルな表現.



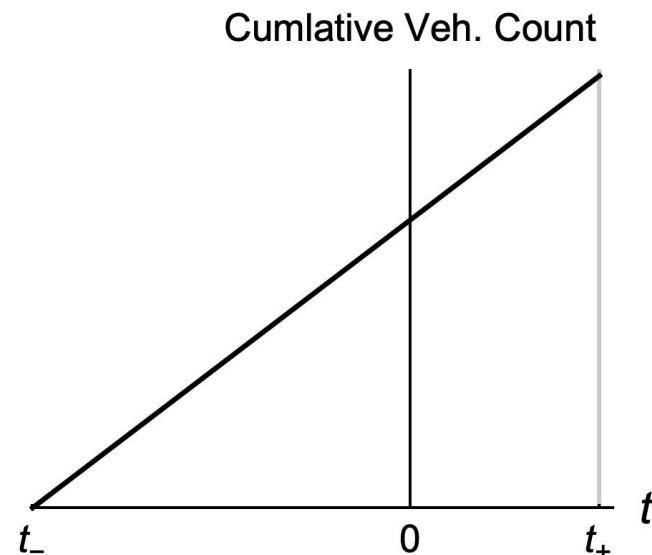
- 時刻 t の流入率を求めよ.

渋滞課金 (dynamic congestion toll)

- 渋滞遅れと全く同じだけの 渋滞課金 を課してみよう
 - 均衡条件は全く変わらない：

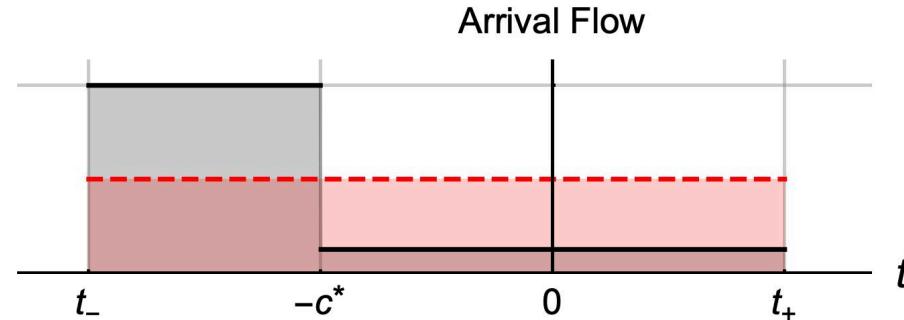
$$c^* = s(t) + p(t)$$

- しかし渋滞は完全に解消される：



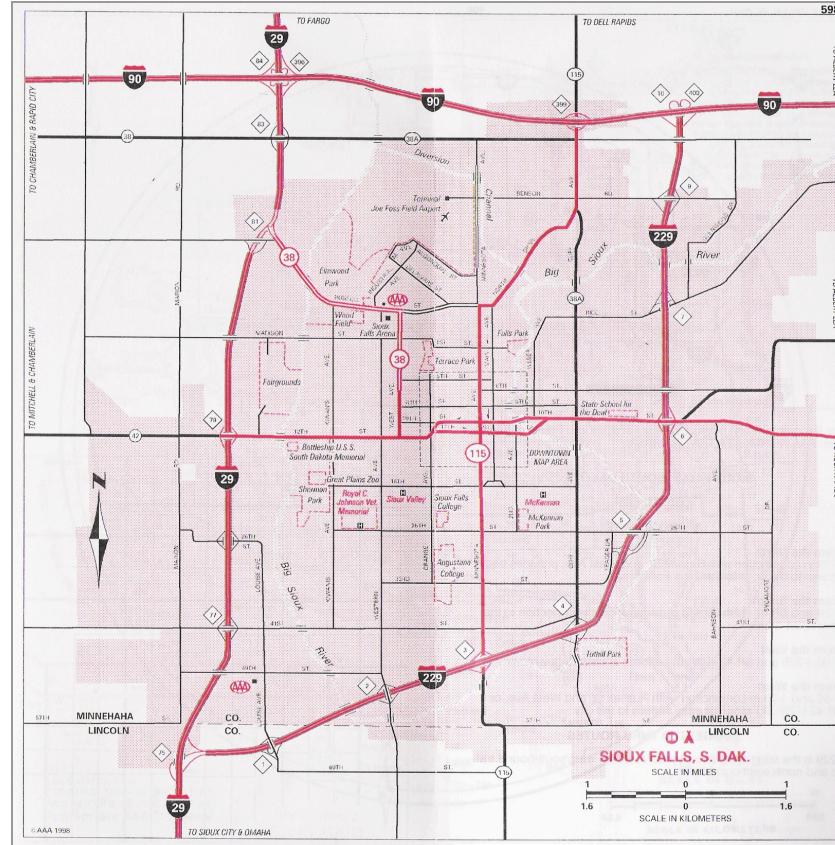
渋滞課金による時間帯分散

- この渋滞課金は通勤者の出発 時間帯分散 を実現



- 課金額 = 各時刻での 限界外部費用 (marginal external cost)
 - その時刻に加わることで他者に追加的に生じる待ち行列遅れ
 - ピーク時間帯ほど課金額が高くなっている
- 利用者の負担は変わらない が BN 容量が効率的に使われる！
- 課金主体は料金収入を BN 容量拡大等に投資可能 \Rightarrow 長期の便益

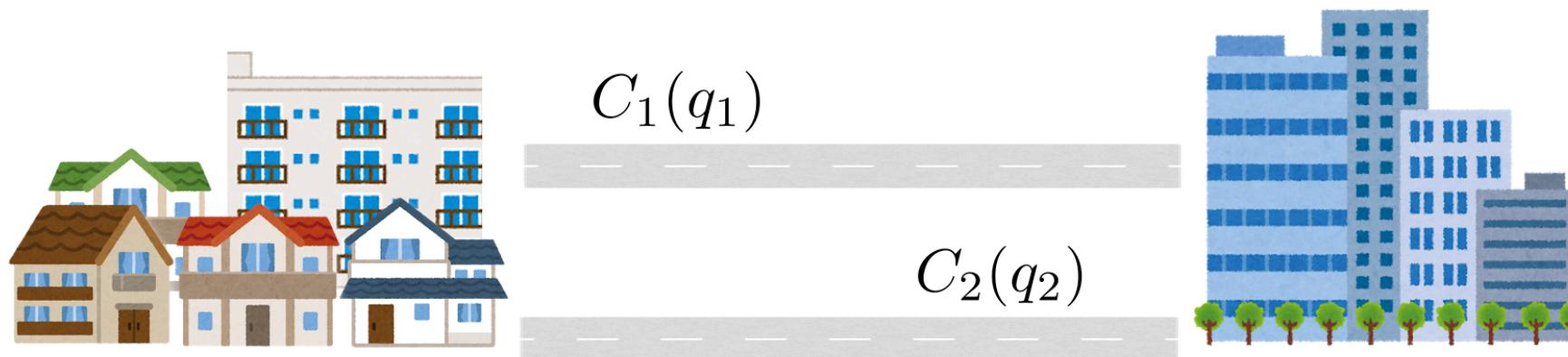
経路選択と混雑課金



Source: Ben Stabler - Transportation Networks (Github) - Sioux Falls Map

経路選択 (route choice) の問題

- ・ ラッシュアワーの動的混雑を捨象し, マクロに見てみよう.
- ・ 実際の通勤ではいくつか選べる 経路 (route) があるだろう.
- ・ Q 人の通勤者がいて, 経路 1, 2 のどちらかを選択できるとする.
- ・ 経路 i の所要時間は単調増加な凸関数 $C_i(q_i)$ で表されるとしよう.

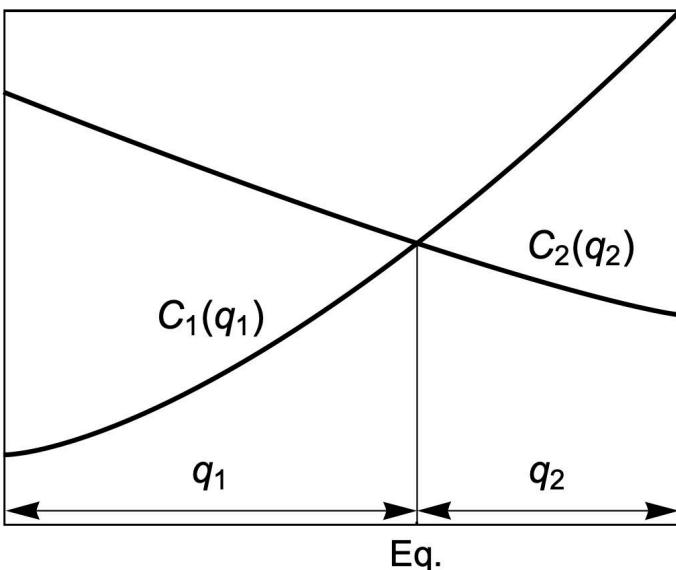


経路選択均衡

- Wordlop の均衡原理：自分だけが経路を変更しても得しない

$$\begin{cases} c^* = C_i(q_i) & \text{if } q_i > 0 \\ c^* \leq C_i(q_i) & \text{if } q_i = 0 \end{cases} \quad i = 1, 2$$

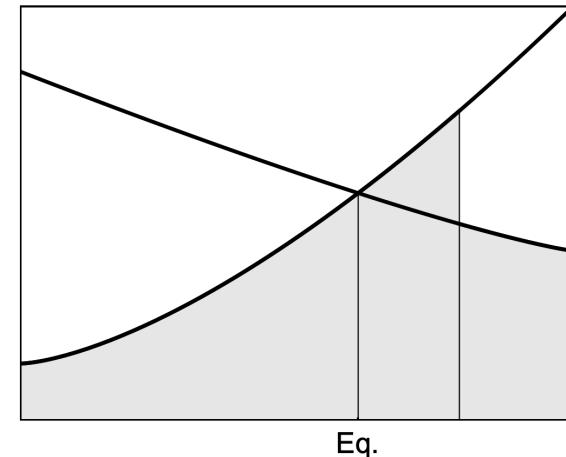
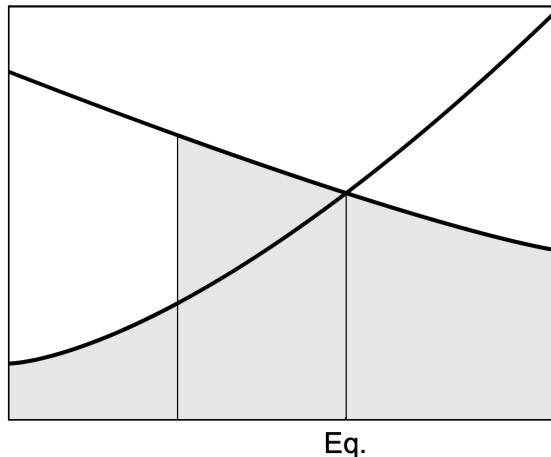
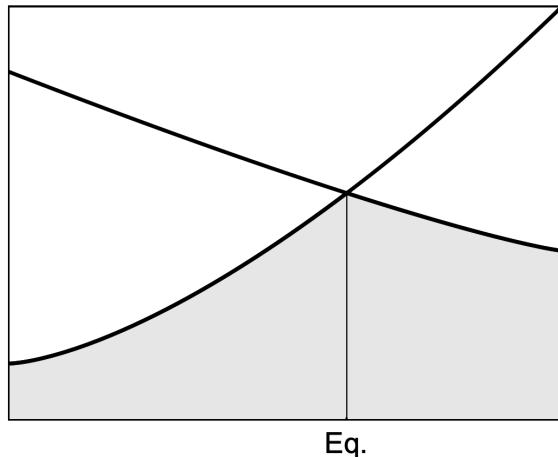
- 絵解きで簡単に求めることができる。両方の経路が使われているなら



経路選択均衡の等価表現

- 経路選択均衡問題は $\{C_i(q_i)\}$ の下側の面積を最小化する問題と等価

$$\min_{q_1, q_2 \geq 0} Z(q_1, q_2) \equiv \int_0^{q_1} C_1(\omega) d\omega + \int_0^{q_2} C_2(\omega) d\omega \quad \text{s.t.} \quad q_1 + q_2 = Q.$$



- 📝 最適解となるための条件と均衡条件が一致することを確認せよ.
- 経路選択問題より広いクラスの問題 (**potential game**) で成立

総費用最小化問題との比較

- 経路選択均衡問題は $\{C_i(q_i)\}$ の下側の面積を最小化する問題と等価

$$\min_{q_1, q_2 \geq 0} Z(q_1, q_2) \equiv \int_0^{q_1} C_1(\omega) d\omega + \int_0^{q_2} C_2(\omega) d\omega \quad \text{s.t.} \quad q_1 + q_2 = Q.$$

- 一方、総費用最小化問題としての社会最適問題は

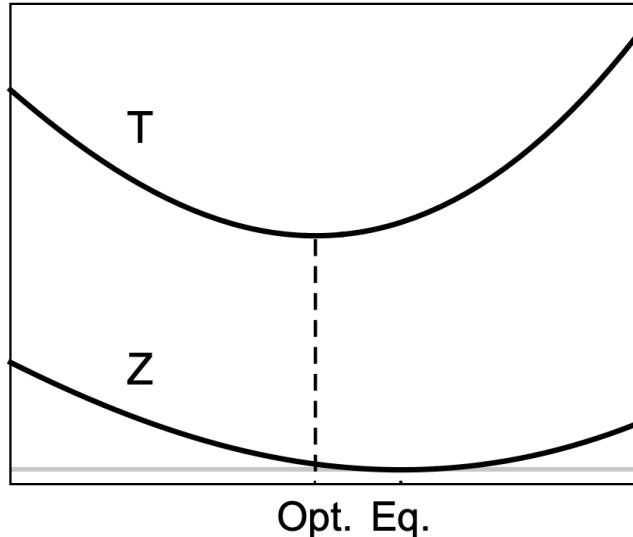
$$\min_{q_1, q_2 \geq 0} T(q_1, q_2) \equiv q_1 C_1(q_1) + q_2 C_2(q_2) \quad \text{s.t.} \quad q_1 + q_2 = Q.$$

- 再び私的費用と社会的限界費用の差 = 最適な混雑課金水準を確認可能

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = C_i(q_i) + q_i \times C'_i(q_i) = \frac{\partial Z}{\partial q_i} + \color{red}{q_i \times C'_i(q_i)}$$

総費用最小化問題との比較

- 費用最小化解は均衡解よりも経路間で分散：
最適な混雑課金は 空間的分散 をもたらす.

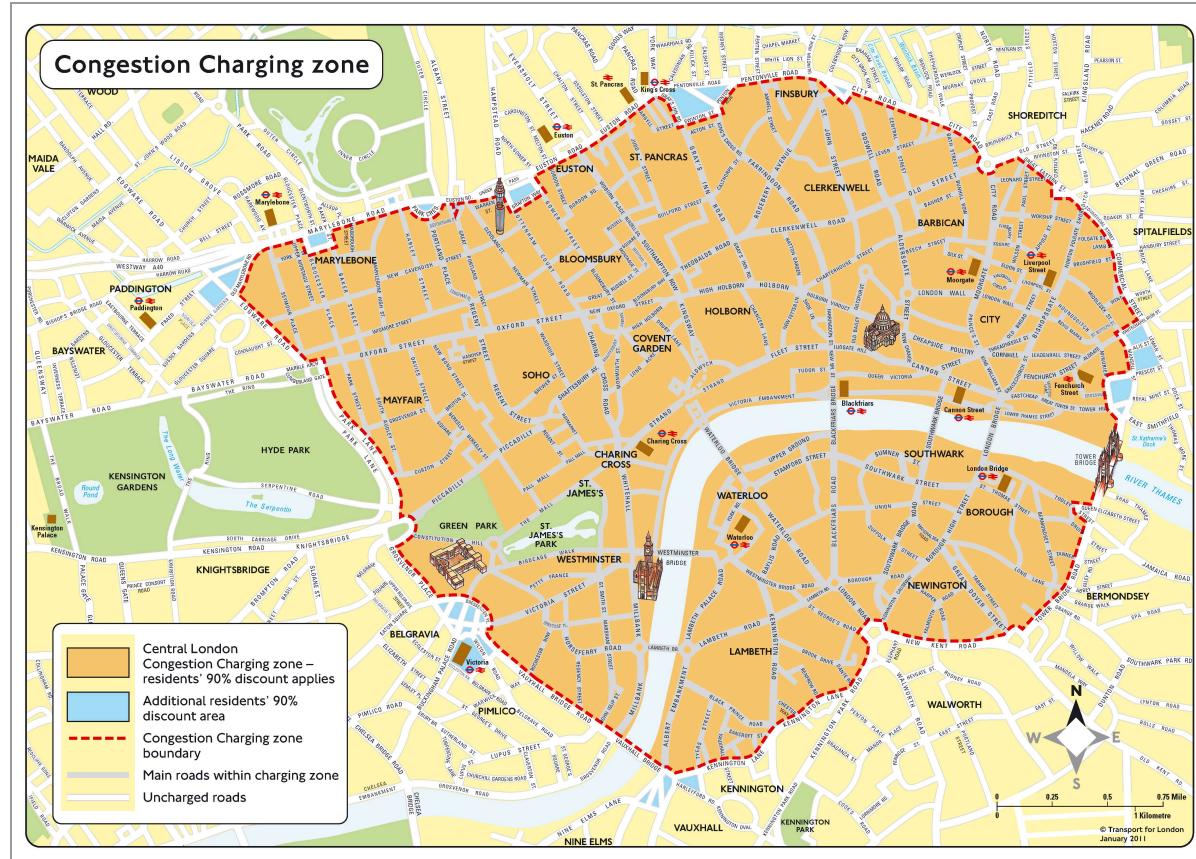


- cf. ボトルネックモデルにおける 時間的分散
- 交通需要マネジメント は時間的・空間的分散の誘導を目指す

交通選択における均衡と最適

- 均衡状態 (equilibrium)
 - 選択主体の私的な効用が個人の選択変更によって改善できない状態
- 最適配分 (first-best assignment; optimum)
 - 総費用最小化など 前提とする厚生基準 に従う割り当て
- 次善配分 (second-best assignment; constrained optimum)
 - 最適配分以外. 最適料金を賦課できないなら最適配分は実現しない
- 利用者均衡 (user equilibrium), システム最適 (system optimum) とも
- 最適・次善の別は考慮する時間スケールに依存 (e.g., 容量増強)

混雑課金の実際



Source: Transport for London

混雑課金の実行

- 理想的には混雑による社会的外部費用と一致する課金により「最適」
- 「最適」課金の基本的な困難性と問題点
 - 困難性：真の社会的限界費用？ 私的情報の観測？ 料金徴収技術？
 - 問題点：衡平性 (equity) の問題
 - e.g., 所得の低い利用者ほど不利益を被る可能性
- 実際上の対応
 - 困難性：「理想」はあきらめる（料金徴収技術については解決傾向）
 - 問題点：種々の料金収入を用いた再分配施策

次善課金の例

- Cordon toll

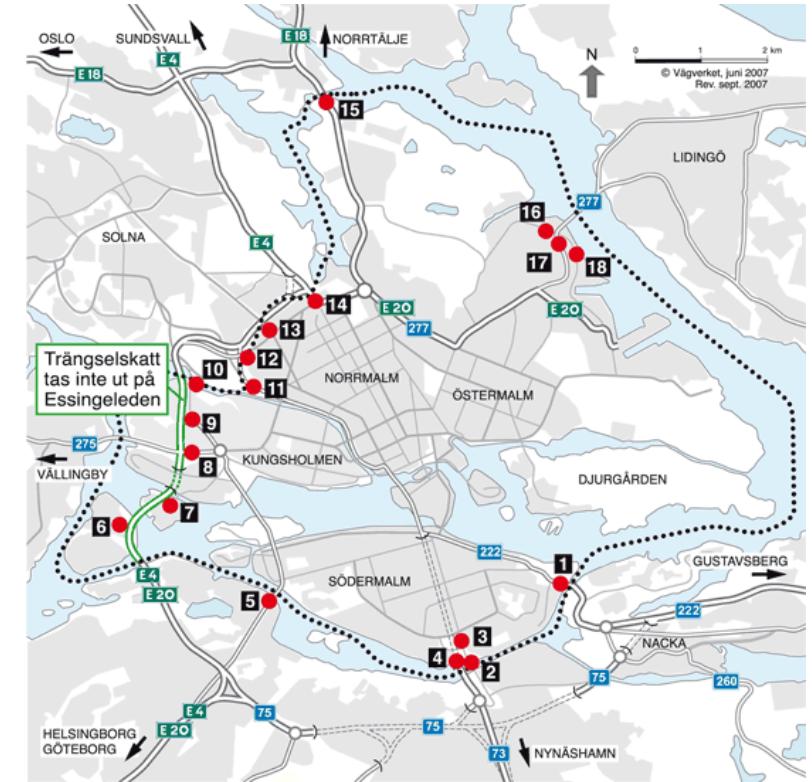
- 空間方向の単純化. 流入点における課金

- Step toll

- 時間方向の単純化. 時間帯別に課金額変更

土日・祝日 (上り線)

区分	0時から4時	4時から13時	13時から19時	19時から20時	20時から24時
軽自動車等	320円	640円	1,280円	640円	320円
普通車	400円	800円	1,600円	800円	400円
中型車	480円	960円	1,920円	960円	480円
大型車	660円	1,320円	2,640円	1,320円	660円
特大車	1,100円	2,200円	4,400円	2,200円	1,100円



Transport Styrelsen (Stockholm)

千葉県報道発表 (2024.12.4) : アクアラインに時間帯別料金の社会実験内容の変更

再分配施策の例

- 不利益を非対称に被る利用者への影響を緩和し社会的受容性を高める
 1. 定額給付：金銭的還元 (e.g., 年間キャッシュバック)
 2. 公共交通の整備・サービス改善・割引：代替手段の提供
 3. 低所得層向け免除・割引制度：選別的課金緩和 (e.g., フリークレジット)
 4. インフラ投資：利用者全体への長期的還元
- どのような方法を取るにせよ、料金収入は交通インフラ投資など長期的な利用者便益に資する目的への **特定支出** (earmarked expenditure) になるという前提の共有が重要。
 - 経済学的動機からは当然の前提であるためつい見逃しがち。

まとめ

- 道路交通の物理のひろがり
- 動的・静的な交通均衡モデルの紹介と渋滞・混雑課金の基本
- 混雑課金の実態

← TO BE CONTINUED... // 公共交通とその価格設定

- 社会的余剰の復習
- 規模の経済と自然独占
- 価格設定



参考文献

- [1] [Train, K. E. \(2009\). Discrete Choice Methods with Simulation.](#) Cambridge.
- [2] Bierlaire, M. (2016). Multivariate extreme value models. *EPFL Lecture Note*.
- [3] Bierlaire, M. (2008). Nested logit models. *EPFL Lecture Note*.
- [4] Daly, A. & Bierlaire, M. (2006) A general and operational representation of Generalised Extreme Value models. *Transportation Research Part B*, Vol.40, Issue.4, pp.285-305