

大学院講義 2025年度前期 交通経済学

# 交通投資とパラドクス

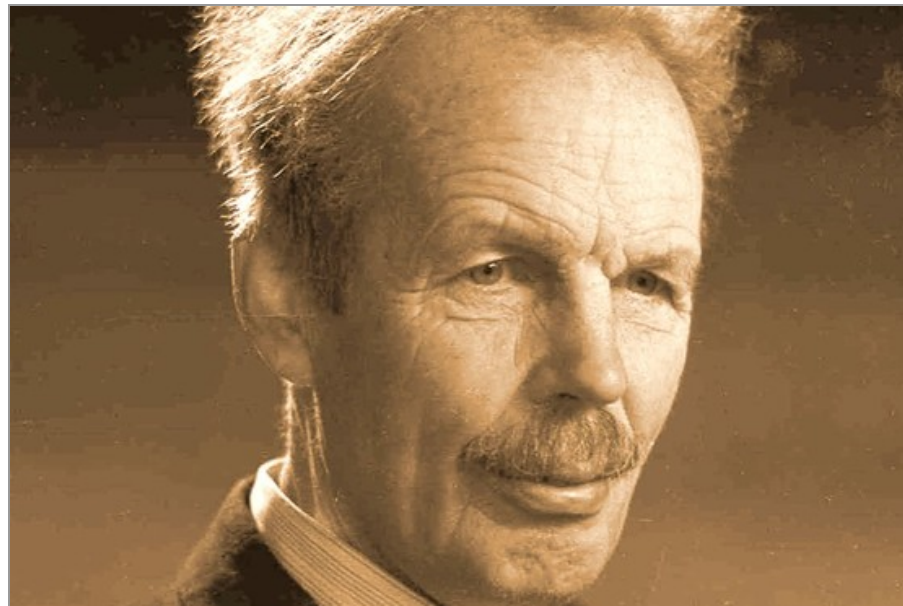
## 道路を作ると更に混む？

大澤 実（経済研究所）

# 今日の目標

- 最適な交通投資について理論モデルから考える
  - 自給原理 (self-financing principle)
- いくつかの著名な理論的逆説 (paradox) とその含意を学ぶ
  - Pigou–Night–Downs のパラドクス
  - Downs–Thomson のパラドクス
  - Braess のパラドクス
- 本講の底本：竹中 (2018), Small, Verhoef, & Lindsey (2024)

# 混雑課金と交通投資



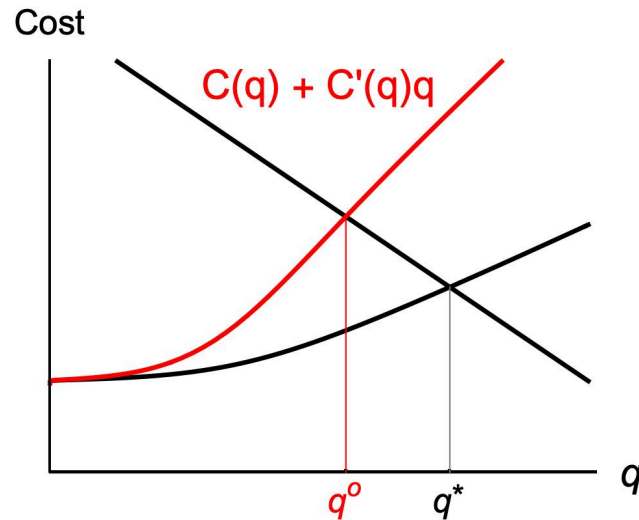
Arthur Cecil Pigou  
(1877–1959)

# 復習：私的費用と社会的限界費用

- 混雑のある道路を考えよう．交通費用関数が  $C(q)$  だとする．
- 社会の総交通費用は  $q \cdot C(q)$ ．1人追加する社会的費用は

$$C(q) + q \cdot C'(q) > C(q)$$

- 総交通費用の意味で **過剰利用** になる： $q^* > q^o$



# 短期の余剰最大化問題

- 確認してみよう. 単一時点・短期の余剰最大化問題を考える.
- 逆需要関数:  $V(q)$  (= willingness to pay)
- 総社会費用:  $T(q) = q \cdot C(q) + K(\mu)$ 
  - $C(q)$ : 利用者一人あたりの短期交通費用
  - $K(\mu)$ : 固定費用 (この期間の資本コスト).  $\mu$  は道路容量
- 短期の余剰最大化問題は,  $\mu$  を固定したもとの

$$\max_{q \geq 0} W(q) \equiv \int_0^q V(\omega) d\omega - T(q)$$

# 短期の余剰最大化問題

- 最適解を  $q^o$  とする.  $q^o > 0$  なら最適性条件は

$$W'(q^o) = V(q^o) - C(q^o) - q^o \cdot C'(q^o) = 0$$

- 余剰を最大化する価格設定  $p^o$  は  $p^o = V(q^o)$  を満足する. したがって

$$p^o = C(q^o) + q^o \cdot C'(q^o)$$

- $q^o$  を均衡で実現する混雑料金設定が  $\tau(q) = q \cdot C'(q)$ 
  - 道路利用者が被る費用が社会的限界費用と等しくなる
- 徴収した混雑料金を道路投資に利用可能な **長期の問題** を考えよう

# 長期の余剰最大化問題


- 道路容量  $\mu$  を選ぶことができるとする.  $C$  は  $\mu$  の減少関数としよう.
- 混雑課金ルールは変わらない. 道路容量  $\mu$  に対する最適性条件は

$$-q^o \cdot \frac{\partial C}{\partial \mu}(q^o, \mu^o) - K'(\mu^o) = 0$$

$$\text{or} \quad K'(\mu^o) = -q^o \cdot \frac{\partial C}{\partial \mu}(q^o, \mu^o).$$

- 容量増強のための限界費用の増加と, それによる総交通費用の減少がちょうど釣り合う水準が最適容量  $\mu^o$

# 最適状態における総混雑料金収入

- 仮定：利用者の費用関数が  $C(q, \mu) = \tilde{C}(q/\mu)$  の形だとする
  - e.g., BPR 関数
-  このとき以下の関係が成立する：

$$\mu \cdot \frac{\partial C}{\partial \mu}(q, \mu) = -q \cdot \frac{\partial C}{\partial q}(q, \mu)$$

- このとき、最適状態における総混雑料金収入は


$$q^o \cdot \tau^o = q^o \cdot q^o \cdot \frac{\partial C}{\partial q}(q^o, \mu^o) = -\mu^o \cdot q^o \cdot \frac{\partial C}{\partial \mu}(q^o, \mu^o) = \mu^o \cdot K'(\mu^o)$$



# 自給原理 (Self-financing Principle)

- 交通投資の規模の経済性を  $s(\mu) \equiv K(\mu)/(\mu \cdot K'(\mu))$  とすると

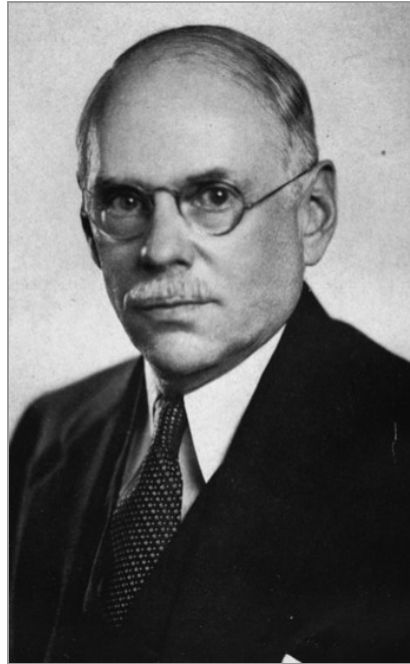
$$\frac{q^0 \cdot \tau^0}{K(\mu^0)} = \frac{1}{s(\mu^0)}$$

-   $K(\mu) = k\mu$ ,  $K(\mu) = k\mu^\alpha$ ,  $K(\mu) = f + k\mu^\alpha$  のとき  $s(\mu)$  を求めよ.
- $s(\mu) = 1$  であれば交通投資はちょうど **自給可能** (self-financing)
  - 最適混雑料金収入を交通投資  $\Rightarrow$  最適資本投資 (解釈には注意必要)
- $s(\mu) > 1$  であれば赤字が,  $s(\mu) < 1$  であれば黒字が発生する.

# 自給原理 ( $s(\mu) = 1$ ) の条件

1. 交通費用が  $q/\mu$  のみに依存（規模に関する収穫一定のサービス）
2. 整備費用  $K$  に規模の経済がない
3.  $\mu$  が連続的に供給可能
  - 道路交通ではまあまあ成り立つ可能性がある
  - 公共交通は規模の経済が支配的な場合成立しない。大都市で混雑が支配的なケースでは道路交通に類似
  - 最適課金は困難。理論ベンチマーク。ただ、成立しているかは実証可能

# 誘発需要とパラドクス



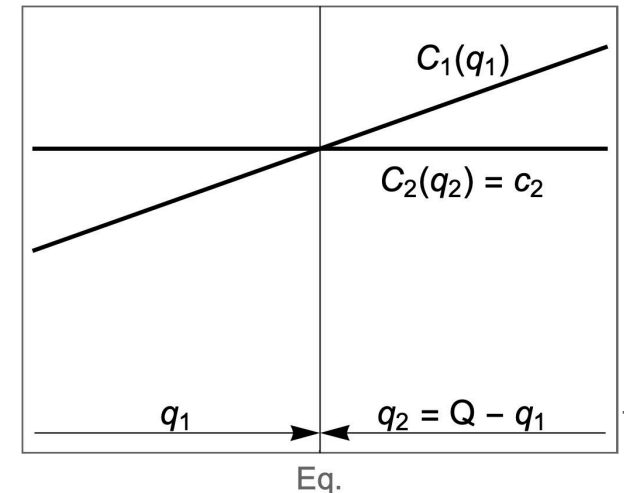
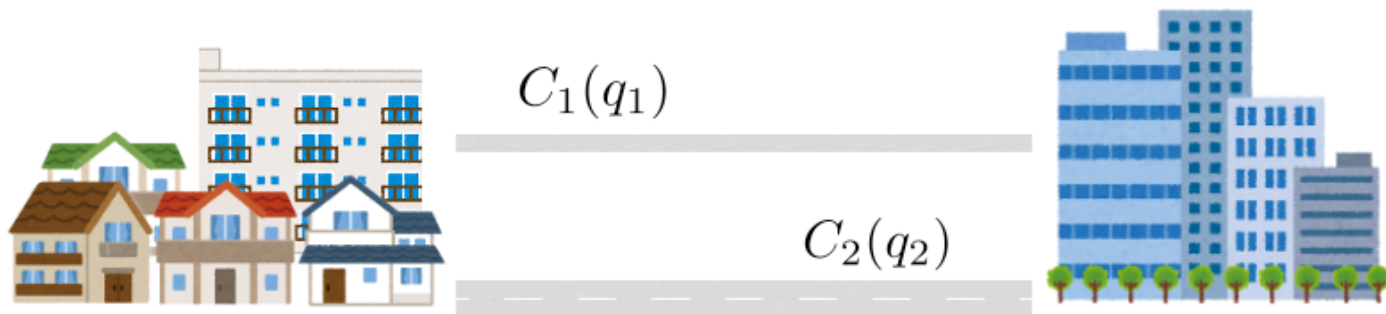
Frank Hyneman Knight  
(1885-1972)

# 誘発需要 (Induced Demand)

- 交通投資による **誘発需要** または **誘発交通** (induced traffic) :  
交通プロジェクト → 交通費用 ↓ → 魅力度 ↑ → 交通量 ↑
- 潜在的な交通需要 (latent demand) が大きく価格弾力性が高い場合、  
需要増による混雑効果が交通整備による時間短縮効果を上回る可能性
  - 大都市では潜在需要が大きいと考えられる。
- (適切な混雑課金と組み合わせされない場合) 都市内の混雑緩和の手段として道路投資は必ずしも適さない。
- 誘発交通に起因する「パラドクス」をいくつか見てみよう。

# Pigou–Knight–Downs のパラドクス

- 最適混雑課金が実施されていない  $Q$  人が通勤する都市を考えよう.
- 混雑しやすいルート 1・全く混雑しないルート 2 ( $C_2(q_2) = c_2$ )
- 両方のルートが使用される均衡においては  $C_1(q_1) = c_2$
- ルート 1 で発生している混雑を緩和するために道路を改善すべきか？
- 💡 ルート 2 からの切り替えはルート 1 にとっての誘発需要になる.

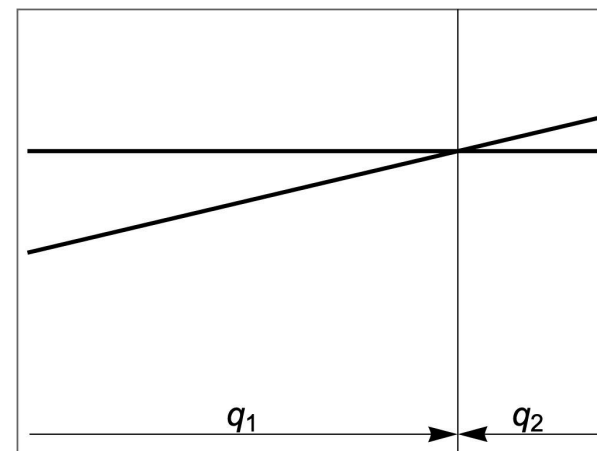
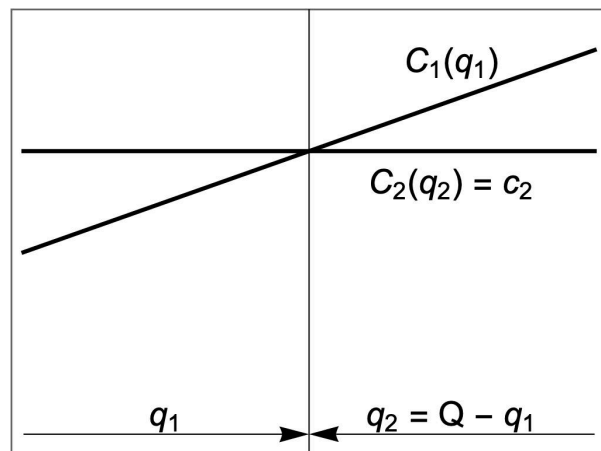


# Pigou–Knight–Downs のパラドクス

- $\mu_1 > \mu'_1$  となるような交通容量拡張を考えよう :

$$C_1(q_1) = a_1 + b_1 \frac{q_1}{\mu_1} \quad \mapsto \quad C_1(q_1) = a_1 + b_1 \frac{q_1}{\mu'_1}$$

- この投資は総交通費用に影響を及ぼさない
  - $C_1(Q) < c_2$  でなければ常に  $q_1 C_1(q_1) + q_2 C_2(q_2) = c_2 Q$

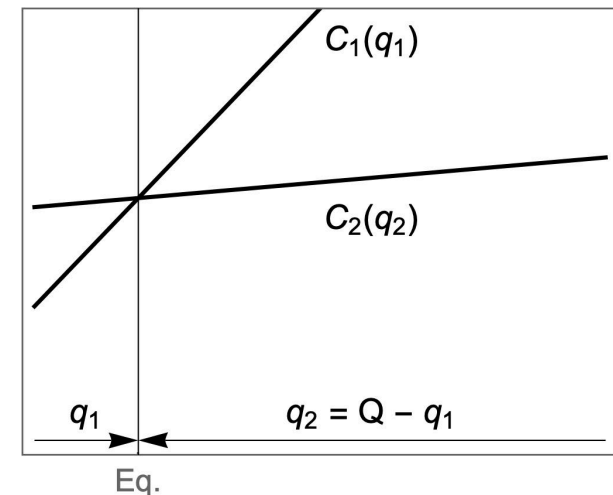
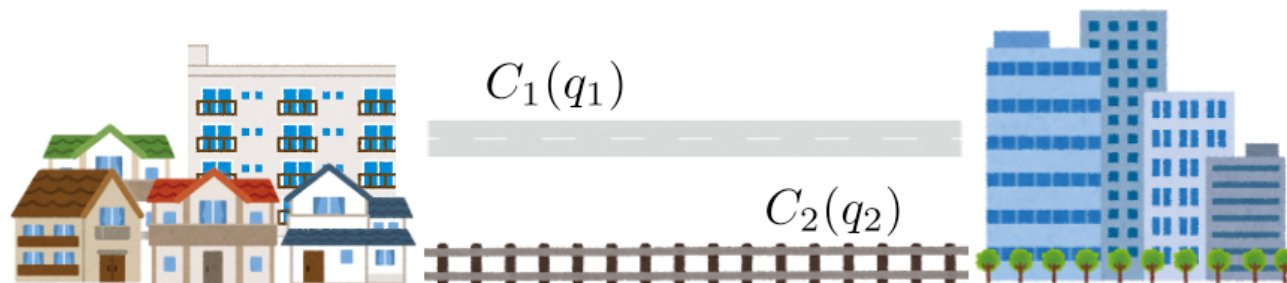


# Pigou–Knight–Downs のパラドクスの含意

- $C_2$  が定数という極端ケースでなくとも，ルート 2 が相対的に混みにくい場合，社会的総交通費用の減少幅が経路変更の影響で小さくなる.
- 更にルート 1 に投資し， $C_1(Q) \equiv c_1 < c_2$  なら，総費用は  $c_1 C_1(Q)$ .
  - 総交通費用は減少するが..... 🤔💭
  - 📝 このような投資が正当化されるかは余剰分析が必要.
- 教訓：代替ルートが存在するときその代替ルートの特性によっては混雑緩和の目的で道路投資しても問題の解決につながらないことがある.

# Downs–Thomson のパラドクス

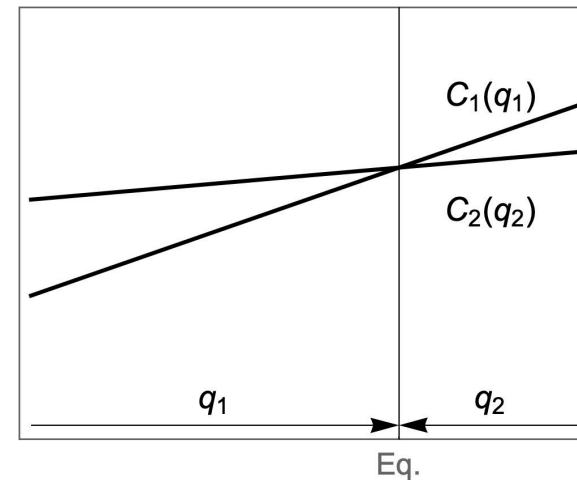
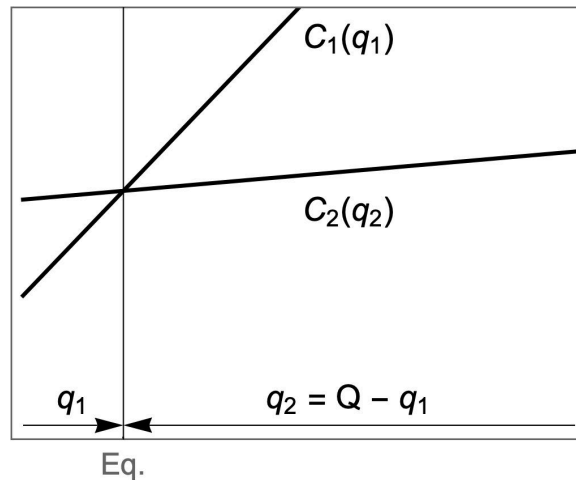
- ルート 2 が公共交通である場合を考えよう.
- 公共交通の一般化費用は利用者数の **減少関数** であるとする.
  - 平均費用価格設定・運行本数の増加による待ち時間減少を表現
- 道路は自家用車利用拡大で混雑に悩まされている. 容量拡張すべきか？





# Downs–Thomson のパラドクス

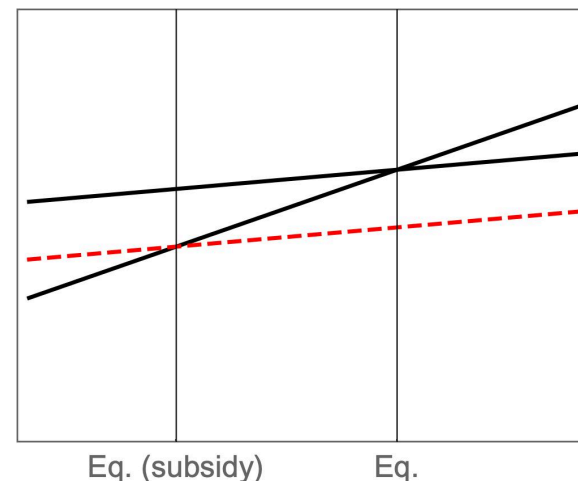
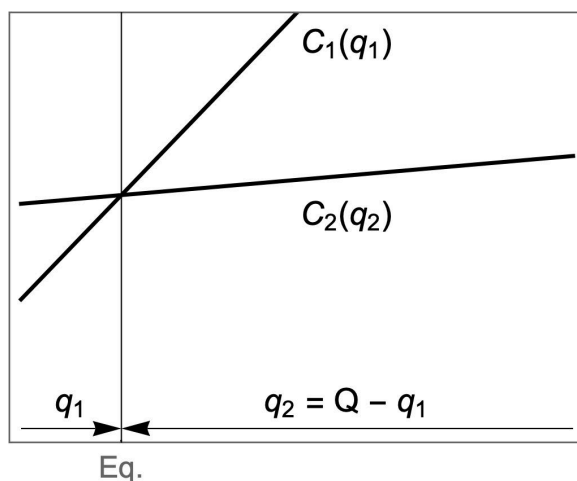
- 道路の容量に対する投資を考える.
- この投資は総交通費用を 増加させる.
  - $C_1$  の下方シフト → 均衡交通費用の増加



- 道路投資は混雑を悪化させ、かつ公共交通のサービス水準も下げる.

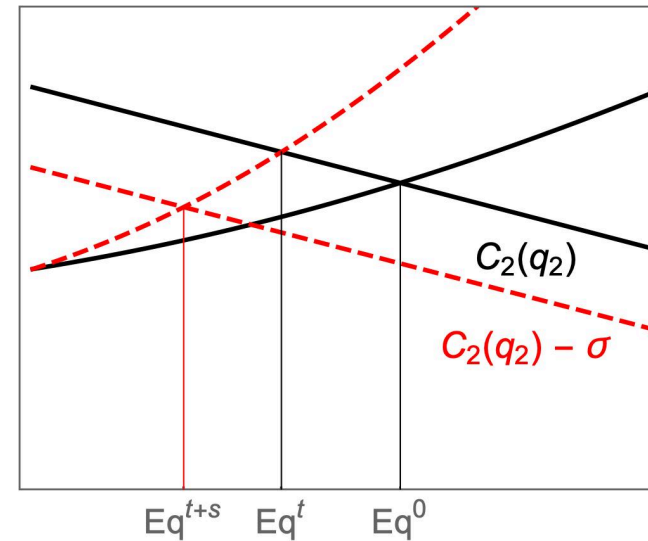
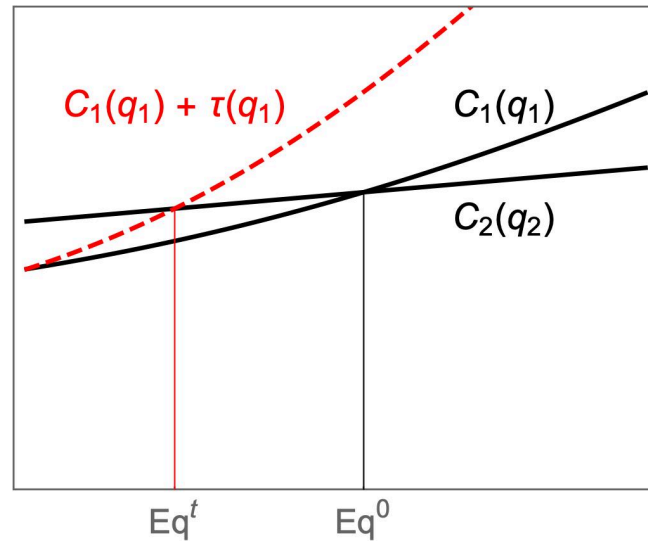
# Downs–Thomson のパラドクスの含意

- 道路容量拡張 → 短期で交通費用減少 → 鉄道から自家用車への転換
  - 鉄道：→ 採算性のためサービス水準低下 → 鉄道の所要時間増
  - 道路：→ 混雑増加 → 自家用車の所要時間増
- 教訓：Pigou–Knight–Downs と同様（補完的な選択肢の特徴が重要）
  - 公共交通の観点からは，モード横断的な税・補助金設計の必要性



# 補論：混雑課金と公共交通

- 地域の状況に応じて望ましい TDM スキームは異なる。
  - 左：地方の中小鉄道．平均費用は逓減局面であり，維持が課題．
  - 右：都市部鉄道．混雑費用が非線形に増大．平均費用は逓増局面．
- 左は混雑料金で交通網全体のパフォーマンス改善．右ではどうか？🤔



# 高速道路の “Downs’s Law”



James Anthony Downs  
(1930–2021)

# 高速道路の “Downs’s Law”

- Downs のパラドクスのより強い主張は次の通り：  
「道路に投資すればするほど誘発需要が発生し混雑は解決しない」
- 一般にいつこれが起こるだろうか？ 簡単な均衡モデルを考えよう.
- 需要関数  $q = D(c)$ , 交通費用  $c = C(\rho) = C(q/\mu)$  とすると均衡は
$$q = D(C(\rho)) = D(C(q/\mu)).$$
- $\mu$  について全微分すると

$$\frac{dq}{d\mu} = \frac{dD}{dc} \frac{dC}{d\rho} \left( \frac{dq}{d\mu} \frac{1}{\mu} - \frac{q}{\mu^2} \right)$$

# 誘発需要の “Downs’s Law” ?

- 導出した条件から弾力性  $E$  に書き換えてみよう.

$$\begin{aligned} E_{q\mu} &\equiv \frac{\mu}{q} \frac{dq}{d\mu} = \frac{\mu}{q} \frac{dD}{dc} \frac{dC}{d\rho} \left( \frac{dq}{d\mu} \frac{1}{\mu} - \frac{q}{\mu^2} \right) \\ &= \frac{c}{q} \frac{dD}{dc} \cdot \frac{q/\mu}{c} \frac{dC}{d\rho} \cdot \frac{\mu^2}{q} \left( \frac{dq}{d\mu} \frac{1}{\mu} - \frac{q}{\mu^2} \right) \\ &= E_{qc} \cdot E_{c\rho} \cdot (E_{q\mu} - 1) \end{aligned}$$

- すなわち均衡需要  $q$  の交通容量  $\mu$  に対する弾力性は

$$E_{q\mu} = - \frac{E_{qc} E_{c\rho}}{1 - E_{qc} E_{c\rho}}$$

# 誘発需要の “Downs’s Law” ？

- 均衡需要  $q$  の交通容量  $\mu$  に対する弾力性：

$$E_{q\mu} = -\frac{E_{qc}E_{c\rho}}{1 - E_{qc}E_{c\rho}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{E_{qc}E_{c\rho}}}$$

- Downs's law が成立する ( $E_{q\mu} \approx 1$ ) のはどのような時か？ 🤔💭
- 日本の場合，新規の道路投資に対して弾力性は 1.3 程度
- ただし実証分析では投資量指標の解釈に注意が必要 (Anas, 2024)

Duranton & Turner (2011). The fundamental law of road congestion: Evidence from US cities. *American Economic Review*, 101(6).

Hsu & Zhang (2014). The fundamental law of highway congestion revisited: Evidence from national expressways in Japan. *Journal of Urban Economics*, 81.

Anas (2024). “Downs's Law” under the lens of theory: Roads lower congestion and increase distance traveled. *Journal of Urban Economics*, 139.

# Braess のパラドクス



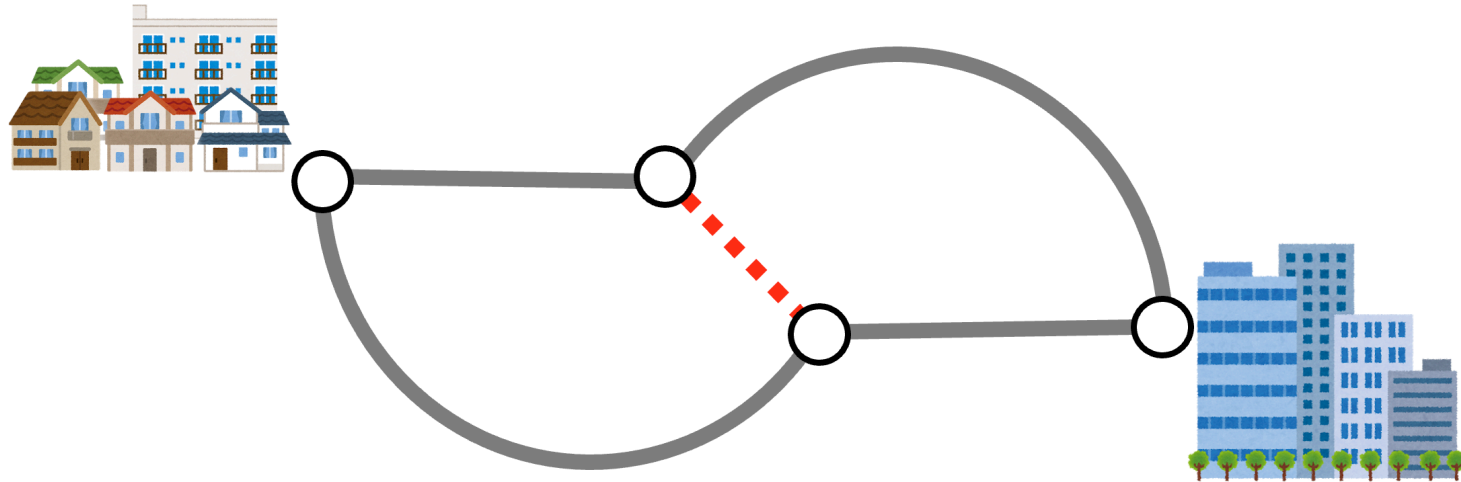
Dietrich Braess

(1938–)



# Braess のパラドクス

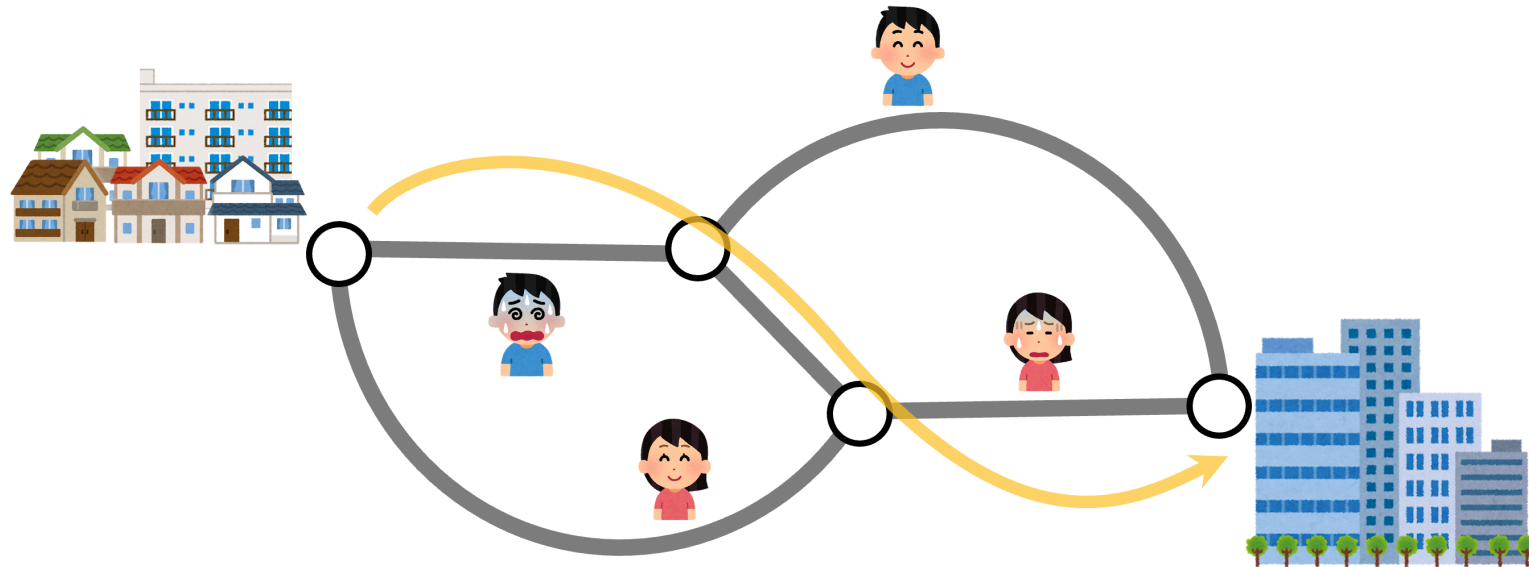
- 道路が混雑している。赤線部分に道路を建設したらよいのでは？ 😬



- ⚠️ 最適混雑課金がなされない状況では、余計にネットワーク全体の交通費用が増えることがある。

# Braess のパラドクス

- 結果的に全ての経路の交通費用は等しいが.....
- 新しい経路が追加された結果, 重複リンクへ交通量の偏りが発生.
- 混雑度合いが増加するような道路リンクの限界費用が高いケースでは  
均衡における 総費用は整備前より悪化



# Braess のパラドクスの含意

- 教訓：最適な混雑料金が賦課されていないとき，ネットワークの構造を考慮しない道路整備は混雑の悪化を招く可能性がある。
- 補足：交通均衡モデルの **無秩序の代償** (price of anarchy; PoA) は

$$\text{PoA} = \frac{\text{TC}(\mathbf{q}^{\text{eqm.}})}{\text{TC}(\mathbf{q}^{\text{opt.}})}$$

- PoA は基数的な定式化に数値が依存．利得構造が合意可能な **経路選択モデル** (congestion game / selfish routing) での検討が多い．

Roughgarden (2005). **Selfish Routing and the Price of Anarchy**. MIT Press.

Milchtaich (2006). Network topology and the efficiency of equilibrium. *Games and Economic Behavior*, 57(2).

Acemoglu, Makhdoumi, Malekian, & Ozdaglar (2018). Informational Braess' paradox: The effect of information on traffic congestion. *Operations Research*, 66(4), 893-917.

# まとめ

- 交通投資の自給原理
- 誘発需要の概念
- 関連する種々のパラドクスとその含意



交通と都市・地域経済

# 参考文献

- [1] 竹内 (2018). **交通経済学入門 新版**. 有斐閣ブックス.
- [2] Small & Verhoef (2007). **The Economics of Urban Transportation**. Routledge. (Ch.5.1 "Capacity Choice for Highways").
- [3] 金本 & 藤原 (2016). **都市経済学 第2版**. プログレッシブ経済学シリーズ, 東洋経済新報社.
- [4] Anas, A. (2024). "Downs's Law" under the lens of theory: Roads lower congestion and increase distance traveled. *Journal of Urban Economics*, 139, 103607.