

1 二次方程式の解法

1.1 問題

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) の解は以下の式で与えられることを示せ.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1.2 証明

以下の式はすべて同値.

$$\begin{aligned} 2x^2 + 3x - 7 &= 0 \\ 2\left(x^2 + \frac{3}{2}x\right) - 7 &= 0 \\ 2\left\{\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2\right\} - 7 &= 0 \\ 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{8} - 7 &= 0 \\ 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 &= \frac{9}{8} - 7 \\ 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 &= \frac{9 + 56}{8} \\ \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 &= \frac{65}{16} \\ x + \frac{3}{4} &= \pm\sqrt{\frac{65}{16}} \\ x &= -\frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{65}}{4} \\ x &= \frac{-3 \pm \sqrt{65}}{4} \quad \square \end{aligned}$$