1　二次方程式の解法

1.1　問題

二次方程式 $ax^2+bx+c=0 \quad (a>0)$ の解は以下の式で与えられることを示せ.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

1.2　証明

以下の式はすべて同値.

$$\begin{aligned}
ax^2+bx+c&=0 && (a>0)\\
a\Big(x^2+\frac{b}{a}x\Big)+c&=0\\
a\Big\{\Big(x+\frac{b}{2a}\Big)^2-\Big(\frac{b}{2a}\Big)^2\Big\}+c&=0\\
a\Big(x+\frac{b}{2a}\Big)^2-\frac{b^2}{4a}+c&=0\\
a\Big(x+\frac{b}{2a}\Big)^2&=\frac{b^2}{4a}-c\\
a\Big(x+\frac{b}{2a}\Big)^2&=\frac{b^2-4ac}{4a}\\
\Big(x+\frac{b}{2a}\Big)^2&=\frac{b^2-4ac}{4a^2}\\
x+\frac{b}{2a}&=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}\\
x&=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{\sqrt{4a^2}}\\
x&=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|2a|}\\
x&=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\\
x&=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}
\end{aligned}$$ □

$$\frac{ac-bd}{c^2+d^2}-\frac{ad-bc}{c^2+d^2}i$$

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta=\frac{c}{a}$$

$$\mathbb{Q}(\sqrt{2})$$