

課題研究 P2
J-PARC MLF のミューオンビームを用いた
ミューオン崩壊に関する諸量の測定

阿部倫史，池満拓司，小田川高大，田島正規
羽田野真友喜，早川龍，三野裕哉

2018年5月23日

目次

1	序論	2
2	理論	2
2.1	ミューオンとは	2
2.2	ミューオンの寿命	2
2.3	ミッセルパラメータ	3
2.4	ミューオンの g 因子	4
3	実験原理	6
3.1	寿命測定の原理	6
3.2	ミッセルパラメータ測定の原理	6
3.3	g 因子測定の原理	6
3.4	検出器サイズの見積もり	7
4	シミュレーション	8
4.1	Geant4 を用いたモンテカルロシミュレーション	8
4.2	FEMM	8
5	実験方法	9
5.1	MLF ミューオンビーム	9
5.2	測定量と検出器	10
5.3	検出器の製作	13
5.4	架台の製作	17
5.5	FADC	18
5.6	寿命測定のための銅板標的	20
5.7	g 因子測定のための磁場装置	20
5.8	予備実験	22
5.9	ビームを用いた本実験	26
6	プラスチックシンチレータで取得したデータの解析と結果・考察	29
6.1	プラスチックシンチレータのデータ解析	37
7	NaI で取得したデータの解析と結果・考察	46
7.1	信号解析	46
7.2	NaI を用いた寿命と g 因子の解析	50
7.3	エネルギー解析	57
7.4	ミッセルパラメータのまとめ	59
	付録 A μ^+ の崩壊寿命の理論	62

1 序論

本研究ではミューオンの崩壊現象を通して、標準模型、とくに弱い相互作用に関する各種の検証を目的とする。今回の実験で測定したい量は以下の三つである。

1. ミューオンの寿命

ミューオンは弱い相互作用によって崩壊することが知られており、その寿命は標準模型によって計算されている。今回の実験ではミューオンビームを標的中で止めることで、ミューオンの寿命を測定し、その値を理論値と比較することで標準模型の検証を行う。

2. ミッセルパラメータ

ミューオンの崩壊によって出てきた電子（陽電子）のエネルギースペクトルにおいて、ミッセルパラメータと呼ばれるいくつかのパラメータを考えることができ、弱い相互作用の $V - A$ 理論ではこの値が決定されている。また、このエネルギースペクトルには $\cos \theta$ に比例する特徴的な項が存在し、これは弱い相互作用のパリティ対称性の破れを表している。今回の実験ではミューオンの崩壊寿命を測定すると同時にこのエネルギースペクトルを求めてミッセルパラメータの値を決定し、弱い相互作用のパリティ対称性の破れを確認するとともに、 $V - A$ 理論の妥当性を検証する。

3. g 因子

ミューオンの g 因子の測定は標準模型の検証に用いられる典型的な実験の一つであり、とくに現在、標準模型を超えた物理の存在をも示唆する実験である。今回の実験ではミューオンビームを止める標的中に磁場をかけることでミューオンのスピンを歳差運動させ、 g 因子の測定をめざす。

また、これらの実験を通して粒子ビームを用いた素粒子実験に触れ、その方法を会得することを目的とする。

2 理論

本節では今回の実験で測定する物理量についてその背景にある理論を概説する。なお、詳しい計算等については一部については付録を見るか、あるいは参考文献を参照してほしい。

2.1 ミューオンとは

ミューオン (μ^\pm) は 1936 年に Anderson らによって宇宙線から発見された、標準模型におけるレプトンの第二世代に属する素粒子である。 μ^\pm は電子と同じ電荷 $\pm e$ 、スピン $1/2$ を持ち、質量はその約 200 倍である。より正確には

$$m_\mu = 105.6583745 \pm 0.0000024 \text{ MeV}$$

と測定されている。

2.2 ミューオンの寿命

μ^\pm はほぼ 100 % の崩壊確率で次の崩壊を起こす。



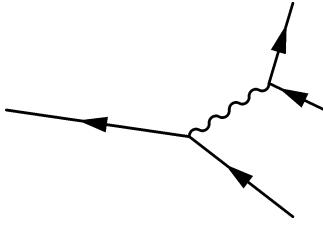


図 1: μ^+ の崩壊のファインマン図

今回の実験では μ^+ を用いるので、以下 μ^+ についてその寿命を計算する。

μ^+ の崩壊を表すファインマン図は図 1 である。V – A 理論によればこの過程のファインマン振幅は

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & -g_W^2 [\bar{u}(\mathbf{q}_1) \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) v(\mathbf{p}') \\ & \times \frac{(-g_{\alpha\beta} + k_\alpha k_\beta / m_W^2)}{k^2 - m_W^2 + i\epsilon} [\bar{v}(\mathbf{p}) \gamma^\beta (1 - \gamma_5) v(\mathbf{q}_2)] \end{aligned} \quad (3)$$

と書ける。ただし p, q, k, α, β などは図 1 に対応し、 g_W は弱い相互作用の結合定数である。その他の notation は付録に記載している通りである。ここで、 m_W^2 が k^2 にくらべて十分大きいとし、 $m_W \rightarrow \infty$ の極限をとつて計算すると、詳細な計算は付録に掲載するが結果として μ^+ の寿命

$$\tau_\mu = \frac{192\pi^3}{G^2 m_\mu^5} \quad (4)$$

が得られる。ここで G は Fermi 結合定数である。

実際の測定値としては

$$\tau_\mu = 2.1969811 \pm 0.0000022 \times 10^{-6} \text{ s}$$

という値が得られている。

2.3 ミッセルパラメータ

式 (2) で書かれる μ^+ の崩壊で出てくる e^+ を考える。完全に偏極された μ^+ の崩壊を静止系で考えると、出てくる e^+ のエネルギー及び角度分布はミッセルパラメータと呼ばれる四つのパラメータ ρ, η, ξ, δ を用いて次のようにあらわすことができる。

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Gamma}{x^2 dx d(\cos\theta)} \propto & (3 - 3x) + \frac{2}{3}\rho(4x - 3) \\ & + 3\eta x_0 \frac{1-x}{x} + \xi \cos\theta \left[(1-x) + \frac{2}{3}\delta(4x - 3) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

ここでニュートリノの質量や輻射補正は無視した。ただし、 θ は e^+ の運動量と μ^+ のスピンのなす角度であり、 x は e^+ のエネルギーを最大値 1 で規格化したものである。また、 x_0 は e^+ のエネルギーが m_e のときの x の値であり、これは通常無視できるので第 3 項は考えないことが多い。以上の計算の詳細は付録に掲載する。

$\theta = \pi/2$ で、もしくは全 θ にわたって測定した場合には、第 1 項、第 2 項のみを考えればよい。このとき式 (5) から

$$\frac{d\Gamma}{x^2 dx} \propto (3 - 3x) + \frac{2}{3}\rho(4x - 3) \quad (6)$$

となる。Michel によると、Lorentz 共変な相互作用においては $\rho = 0, 0.75, 1$ のいずれかになることが分かれている。入射粒子数で規格化すると、結局 Γ は ρ によらないので式 (6) をそのまま描いて、測定で得られるグラフの形は図 2 のいずれかのようになる。

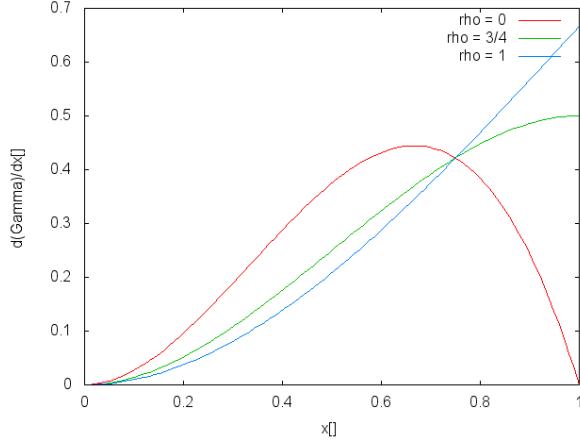


図 2: Michel 崩壊の各 ρ に対するスペクトル

これらのグラフは大きく形が異なっているため、測定で得られたスペクトルを見ればある程度の相互作用の形を知ることができる。

特に、標準模型の弱い相互作用では

$$\rho = \xi\delta = \frac{3}{4}, \eta = 0, \xi = 1$$

となる。

また、輻射補正を考えるとたとえば ρ は 3 ~ 7 % ほど小さくなることが知られている。

現在のミッセルパラメータの測定値は

$$\begin{aligned} \rho &= 0.74979 \pm 0.00026 \\ \eta &= 0.057 \pm 0.034 \\ \delta &= 0.75047 \pm 0.00034 \\ \xi &= 1.0009^{+0.0016}_{-0.0007} \end{aligned}$$

である。

2.4 ミューオンの g 因子

μ^+ を含む、ディラック場で表されるようなフェルミ粒子の運動は次の Dirac 方程式で記述される。

$$(i\partial - m)\psi(x) = 0 \quad (7)$$

ここで notation は今までの付録と同じとする。

次に式 (7) をもとにして外場としての電磁場 A_μ が存在する状態での方程式を考える。U(1) 局所ゲージ対称性を課すと、共変微分 $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$ を定義できて、

$$(iD - m)\psi(x) = 0 \quad (8)$$

となる。

ここから非相対論的近似を行うために、今まで自然単位系 $\hbar = c = 1$ を用いてきたが \hbar と c を復活させる。 $A_\mu = (\phi, \mathbf{A})$ とおくと、

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x) = \{c\boldsymbol{\alpha} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) + \beta mc^2 + e\phi\} \psi(x) \quad (9)$$

となる。スピノル $\psi(x)$ を

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \chi_1(x) \\ \chi_2(x) \end{pmatrix} \exp\left(-i\frac{mc^2}{\hbar}t\right) \quad (10)$$

とかいてやり、式 (9) に代入してやると

$$i\hbar \left(-i\frac{mc^2}{\hbar} + \frac{\partial}{\partial t} \right) \chi_1 = c\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \chi_2 + (mc^2 + e\phi) \chi_1 \quad (11)$$

$$i\hbar \left(-i\frac{mc^2}{\hbar} + \frac{\partial}{\partial t} \right) \chi_2 = c\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \chi_1 - (mc^2 - e\phi) \chi_2 \quad (12)$$

非相対論近似においては式 (12) について時間微分項が無視でき、またスカラーポテンシャルによるエネルギーも無視できるので

$$\chi_2 = \frac{1}{2mc} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \chi_1 \quad (13)$$

となる。これを式 (11) に代入し、 σ 行列に関する計算を行えば

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \chi_1 = \left\{ \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2}{2m} + e\phi - \frac{e\hbar\boldsymbol{\sigma}}{2m} \cdot \mathbf{B} \right\} \chi_1 \quad (14)$$

という、Pauli 方程式が得られる。ここで $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ であり、磁束密度を表す。式 (14) よりスピン $\hbar\boldsymbol{\sigma}/2$ がもつ磁気モーメントは軌道角運動量の場合の二倍であり、この場合 g 因子は 2 であることがわかる。

上のような計算を行えば Dirac 方程式からミューオンの g 因子は 2 と求まるが、実際には QED (量子電磁力学) による考察を行う必要があり、その結果 g 因子にはさらに補正がかかることが分かっている。この 2 からのずれを異常磁気能率 (anomalous magnetic moment) と呼ぶ。例えば 2 次の摂動において異常磁気能率に寄与する過程は Schwinger によって説明された図 3 で表される過程である。

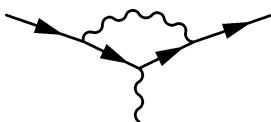


図 3: 2 次の摂動における異常磁気能率への寄与過程

図 3 で表される寄与は $\alpha/2\pi$ (ここで α は微細構造定数 $1/137$) である。

このような寄与を QED のより高次の摂動についても考えることができ、また一方で QED のレプトニックな過程以外の W, Z ボソンを含む電弱理論に関して、あるいはハドロンが関与する過程についても考えることができる。このようにして、さまざまな相互作用を加味した異常磁気能率の理論値は

$$a_\mu = (g - 2)/2 = 116591785(61) \times 10^{-11}$$

であり、一方でその測定値は

$$a_\mu = 116592080(63) \times 10^{-11}$$

である。これらは 3.4σ で有意に差があり、ここに新たな物理があることが期待されている。実際、未発見の粒子が存在して上に述べたような過程の他にその粒子の寄与を考えると、計算するべきファインマン図が増え、その分異常磁気能率に対する計算値も変わることになる。

g 因子の測定は現在の素粒子物理学実験においてもっとも精密な計算と測定が行われている例である。

3 実験原理

本節では今回の実験の原理について説明する。今回の実験ではミューオン (μ^+) ビームを用いてミューオンの崩壊寿命、ミッセルパラメータ、そして g 因子を測定する。そのために用いる検出器として NaI(Tl) シンチレータとプラスチックシンチレータを採用する。

3.1 寿命測定の原理

標的で止められたミュオンビームは、

$$\frac{dN_\mu}{dt} = -\frac{1}{\tau_\mu} N_\mu \quad (15)$$

に従い崩壊する。すなわち、崩壊して出てくる陽電子の数は、

$$\frac{dN}{dt} = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_\mu}\right) \quad (16)$$

で減少する。つまり陽電子を検出し、計数の時間変化を指數関数でフィッティングすれば寿命を求めることができる。

3.2 ミッセルパラメータ測定の原理

今回はミッセルパラメータのうち ρ を測定するための実験を行なった。ミュオンビームは進行方向にスピン偏極しているため、標的から、ビーム方向に対して 90° の向きに検出器を設置してエネルギーを測定、得られたエネルギースペクトルを式 (6) でフィッティングすれば、 ρ を求めることができる。この際、最大 50MeV の陽電子が出るので、50MeV 陽電子を止めきるような検出器が要求される。また実際には、 90° 方向に検出器を置くのが困難だったことやデータ量の関係から、後述する g 因子測定のデータを利用して、全スピン方向で積分した無偏極ミューオンとして ρ を求めた。

3.3 g 因子測定の原理

ミュオンのスピンは磁場中で歳差運動をする。一様磁場中において、磁場方向を z 軸とすると、磁場とスピンの相互作用のハミルトニアンは、

$$\hat{H} = -g \frac{e}{2m_\mu} \hat{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{B} = -g \frac{e}{2m_\mu} \hat{S}_z B \quad (17)$$

であるので、Heisenberg 方程式より、

$$\frac{d\hat{S}_x}{dt} = g \frac{eB}{2m_\mu} \hat{S}_y \quad (18)$$

$$\frac{d\hat{S}_y}{dt} = -g \frac{eB}{2m_\mu} \hat{S}_x \quad (19)$$

$$\frac{d\hat{S}_z}{dt} = 0 \quad (20)$$

を得る。スピン初期状態を

$$\langle \mathbf{S}(t=0) \rangle = (C, 0, 0) \quad (21)$$

とすれば、

$$\langle S_x \rangle = C \cos(g \frac{eB}{2m_\mu} t) \quad (22)$$

$$\langle S_y \rangle = -C \sin(g \frac{eB}{2m_\mu} t) \quad (23)$$

と、スピンが xy 平面内で回転することがわかり、その角速度 ω は、

$$\omega = g \frac{eB}{2m_\mu} \quad (24)$$

となる。式(5)の通り陽電子はミュオンのスピンの方向に出やすいので、磁場を通した標的でミュオンビームを止めると、陽電子の計数は指数的な減少に周期 $\frac{2\pi}{\omega}$ の振動が加わったものになる。よってその周期から g 因子を求めることができる。

3.4 検出器サイズの見積もり

50MeV の陽電子が物質に入射すると、制動放射と対生成による電磁シャワーを形成する。シャワーの広がりは、モリエール半径 R_M によって記述される。具体的にはモリエール半径の内部にシャワーのエネルギーの 90 % が含まれる。モリエール半径は次のように定義される。

$$R_M = L_{\text{rad}} \frac{21.2(\text{MeV})}{E_c} \quad (25)$$

ここで L_{rad} は放射長、 E_c は critical energy である。NaI およびプラスチックにおける L_{rad} と E_c 、およびモリエール半径の値を表に示す。この値から、検出器の横幅は NaI は 5cm、プラスチックシンチレータは 10cm 程度の半径でよいと見積もった。なお実際には Geant4 のシミュレーション結果も用いて、奥行き方向の長さも含めた検出器サイズを決定した。

物質	L_{rad} (cm)	E_c (MeV)	R_M (cm)
NaI	2.59	17.4	3.2
PS	42.9	109	8.34

表 1: 物質ごとの L_{rad} と E_c 、およびモリエール半径

4 シミュレーション

本節では前節で述べた実験原理を基に各種シミュレーションを行い、セットアップの詳細やジオメトリーの決定を行う。ビーム出口周りの各種シミュレーションについては Geant4 を用い、磁場のシミュレーションには FEMM を用いた。

4.1 Geant4 を用いたモンテカルロシミュレーション

Geant4 (for Geometry and Tracking) は物質中の粒子の運動をモンテカルロシミュレーションするためのツールキットであり CERN などによって開発され、Geant4 Collaboration によって管理されている。高エネルギー物理学分野をはじめ核物理学や、加速器物理、医療などの分野で広く用いられており、LHC での様々な実験や T2K 実験などでも用いられている。今回の我々の実験では、Geant4 を用いて検出器の設計や、コリメータの寸法の調節、またそれらのシミュレーション結果を用いての解析手法の開発などを行った。

4.2 FEMM

FEMM (Finite Element Method Magnetics) は有限要素法を用いて 2 次元軸対称な電磁場や熱、電流などのシミュレーションを行うことができるソフトである。FEMM は線形および非線形な静磁場問題に対応しており、また、さまざまな境界条件を用いることができる。今回の我々の実験では g 因子を測定する際の均一な磁場を作成するために FEMM を用いたシミュレーションを行った。

5 実験方法

5.1 MLF ミューオンビーム

5.1.1 加速器科学インターンシップの利用

KEK が学部 3 回生以上を対象に行っている加速器科学インターンシップを利用することにより、ロシアの実験チームの MLF 実験課題 2017B0163 のパラサイト実験という形で MLF ミューオンビームを利用できることを知った。ミューオンビームの性能を踏まえて可能な測定量および測定方法を考え、実験の準備を行った。

5.1.2 表面ミューオン

MLF では炭素原子核に高エネルギーの陽子を衝突させることによってパイオンを生成し、パイオンが崩壊して得られるミューオンを利用している。炭素標的から飛び出したパイオンが超伝導ソレノイド磁石内部で崩壊することによって得られるミューオンは崩壊ミューオンと呼ばれるが、今回利用したのは炭素標的の表面に静止した π^+ 中間子の崩壊によって得られる μ^+ で、これは表面ミューオンと呼ばれる。表面ミューオンは 100% のスピン偏極を持っており、非常にエネルギーが低いことを特徴とする。表面ミューオンがスピン偏極を持つのは弱い相互作用による崩壊でニュートリノのヘリシティーが左巻きであることに由来する。なお炭素標的の表面で静止した π^- 中間子は原子核に捕獲されるため、取り出すことはできない。

表面ミューオンビームラインの性能は表 2 のとおりで、シングルバンチのミューオンビームが 25Hz でやってくる。ビームの広がりのプロファイルは図 5 のとおりである。

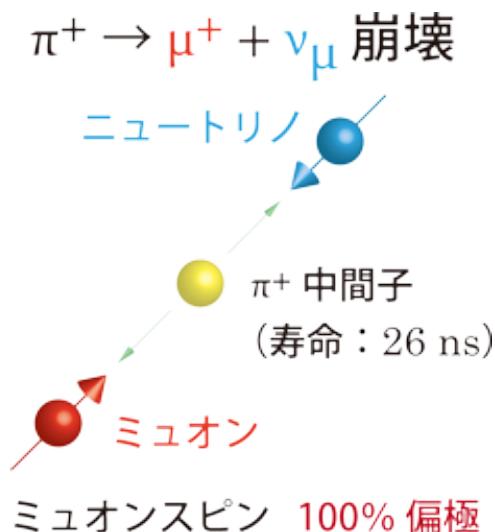


図 4: π^+ 中間子の崩壊

表 2: 表面ミューオンビームラインの性能

ビームエネルギー	4.1 MeV
侵入長	~ 0.2 mm
エネルギー分布	~ 15 %
パルス幅 (FWHM)	~ 100 ns
ビームサイズ	30 mm × 40 mm
ビーム強度	3×10^7 /s
ポート数	2

●D2-Ndecay-30MeV-680mm(Chamber Center)

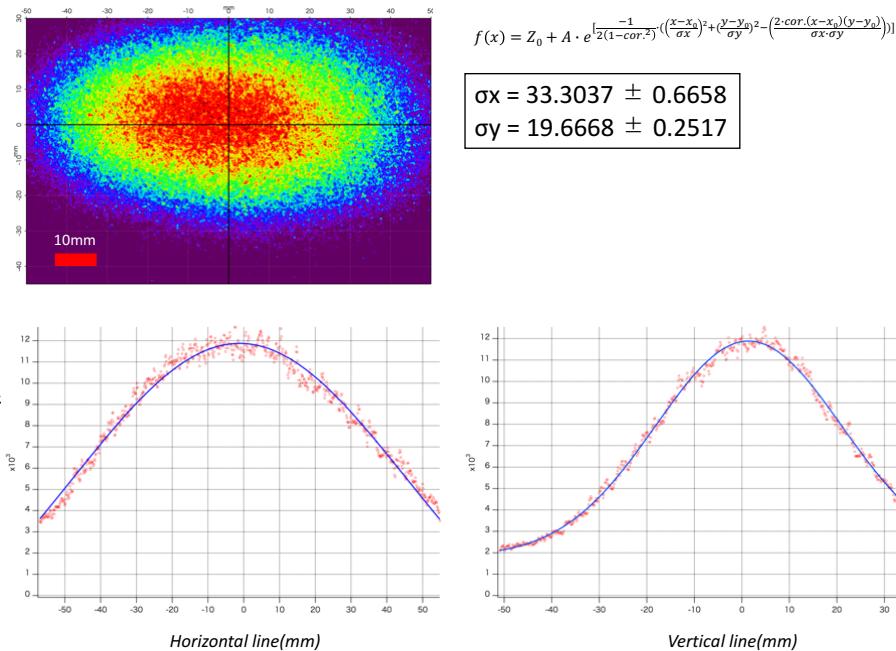


図 5: ミューオンビームの広がり (単位:mm)

5.2 測定量と検出器

5.2.1 実験概要

今回の実験ではミューオンの寿命, ミッシェルパラメータ, g 因子を測定したい。基本的な実験の流れとしては,

- Beam Line から μ^+ が出て来る
- ターゲットに止められた μ^+ が e^+ に崩壊する
- 検出器で時間情報・エネルギー情報を測定する

という順序になる。そのために、時間分解能に優れたプラスチックシンチレータ(PS)検出器および、エネルギー分解能に優れたNaIシンチレータ検出器の二種類の検出器を作成した。

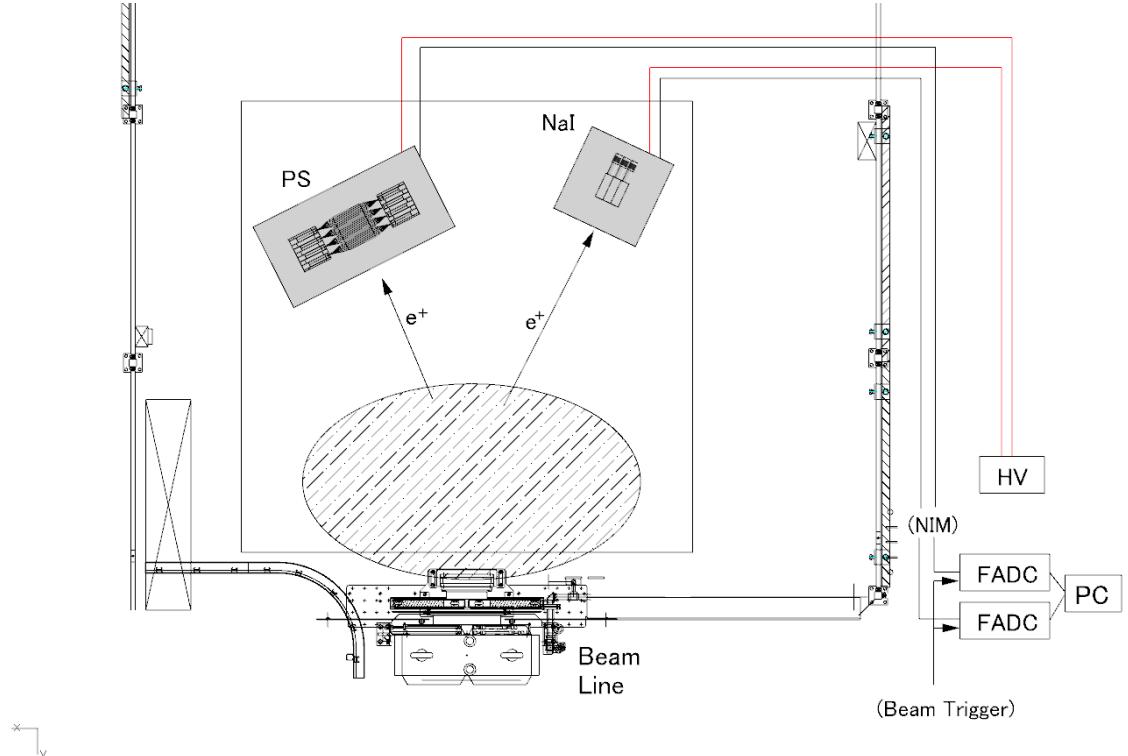


図 6: 実験概要

5.2.2 検出器サイズの見積

図 7 は PS 検出器の体積シミュレーションである。検出器サイズの縦横は 20cm で固定し、奥行きを 20cm から 24cm まで変化させた直方体状の PS シンチレータに 50MeV の陽電子を入射させた時に検出器に落とすエネルギーをヒストグラムで示している。奥行きを 24cm 以上に増やしても、光子としてエネルギーが漏れる影響でほとんどヒストグラムの形状は変化しないため、奥行きは 24cm で決定した。

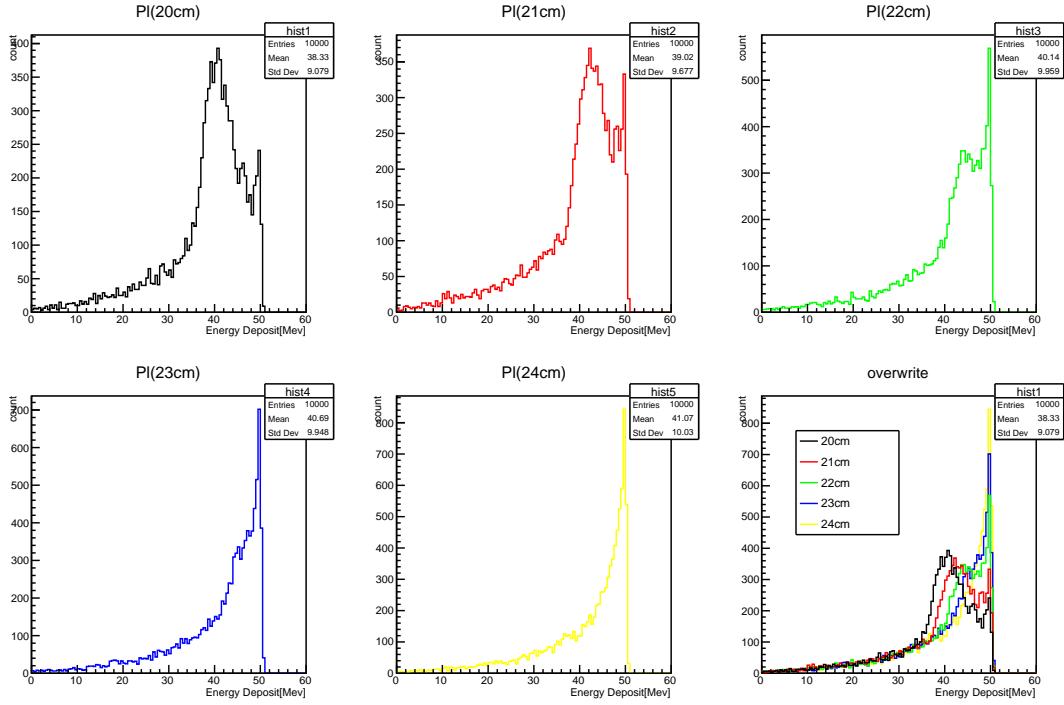


図 7: PS 検出器の体積シミュレーション

図 8 は NaI 検出器の体積シミュレーションである。NaI は光電子増倍管 (PMT) の接続された既製品を利用したため、既製品をどのように並べるべきか確認するために縦横の幅を変えながら同様のシミュレーションを行った。

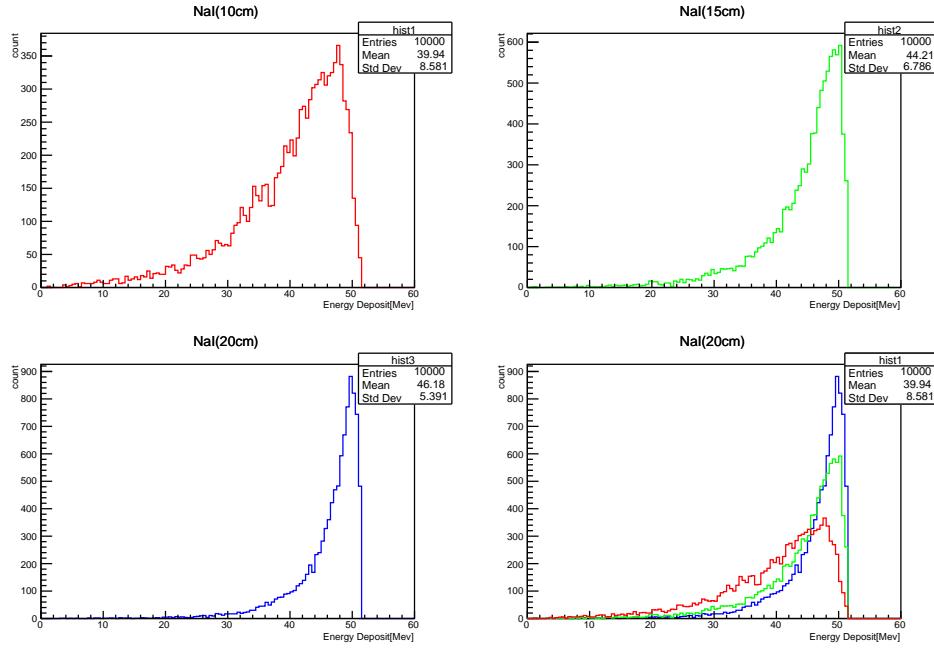


図 8: NaI 検出器の体積シミュレーション

5.3 検出器の製作

5.3.1 PS 検出器の製作

光ファイバー読み出しの板を並べることで、縦横 20cm 奥行き 24cm の体積の PS 検出器を作成する。

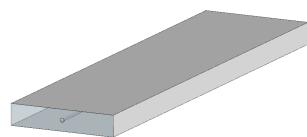


図 9: PS 板

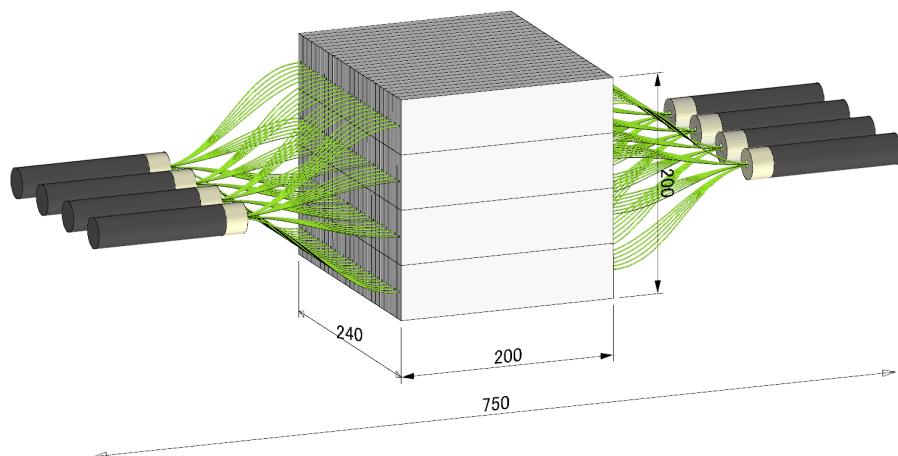


図 10: PS 検出器寸法

以下の順序で検出器を作成した。

- 厚み 6cm に束ねたものを 4 セット作成する
- 光ファイバーの片端をクッキーを用いて光学セメントで固定

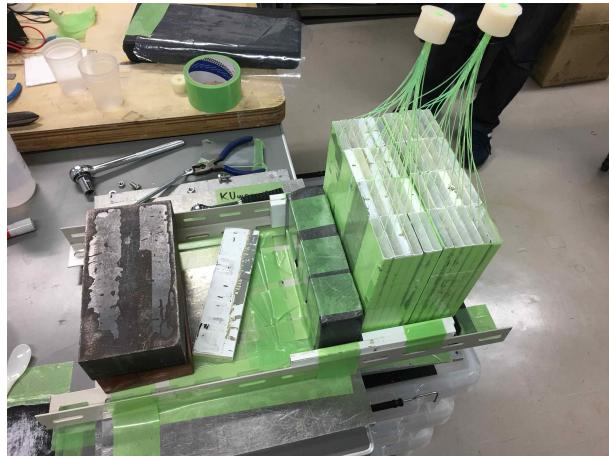


図 11: 光ファイバーの固定の様子

- PS に光ファイバーを貫通させ、もう片端も固定する
- 光量を最大限確保するため、クッキーの端面を研磨する
- クッキーの端面と PMT の境界に光学グリスを塗り接続する
- 暗箱内に設置するための枠に収める。枠と PMT の結合にはアルミ U 型チャンネルを用いた

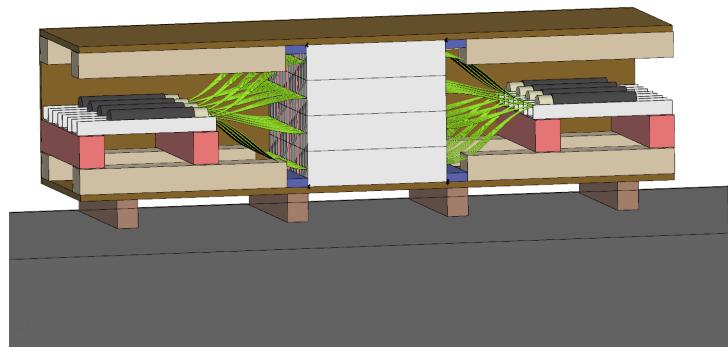


図 12: 暗箱に固定するための枠の設計

- 暗箱内に設置し前方にコリメータを配置する

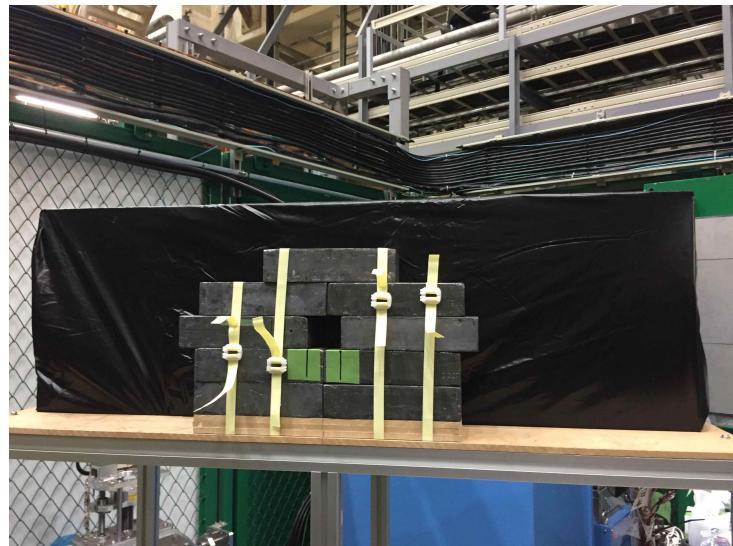


図 13: PS 検出器外観



図 14: PS 検出器内部

5.3.2 NaI 検出器の製作

5.6 × 5.6 × 15cm の結晶が PMT に接続されたものを 3 × 3 個並べ、検出器の前面中央の前には 4 × 4cm のトリガー用カウンターを設置した。

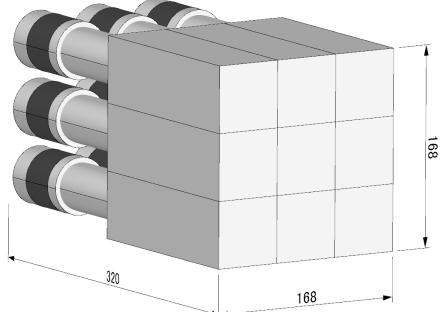


図 15: NaI 寸法 (mm)



図 16: NaI 外観

5.4 架台の製作

ビームの高さが地表から 1565mm の高さで対応した架台が必要である。そこでアルミフレームの一種であるレコフレームを使用して架台を作成した。アジャスタ付きキャスターを用いることによって高さは微調整可能なよう設計した。現場ではレーザーを用いて水平および垂直方向の位置調整を行った。



図 17: 架台の組み立て

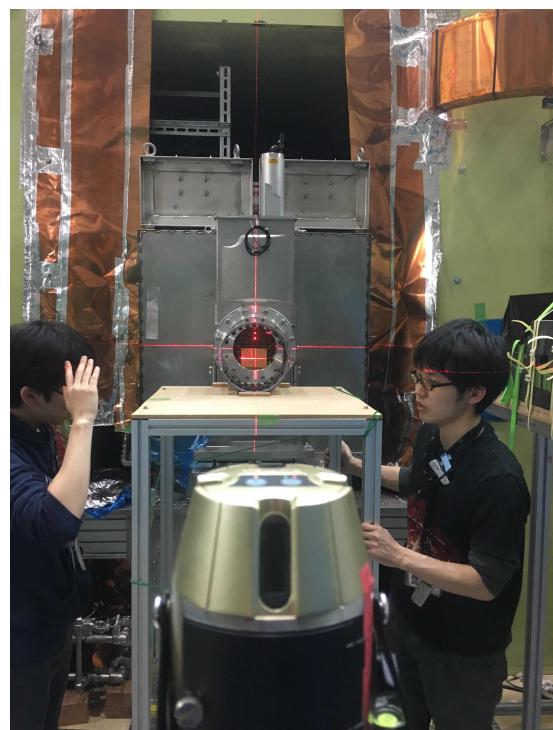


図 18: レーザーを用いた位置調整

表 3: 3 種類の架台の外寸

	W × D × H (mm)
PS 検出器架台	1200 × 600 × 1283
NaI 検出器架台	600 × 600 × 1358
ターゲット架台	600 × 600 × 1331

5.5 FADC

データ測定については波形をそのまま記録することができるフラッシュ ADC (FADC) を PS 検出器および NaI 検出器用にそれぞれ利用した。測定開始の外部トリガには、加速器ライン側の信号入力している。

5.5.1 FADC(CAEN WaveForm Digitizer V1721)

- 8channel 8bit 500MS/s Digitizer
- 時間分解能が良いので、主に崩壊寿命測定用の PS の信号に用いた

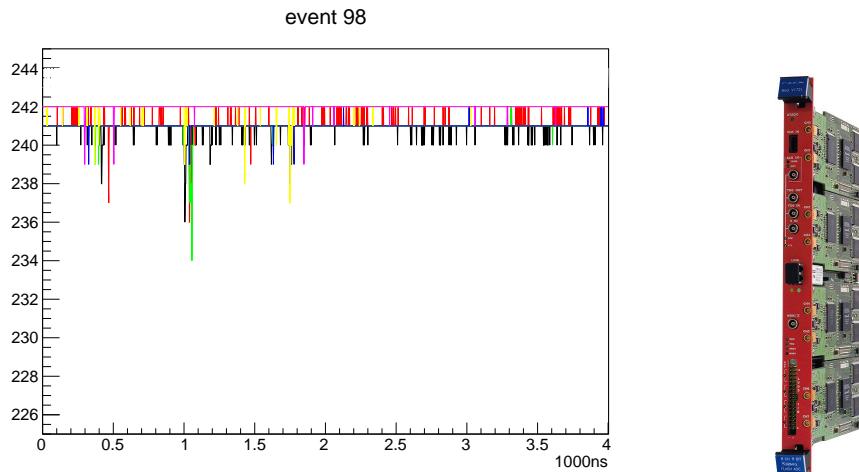


図 19: PS 用の FADC で記録した波形

5.5.2 FADC(CAEN WaveForm Digitizer DT5725)

- 8channel 14bit 250MS/s Digitizer
- エネルギー分解能が良いので、主にエネルギー測定用の NaI 検出器の信号の記録に用いた
- 9 本の NaI に対して 8ch なので、アナログ信号を合成して入力した

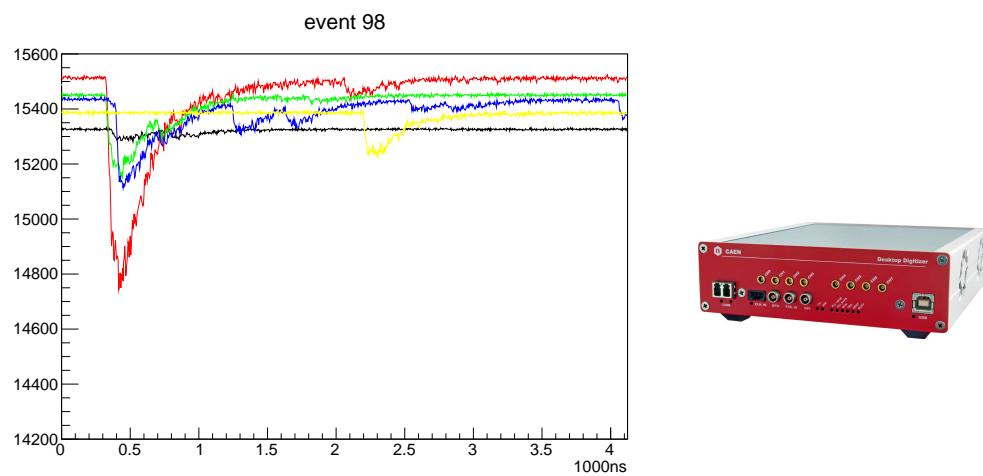


図 20: NaI 用の FADC で記録した波形

5.6 寿命測定のための銅板標的

寿命測定に用いた銅板標的を図 21 に示す。これは厚さ 0.6mm × 横 280mm × 縦 120mm の銅板を木枠に固定したものである。銅板の縦横の大きさはビームプロファイルからビームの広がりの約 3σ になるように決めた。厚さは 4[MeV] ミューオンが銅板の中心付近で止まるようなものを選んだ。

5.7 g 因子測定のための磁場装置

g 因子測定に用いた磁場印加標的を図 22 に記す。厚さ 0.6mm × 横 80mm × 縦 60mm の銅板を、呼び経 200mm の塩化ビニルパイプの中心にくるように紐で吊るした。銅板の縦横の大きさはミューオンビームの広がりに対して約 1σ の大きさになるように決めた。磁石にはセラミック磁石 (Y25) を用いており、磁石一束あたりの大きさは厚さ 9mm × 横 10mm × 縦 60mm である。磁石はパイプの内側に接着剤で貼り付けたうえで、テープで補強した。

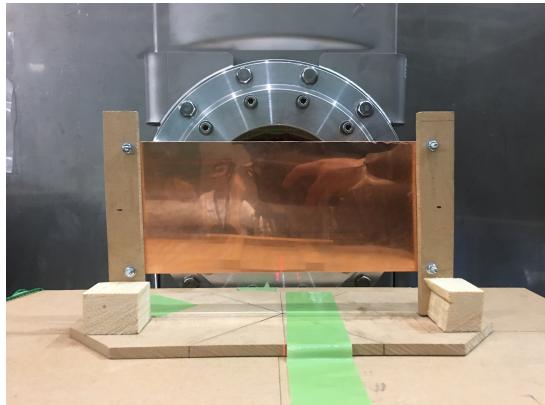


図 21: 銅板標的



図 22: 磁場発生装置と標的 *1

5.7.1 磁石の発生原理について: $\cos \theta$ 配置

磁場装置は $\cos n\theta$ 卷き ($n = 1$) の電磁石を参考に作成した。 $\cos n\theta$ 卷きの電磁石の考え方は以下のものである。下図 23, 24 のように、十分長い円環上を電流が z 軸方向に流れているとする。そして電流密度が $\cos n\theta$ (ここで θ は円柱座標 (r, θ, z) における θ で、 n は整数) に比例したとする。すると原点付近の領域に、 $2n$ 極磁場が形成されるというものである。導出の概略は、円環各点が形成する磁場をその点の周りでテラー展開し、これを θ について角度積分することで $2n$ 極磁場を形成する項のみが残るというものである。

*1 写真では下方の磁石が外れているが、これは後に修復した。

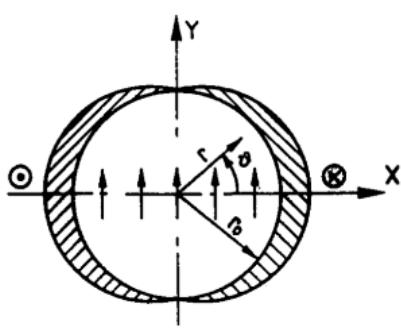


図 23: $\cos \theta$: 2 極磁石

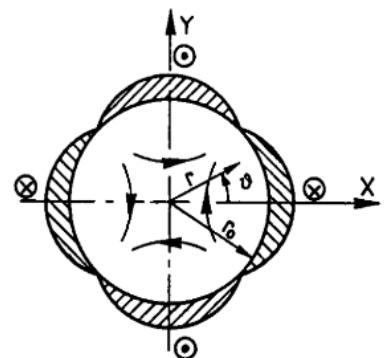


図 24: $\cos 2\theta$: 4 極磁石

作成の手軽さから、磁場発生源には電磁石ではなく永久磁石(セラミック磁石)を用いた。電磁石における電流密度を、永久磁石の分布密度で置き換え、磁石の分布密度が $|\sin \theta|$ に比例するようにした。 $\sin \theta$ としたのは磁石の向きをすべて動径方向に向けると、電磁石に比べ磁場の方向が $\pi/2$ だけずれるためである。また磁石の磁場方向は $0 < \theta < \pi$ と $\pi < \theta < 2\pi$ で動径方向に対して正と負になるようにした。作成に入る前に考えた配置を FEMM^{*2}を用いてシミュレートし、磁場の一様性を確認した。

実際に有限の長さの磁石で磁場装置を作成するにあたって、図 22 のように磁石を長手方向に間隔を開けて二巻き配置した。(一巻あたり磁石の数は 18 個である。) 長手方向の間隔は 30mm で、間隔を開けることにより長手方向に隙間を空けずに磁石を詰めたときに比べて、磁力線が緩和され長手方向に磁場の一様性が増すと考えたためである。

^{*1} 上図は KEK ホームページ「加速器用超電導磁石 (OHO11ogitsu20110906.pdf)」より引用

^{*2} FEMM (Finite Element Method Magnetics) とは有限要素法を用いて 2 次元軸対称な電磁場や熱、電流などのシミュレーションを行うことができるソフトである。

5.8 予備実験

5.8.1 NaI のゲイン測定

本実験で用いる NaI のセットアップの信号の数は、NaI 9 本とフィンガーカウンターの計 10 個である。一方で NaI の信号の処理に用いる FADC のチャンネル数は 8 つである。このため、NaI+PMT からの信号をアナログで足し合わせてチャンネル数を絞る必要があった。そこで 8 本の NaI について 2 本 1 組のペアをつくり和をとることにし、残りの 1 本に関しては和をとらずに真ん中に配置することにした。そのためにはあらかじめ、足し合わせるペアの選定と Gain の調整を行っておく必要があった。

まず NaI+PMT のゲイン測定するために、HV 値を変えながら線源 ^{137}Cs の光電ピークを計 11 本の NaI+PMT で測定を行った。これをそれぞれガウシアンで Fitting し、得られた平均値をゲインとした。さらにゲインについて以下の式が成り立つとし、両対数で Fitting を行った。

$$\text{Gain}[\text{pC}] = a * \text{HV}[\text{kV}]^b \quad (26)$$

ただし a, b は Fitting パラメータである。その結果を図にしたもののが図 25 で、縦軸をゲインにあたる電荷 [pC]、横軸を HV 値 [kV] とした。また各 HV でのエネルギー分解能と HV の関係をあらわした図が図 26 で、縦軸を分解能、横軸をゲイン [pC] とした。ただし分解能はガウシアンの σ をチャージで割ったものある。

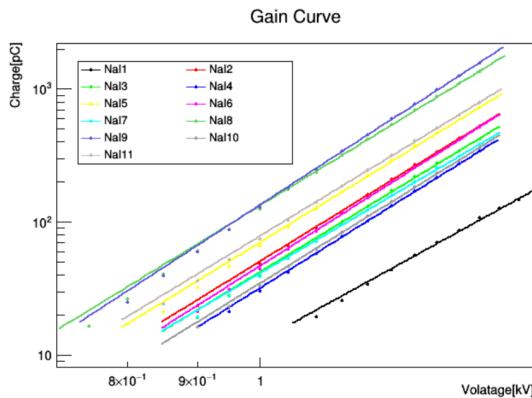


図 25: Gain と HV の対応

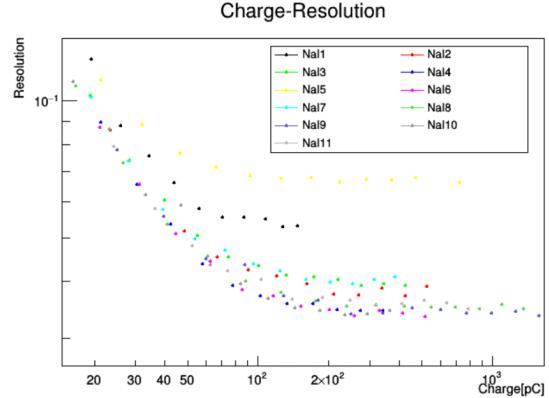


図 26: Gain と Resolution の対応

この結果、NaI1 はゲインが低く、NaI5 に関しては分解能が低かったため、本実験では用いないことにした。(以降、NaI1, 5 で測定を行わないことにした。) また NaI10 は分解能が低かったため、足し合わせず真ん中に配置する NaI とした。

次に高いエネルギー領域においても、上のゲイン曲線が成り立っていることを確認するために、ゲインが揃うように HV を設定したうえで、宇宙線を測定した。そして、得られたチャージ分布を Landau 関数をガウシアンで畳み込み積分した関数(以下、Langau 関数とする。)で Fitting をした。この最頻値をゲインとすると、表 4 のようになった。このゲインの値が近く、またエネルギー分解能を近いものを足し合わせるペアとし、これを (2, 7), (3, 9), (4, 6), (8, 11) の 4 組に決めた。これらのペアのずれはいずれも 10% 未満となつた。

前に求めたゲイン曲線から本実験における HV 値を表 5 となるように決めた。崩壊電子の最大エネルギーである $\sim 50[\text{MeV}]$ が、FADC の上限の半分 $1[\text{V}](500[\text{pC}])$ になるように設定した。

表 4: 宇宙線の測定結果

NaI No.	Gain[pC]
2	2530
3	2387
4	2352
6	2397
7	2579
8	2423
9	2164
11	2393

表 5: NaI の HV 設定

NaI No.	HV[V]
2	1050
3	1082
4	1125
6	1062
7	1089
8	913
9	913
10	1112
11	984

さらに本実験における NaI+PMT の配置を表 6 なるよう決めるにあたって、以下の事柄を考慮した。

- エネルギー重心を求める観点からペアを中心から等距離になるように配置
- 角での Gain が不足しないように、Gain の高いペアを角に配置
- 本番セットアップでの宇宙線較正を想定して、上下にペアがこないように配置

表 6: ビーム正面からみた NaI の配置図

3	2	9
4	10	7
8	6	11

5.8.2 NaI の宇宙線較正

NaI でエネルギーを測定するために、宇宙線較正を行った。先にもとめた HV 値のもとで、それぞれの NaI で宇宙線を測定した。得られたチャージ分布を、Langau 関数で Fitting をした。(図 27) そして得られた最頻値を宇宙線が落としたエネルギーとした。

次に Geant4 を用いて、天頂角分布で宇宙線モンテカルロシミュレーションを行った。図 28 はシミュレーションによるエネルギー分布で、縦軸にカウント数、横軸にエネルギーを 24MeV で規格化したものをとった。このエネルギー分布に Landau 関数で Fitting し、得られた最頻値と測定によって得られた最頻値でエネルギー較正を行った。

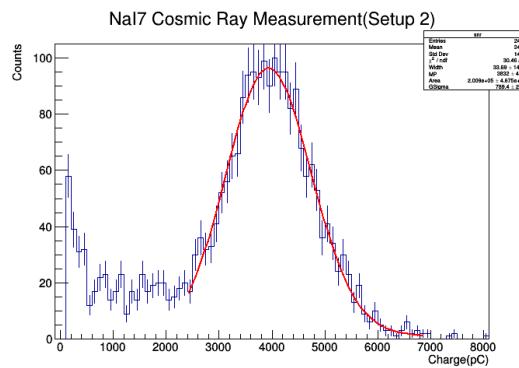


図 27: Langau Fitting

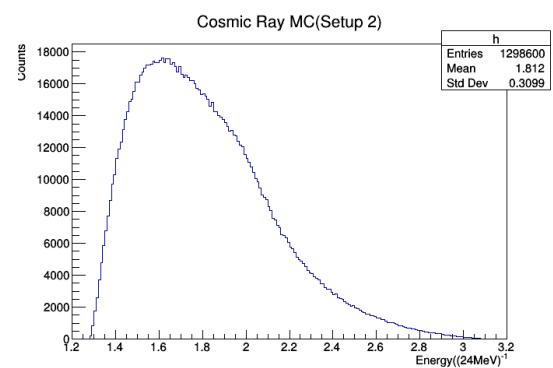


図 28: c

図 29 は宇宙線較正の結果を図にしたもので、縦軸を FADC で測定された電荷量 [pC]、横軸をエネルギー [MeV] としたものである。

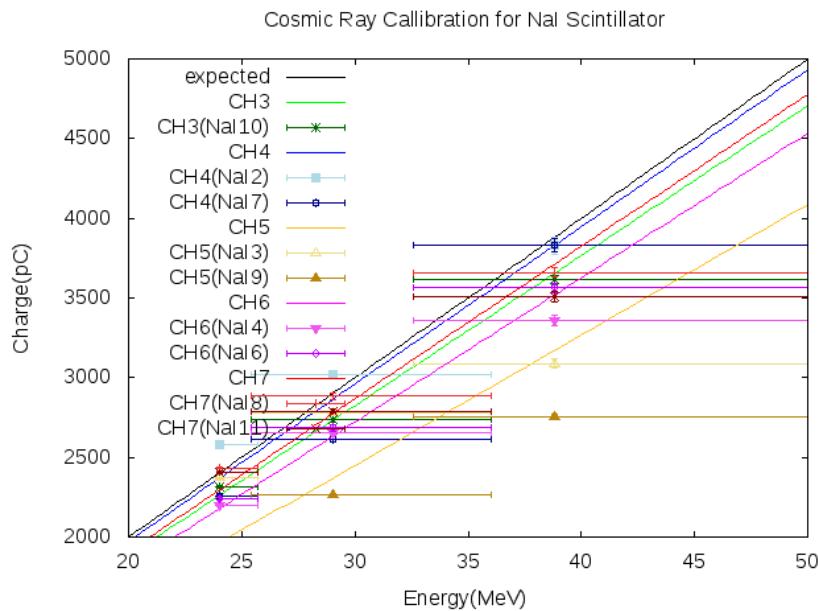


図 29: 宇宙線較正

5.8.3 磁場測定

磁場装置の測定を行った。3軸テスラメータで銅板を置く範囲を、1cm間隔で計63点を測定した。本実験の測定中に磁石が外れてしまったので、磁石が外れる前後で測定した。

測定した結果を以下の表7, 8に記す。 x, y の単位は[cm]で、磁場の単位は[gauss]である。原点を銅板の中心とし、 y, z 軸を鉛直方向上向きとビーム方向にとった。

表7: 各点の磁場の強さ(磁石が外れる前)

$y \setminus x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
3	51.48	54.98	55.33	55.55	55.42	54.77	54.44	53.27	51.75
2	56.25	56.78	56.87	56.84	56.41	56.16	55.93	55.71	55.35
1	57.15	57.50	57.39	57.11	56.72	56.53	56.48	56.50	56.44
0	57.60	57.49	57.19	56.72	56.54	56.48	56.53	56.58	55.98
-1	56.66	56.78	56.66	56.48	56.39	56.34	56.35	56.31	56.12
-2	53.45	54.74	55.29	55.54	55.60	55.60	55.53	55.14	54.3
-3	50.62	51.95	53.45	53.93	54.20	54.20	54.05	53.11	51.25

表8: 各点の磁場の強さ(磁石が外れた後)

$y \setminus x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
3	55.41	55.93	55.79	54.78	53.30	50.73	46.89	46.34	41.95
2	57.25	57.06	56.28	54.92	53.77	52.01	49.83	48.45	48.44
1	57.72	57.30	56.52	55.61	54.34	52.97	51.84	51.08	50.49
0	57.55	56.94	56.30	55.54	54.61	53.67	52.98	52.40	52.34
-1	57.00	56.57	55.94	55.24	54.58	53.99	53.45	53.05	52.73
-2	55.48	55.37	55.04	54.64	54.30	53.83	53.39	52.53	51.81
-3	52.23	53.03	53.28	53.29	53.18	52.71	52.00	51.51	50.12

有効な磁場を得るために、予め頂いたビームプロファイルのデータ($\sigma_x = 33.3037[\text{mm}]$, $\sigma_y = 19.6668[\text{mm}]$)を用いて加重平均をとった。結果、磁石が外れる前後の磁場がそれぞれ 56.06 ± 1.20 [gauss] と 53.97 ± 2.36 [gauss] と求まった。

5.9 ビームを用いた本実験

5.9.1 タイムスケジュール

本実験におけるタイムスケジュールは以下の通りである。

- 2/25 (Sun.)
13:00 東海村到着, 前日準備
- 2/26 (Mon.) ~ 2/27 (Tue.)
9:00 ~ ロシアグループの傍らで寿命を測定, セットアップの確認
- 2/28 (Wed.)
12:30 ロシアグループの実験終了, P2 ターゲットで実験開始
12:30 - 21:30 セットアップの確認
21:47 - 24:00 磁場ターゲットを置いて, g 因子を NaI のみで測定
24:20 - 29:50 磁場ターゲットを置いて, g 因子を PS を加えて測定 (測定の途中で磁石が外れる)
- 3/1 (Thu.)
7:20 - 8:10 銅板標的を置いて, エネルギーと寿命を測定
8:30 ビームストップ
8:30 - 14:30 放射線チェック, 片付け
14:30 ~ 帰宅

5.9.2 セットアップ

この節では本実験のセットアップについて記す。

まず寿命測定のセットアップについて図 30, 31 に記す。図 30 が上空からみたセットアップ図で、図 31 が実際のセットアップの写真である。ここで FC, PS はフィンガーカウンターとプラスチックシンチレータの略で、Target には先に述べた銅板標的を用いた。ターゲットから測定器までの距離は、ビーム 1[pulse]あたりの陽電子のカウント数からきめた。

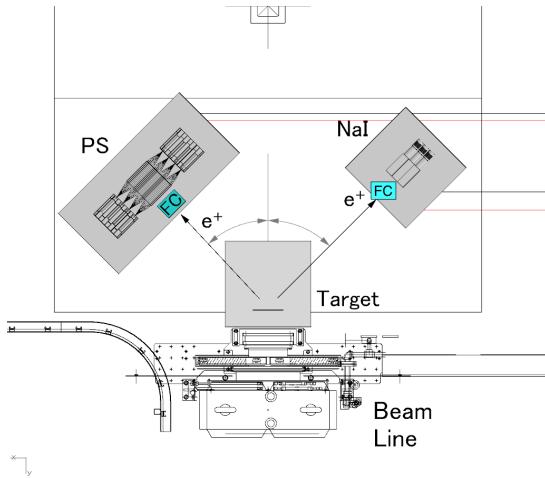


図 30: 寿命測定のセットアップ図

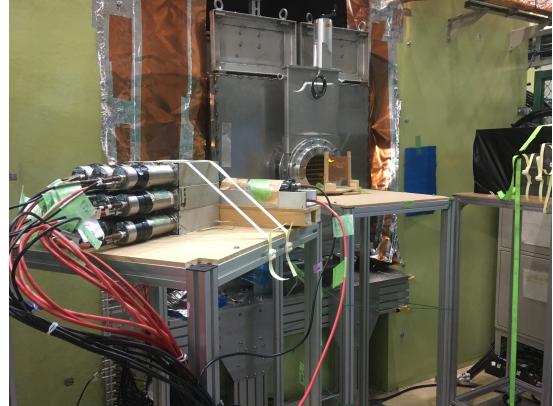


図 31: 寿命測定のセットアップ(写真)

次にエネルギー、 g 因子測定のセットアップについて図 32.33 に記す。図 30 が上空からみたセットアップ図で、図 31 が実際のセットアップの写真である。ここで Target には先に記した磁場印加標的を用いた。寿命測定と同様に、ターゲットから測定器までの距離は、ビーム 1[pulse]あたりの陽電子のカウント数から決めた。

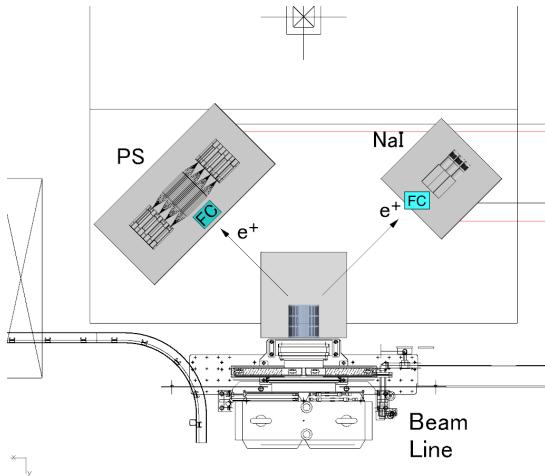


図 32: g 因子測定のセットアップ



図 33: g 因子測定のセットアップ(写真)

5.9.3 回路

この節では本実験の回路について述べる。

図 34, 35 は NaI, プラスチックシンチレータの回路である。ここで Beam Triger は MLF 施設からの信号で、FADC の外部 Triger として接続した。また図 34 の $n - s(n = 1, 2, 3, 4, \quad s = a, b)$ はプラスチックシンチレータの n 層目のファイバーの片側から読み出される信号を意味する。図中に記載している端子名 (BNC, LEMO, MCX) は接続したケーブルの両端の端子名である。

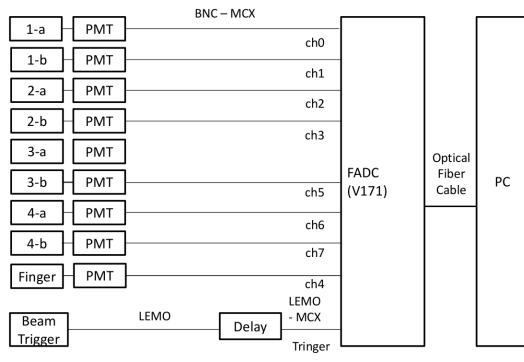


図 34: プラスチックシンチレータの回路

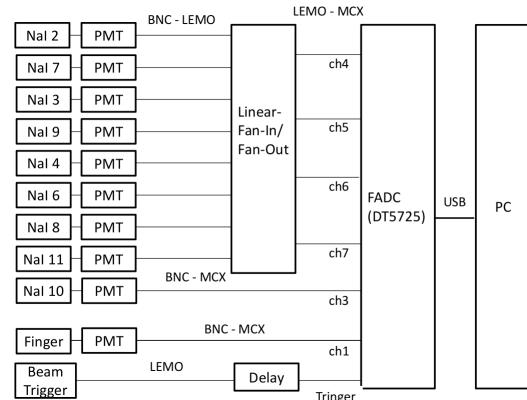


図 35: NaI の回路

本実験ではターゲットからの陽電子を厳しく見積もるために、プラスチックシンチレータにおいてもフィンガーカウンターを設置する必要性が浮上した。そこでフィンガーカウンターを設置して、プラスチックシンチレータの3層目を片側読み出しにすることにした。

5.9.4 実験手順

本実験は以下の手順で行った。

1. セットアップを調整
2. ビームエリアの施錠を行い、ビームラインを開放
3. ビームライン上のコリメーターを制御することで、
ビーム 1 パルス当たりのレートを調整
必要な場合はセットアップ調整からやり直した
4. FADC でデータテイキング開始

6 プラスチックシンチレータで取得したデータの解析と結果・考察

6.0.1 解析手法

プラスチックシンチレータ(以下, PS)検出器を用いて取得したデータを以下の方法で解析し, 寿命, g 因子, エネルギー分布を求めた.

1. イベントディスプレイから, 初めの 100 ns (50 Sample) の間は信号が来ていないことを確認し, 0~100 ns のデータの平均値をとってそれを baseline とした.
2. 信号のしきい値(threshold)の決定
 - 宇宙線を用いた予備実験の結果から, 12 MeV のエネルギーに対応する信号のピーク値を求めた.
 - そのピーク値から, 各チャンネルごとの threshold 値を以下の値に決めた.
 - 寿命測定と g 因子測定用には, 1 層目 : 3 MeV 相当, 2 層目以降 : 2 MeV 相当とした.
 - エネルギー測定用には, 1 層目 : 4 MeV 相当とし, 2 層目以降は threshold を設けなかった.
3. 各チャンネルごとで, threshold を越えた時間を信号の時間(peaktime)とした.
4. イベントディスプレイからおおよその信号の時間幅を決め, 信号が検出されてから次の信号を検出するようになるまでの veto 時間を 40 ns にした.
5. peaktime から 40 ns の間のデータを足すことで信号の charge を求めた.
6. 寿命と g 因子について
 - 各層の両側のチャンネルの信号の coincidence を取った. ただし, 3 層目は片側のみの信号である.
 - ここで, coincidence の条件は, peaktime が 10 ns よりも近いものとした.
 - 寿命測定では, 層ごとの coincidence をとった.
 - g 因子測定では, 立体角を制限するために, 層ごとだけでなく finger との coincidence を要求した.
7. エネルギーについて
 - 予備実験のデータから, 各チャンネルごとにキャリブレーションをした.
 - 各層のエネルギーとして, 1, 2, 4 層目では両側のチャンネルのエネルギーの平均を取り, 3 層目では片方のチャンネルのエネルギーを使用した.
 - finger と 1 層目の両側のチャンネルの信号の coincidence をとり, そのときの全層のエネルギーの和を求めた. 2 層目以降のチャンネルで信号がない場合, そのチャンネルのエネルギーは 0 とした.
 - finger との coincidence を取ったのは, 検出器の中心に入った e^+ の信号のみを選択し, エネルギー漏れを減らすためである.

6.0.2 信号検出の threshold 値について

この小節の後で解析の結果を述べるが, その前に, 信号検出時の threshold の値の判断理由について触れておく.

まず, 1 層目の信号の中には, 標的に当たらずビーム出口から直接検出器に入るミュオンによる信号があると考えた. 1 層目の threshold を他層よりも高く設定しているのは, このようなバックグラウンドを除去するためである.

次に, threshold の値を 1MeV 相当にして寿命を求めるとき, threshold が高いときよりも長くなつた. よって, 1MeV 相当の threshold では低エネルギーのノイズを信号として処理していると考えた. 一方, 寿命測定

に関して, threshold を上げても fitting の結果は変わらず, 統計誤差が大きくなるだけだった.

以上のことから, threshold の値を判断した.

6.0.3 得られた崩壊曲線と fitting の結果

図 36a は, 磁場なし標的を用いたときのミュオンの崩壊曲線である. それを次の $f_{\text{life}}(t)$ で fitting した結果が図 36b である

$$f_{\text{life}}(t) = \exp[-(t + A)/\tau].$$

また, 図 37a は, 磁場あり標的を用いたときのミュオンの崩壊曲線である. それを次の $f_g(t)$ で fitting した結果が図 37b である.

$$f_g(t) = \exp[-(t + A)/\tau](1 + B \cos(\omega t + \delta)).$$

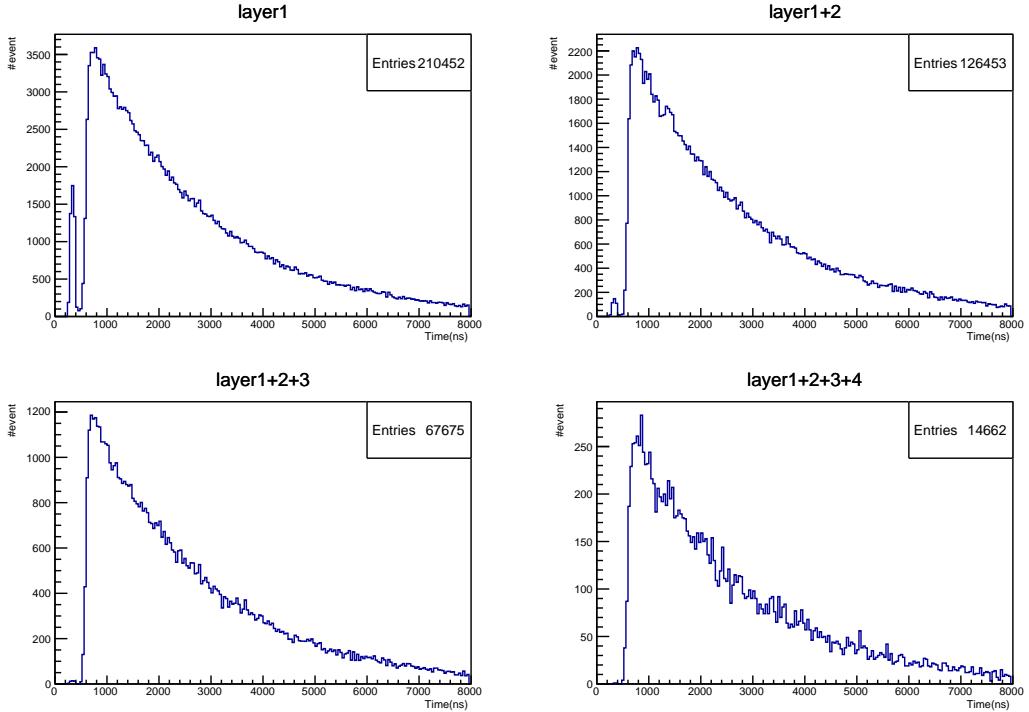
fitting の結果は表 9, 10 のようになった. 表中の誤差は fitting に由来する統計誤差である.

表 9: 寿命 τ の fitting 結果

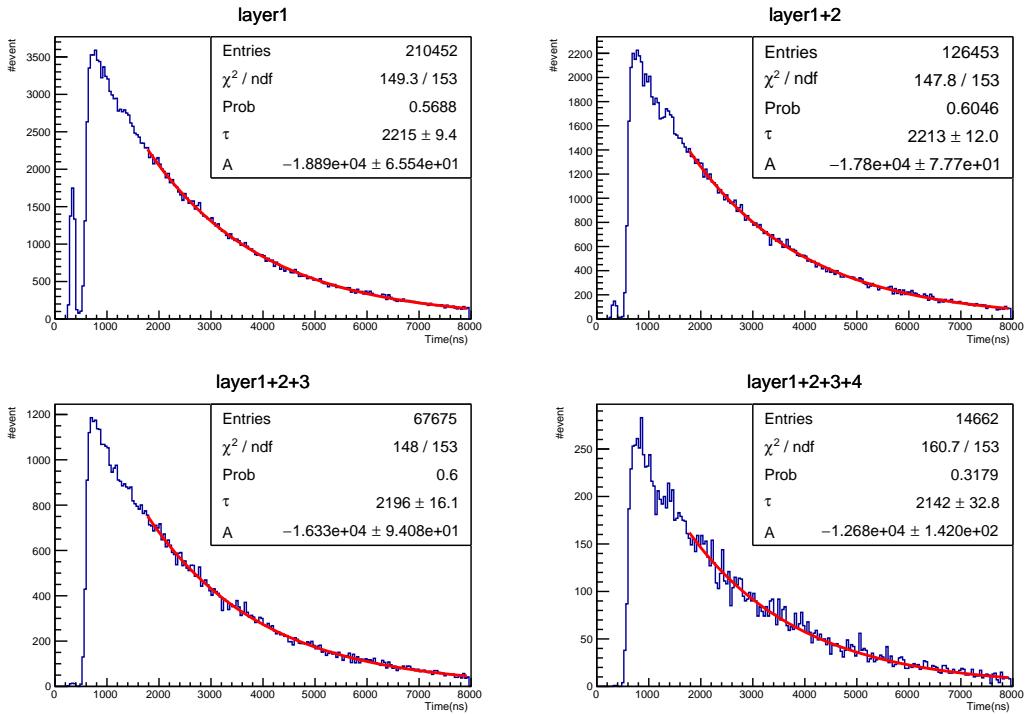
coincidence を取った層	τ (ns)
1	2215.0 ± 9.4
1+2	2212 ± 12
1+2+3	2196 ± 16
1+2+3+4	2142 ± 33

表 10: g 因子の fitting 結果

coincidence を取った層	ω (/ns)	g
finger+1	$(4.615 \pm 0.016) \times 10^{-3}$	2.0066 ± 0.0068
finger+1+2	$(4.607 \pm 0.014) \times 10^{-3}$	2.0031 ± 0.0063
finger+1+2+3	$(4.615 \pm 0.014) \times 10^{-3}$	1.9934 ± 0.0062
finger+1+2+3+4	$(4.629 \pm 0.023) \times 10^{-3}$	2.0129 ± 0.0098

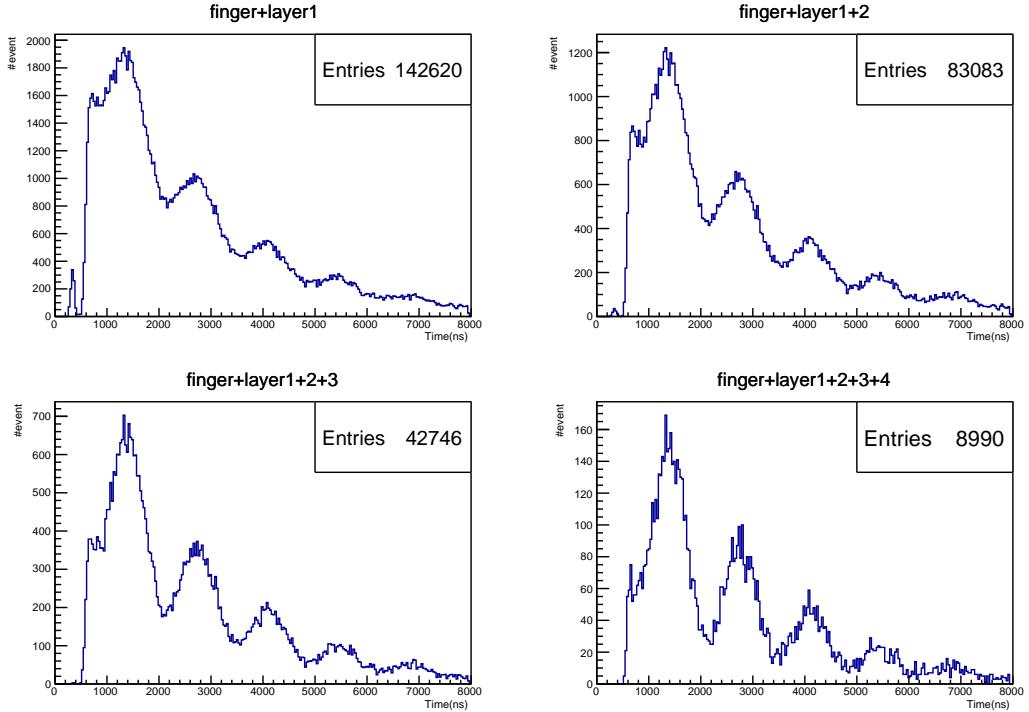


(a) 層で coincidence を取って得られたヒストグラム (磁場なし標的)

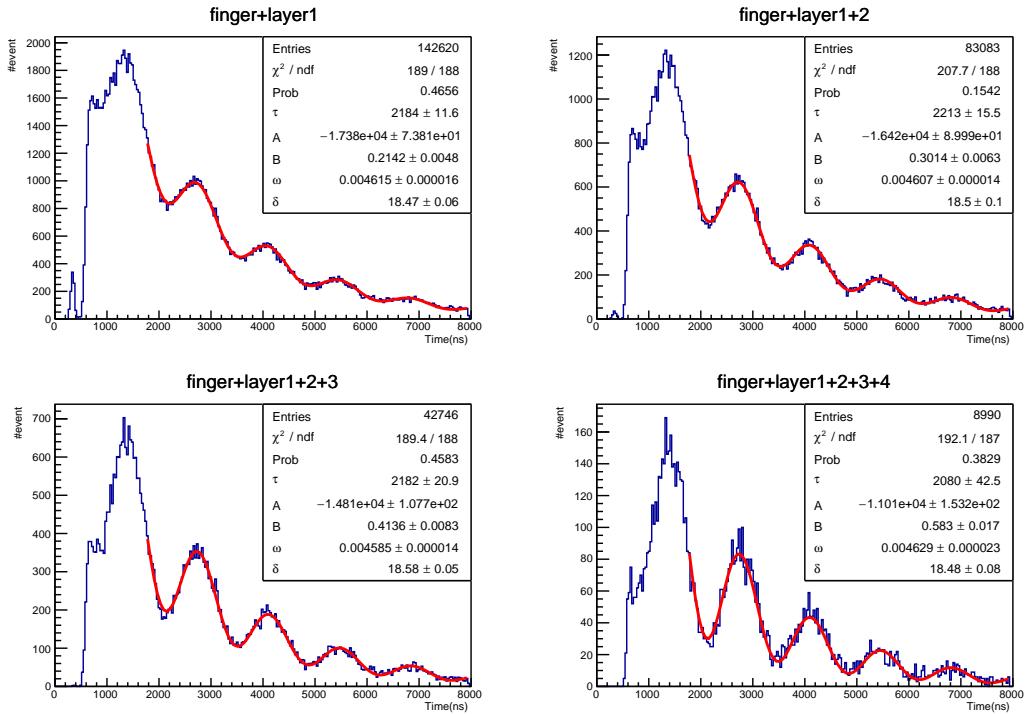


(b) $f_{\text{life}}(t)$ で fitting をした図

図 36: fitting した図



(a) 層で coincidence を取って得られたヒストグラム (磁場あり標的)



(b) $f_g(t)$ で fitting をした図

図 37: fitting した図

6.0.4 エネルギー分布

磁場なし標的を用いたときのデータから求めたエネルギー分布は図 38 のようになった。さらに、図 38 の各点において、キャリブレーションに由来するエネルギー分解能と統計誤差をそれぞれ横軸と縦軸の誤差として付けたのが図 39 である。

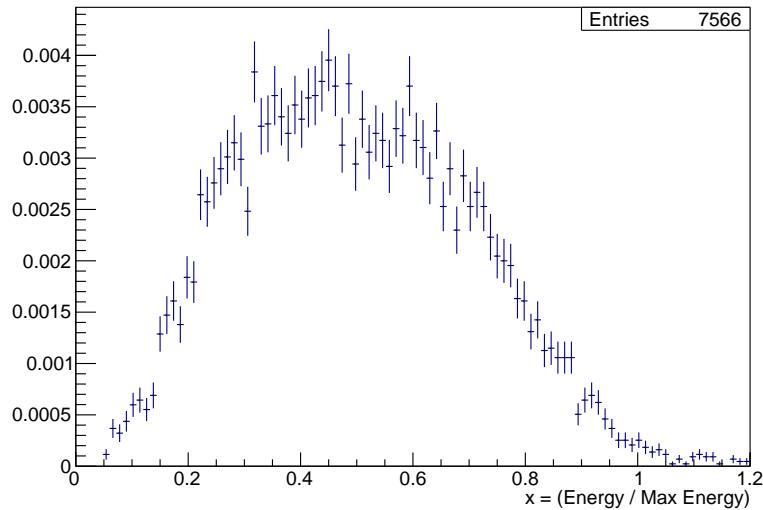


図 38: PS で得られたエネルギー分布図; 磁場なし標的

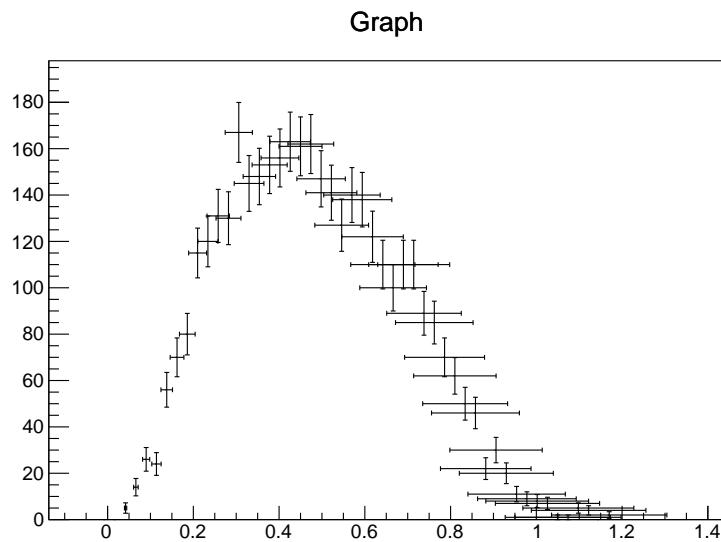


図 39: PS で得られたエネルギー分布 (誤差付き); 磁場なし標的

ミュオンのスピンに対して角度 θ の方向に崩壊する e^+ のエネルギー分布は、式 5 で与えられた。この式に

ρ 以外のパラメータの値として、標準模型で予想されている $\eta = 0, \xi = 1, \xi\delta = 3/4$ を代入して計算すると、

$$\frac{d\Gamma}{dx} \propto x^2 \left[\frac{2}{3}(\rho + \frac{3}{8}\cos\theta - \frac{1}{8})(4x - 3) + \frac{1}{4}(\cos\theta + 3) \right]$$

となる。

図 39 のグラフを $f_{\text{michel}}(x) = x^2(A(4x - 3) + B)$ で fitting することにより ρ を求めることができると考えた。しかし、高エネルギー側での横軸の誤差が大きいこともあり fitting はうまくいかなかった。以下ではエネルギー解析についての課題を述べる。

プラスチックシンチレータは無機シンチレータに比べて密度が小さいので、電磁シャワーで生じたフォトンが検出器の外側に漏れやすい。これによって高エネルギーの粒子の観測数が減ると考えられる。解析的にこの課題を解決するには、シミュレーションによって入射粒子のエネルギーと観測されるエネルギーの対応を求めて fitting 関数にその寄与を組み込む必要がある。

また、この実験では PS のエネルギー較正に改善の余地が大いに残されている。宇宙線ミュオンを用いたキャリブレーションならば、NaI 検出器で行っているような、finger との coincidence をとることで精度を上げることができると考えられる。

6.0.5 fitting 範囲による寿命と g 因子の系統誤差

今回使用したミュオンビームの分布は、FWHM~100 ns の幅を持ったガウス分布である。よって、図 36a のヒストグラムのピーク点は 750 ns であるが、その点から 1000 ns は fitting の対象外とし、図 36b と図 37b では fitting の範囲を 1750 ns から 7950 ns までとした。

この範囲の前側と後側で範囲を分けて fitting をすると、 τ と g の値は表 11~14 のようになった。

表 11: τ ; fitting 範囲 1750 ns ~5250 ns

coincidence を取った層	τ (ns)
1	2197 ± 16
1+2	2189 ± 20
1+2+3	2200 ± 28
1+2+3+4	2211 ± 60

表 12: τ ; fitting 範囲 4450 ns ~7950 ns

coincidence を取った層	τ (ns)
1	2247 ± 30
1+2	2244 ± 37
1+2+3	2218 ± 50
1+2+3+4	2036 ± 91

表 13: g ; fitting 範囲 $1750 \text{ ns} \sim 5250 \text{ ns}$

coincidence を取った層	$\omega(/ \text{ns})$	g
finger+1	$(4.608 \pm 0.025) \times 10^{-3}$	2.004 ± 0.011
finger+1+2	$(4.585 \pm 0.023) \times 10^{-3}$	1.9938 ± 0.0098
finger+1+2+3	$(4.576 \pm 0.022) \times 10^{-3}$	1.9896 ± 0.0095
finger+1+2+3+4	$(4.615 \pm 0.032) \times 10^{-3}$	2.007 ± 0.014

表 14: g ; fitting 範囲 $4450 \text{ ns} \sim 7950 \text{ ns}$

coincidence を取った層	$\omega(/ \text{ns})$	g
finger+1	$(4.570 \pm 0.060) \times 10^{-3}$	1.987 ± 0.024
finger+1+2	$(4.589 \pm 0.049) \times 10^{-3}$	1.995 ± 0.021
finger+1+2+3	$(4.579 \pm 0.049) \times 10^{-3}$	1.991 ± 0.021
finger+1+2+3+4	$(4.607 \pm 0.091) \times 10^{-3}$	2.003 ± 0.040

これらの結果を表 9・表 10 と比較すると, fitting の範囲を変えても, 得られた τ と g の値は誤差の範囲内で一致していると言える。このことから, fitting の範囲として 1750 ns から 7950 ns までは適切だと考えられる。

しかし, 寿命に関して, 表 11 と表 12 の 1, 2 段目を比較すると, 遅い時間側で fitting を行うと寿命が長くなっていると分かる。これは, バックグラウンドなどのノイズを信号として処理しており, その影響がイベント数の少ない部分で強く出ていることによると考えることができる。これを除くためには, より詳しい波形解析によってノイズとみなせる信号の性質を特定しなければならない。今回の実験ではバックグラウンド計測をしなかったが, 今後の課題として, ノイズ除去を目的とした解析を行う必要がある。FADC を用いた実験では波形をデータとして残せるので, ノイズに起因する信号を取り除くことは可能だと考えられる。寿命の解析結果として, 表 9 と表 11・表 12 の違いを fitting 範囲による系統誤差に含めた。

g 因子については, バックグラウンドがあっても振動の周期への影響はないと考えられる。したがって, fitting 範囲による系統誤差はないとした。

6.0.6 この節のまとめ

解析の結果得られたミュオンの寿命と g 因子の値は表 15 のようになった。寿命の誤差は統計誤差と fitting 範囲による系統誤差で, g 因子の誤差は統計誤差である。

表 15: 解析結果

$\tau(\text{ns})$	$2212 \pm 12 {}^{+35}_{-15}$
g	2.003 ± 0.006

6.1 プラスチックシンチレータのデータ解析

6.1.1 使用データ

実験で得られたデータのうち、解析に用いたのは 3 日目に磁場標的を用いたランと 4 日目に銅板標的を用いたランとの 2 つであり、それぞれ表 16 のようなデータであった。

表 16: PS の解析に用いたデータ

標的の種類	磁場 B [Gauss]	Event 数
銅板標的	—	43502
磁場標的	53.97	448073

なお、磁場標的を用いたデータについては先に述べたように磁場がランの途中で変化していたので、解析には変化後のデータとして、最初の 30000 Event を除いたデータのみを用いた。

6.1.2 FADC 波形の解析

FADC (WaveDigitizer V1721) で得られたデータをプロットすると図 40 のようになつた。図 40 は磁場標的を用いたランの 1000 Event 目の波形であり、丸印はそれぞれの信号についてその点をピークとみなしたことを表す。ここでグラフの色はプラスチックシンチレータの各層に対応している（ただし 3 層目にあたる ch 4 は Finger Counter である）。

図 40 の $2.6 \mu\text{s}$ から $3.1 \mu\text{s}$ までを拡大したものが図 41 である。

図 41 からもわかる通り、プラスチックシンチレータの解析データについてはパイルアップの影響はほとんどないものと考えられる。また、信号の立ち下がりは十分早く、固定 threshold 解析においても TQ 補正などは必要ないと判断した。以降ではこれらを考慮したうえで、固定 threshold を、プラスチックシンチレータのアフターパルスやベースラインの揺らぎを無視できる大きさ (8 FADC Count) に設定して解析を行つた。

6.1.3 ミュオン寿命解析

銅板標的を用いたランのデータの解析から、まずはミュオンの寿命を求めた。6.1.2 で述べたように threshold を設定し、固定 threshold を越えたところから初めて上回るところまでを一つの崩壊 e^+ による信号として、threshold を超えた瞬間をその信号が持つ時間情報をとした。その後、3 層目を除く各層については以下の方法でコインシデンスをとつた。

各層について、時間情報が 10 ns 以内にあれば同じ崩壊 e^+ 由来の信号として、二つの平均時間を各層の時間情報をとした。ここで 10 ns という値は図 41 などからプラスチックシンチレータの立ち下がり時間程度になるように選んだ。

以上の時間情報を用いて実際に得られた 3 層目を除く各層の時間情報ヒストグラムが図 42 - 44 である。ただし 2, 4 層目は 1 層目とのコインシデンスをとつた。ここで 3 層目を除いたのはチャンネル数の都合上、3 層目では層内でのコインシデンスをとることができなかつたからである。また、コインシデンスをとつた方法は各層での方法と同じであるが、時間情報としては 1 層目と各層との平均を用いるのではなく、コインシデンスが取れたものを各層についてそのまま使用した。

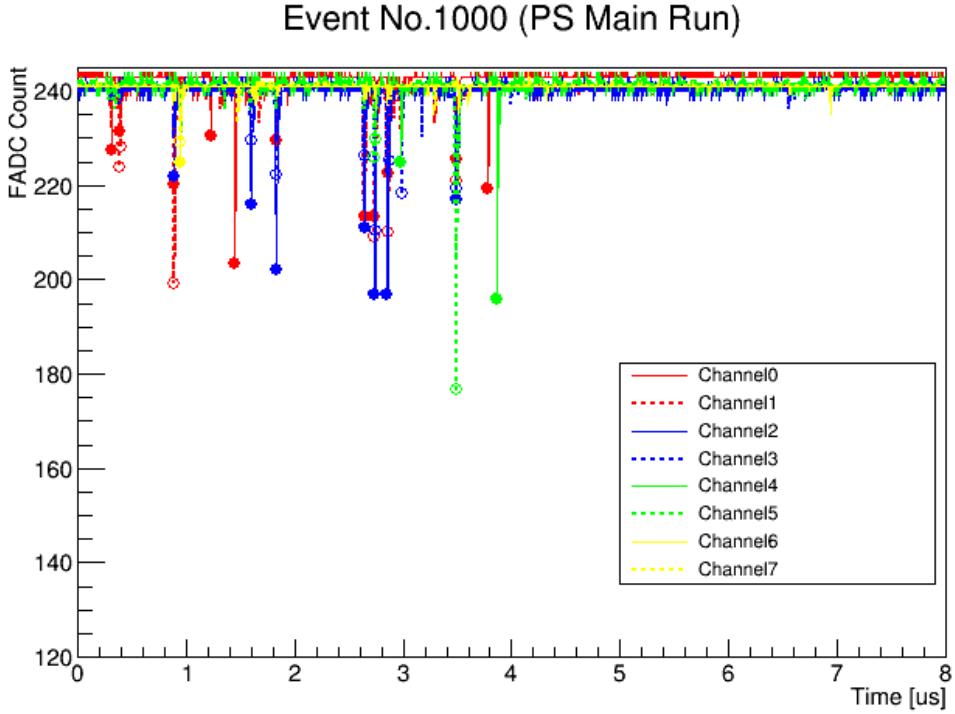


図 40: プラスチックシンチレータで得られた波形 (8 μs 全体)

得られた時間分布について、まず早いところにピークが立っている。このピークは図 44, 45 を比較すると分かるように、コインシデンスをとることによって小さくなる。このピークは π の崩壊によってできた表面ミュオンがすぐに崩壊し、生成した e^+ が、ビームラインを通り抜けて直接検出器に当たったときの信号によるものと考えられる。ビームラインにおいては運動量で粒子を選択しており（今回は 4.1 MeV の粒子を選択している），このようにしてできた e^+ は同じ運動量の μ^+ よりも高速で検出器に到達する。1 層目とのコインシデンスをとることでこのピークが低くなるのは、このコインシデンスにより粒子の飛来した方向を制限でき、銅板標的由来の信号の割合が多くなるためと考えられる。

図 42 - 44 のヒストグラムに式 (27) で表される関数 $f(t)$ を用いてフィッティングを行った。ここでバックグラウンドの影響を加味して定数項を加え、フィッティング範囲は 1000 ns から 8000 ns とした。フィッティング結果が図 46 - 48，および表 17 である。統計誤差は ROOT のフィッティングによるものである。

$$f(t) = A \exp(-t/\tau) + \text{const.} \quad (27)$$

表 17: フィッティングによって得られた τ の値

層番号	τ [ns]
1	2247 ± 16
2	2264 ± 23
4	2150 ± 46

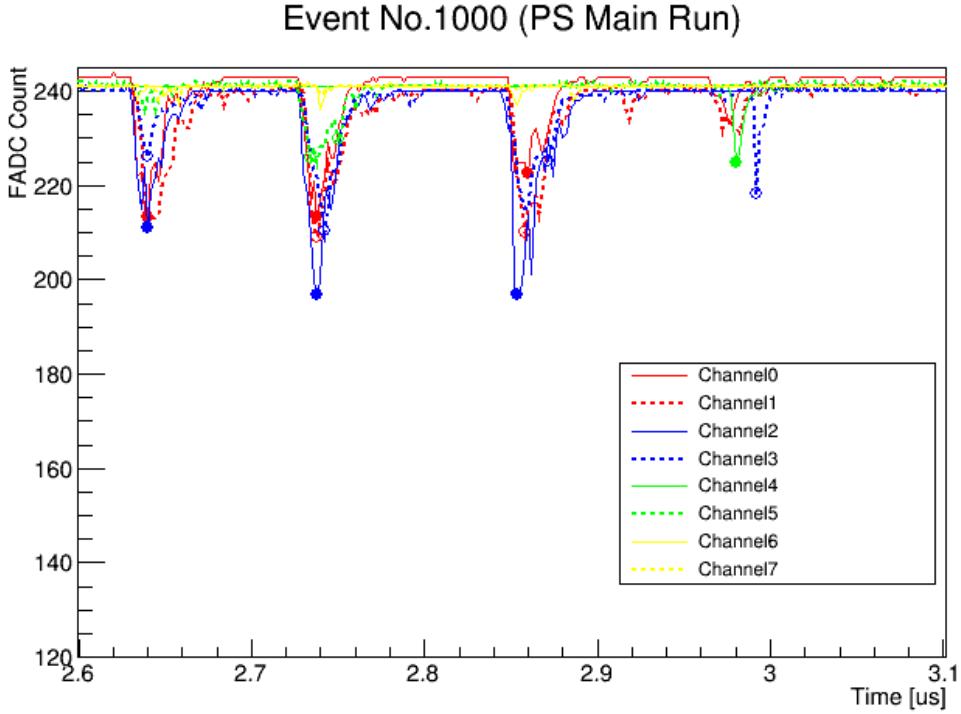


図 41: プラスチックシンチレータで得られた波形（一部拡大）

6.1.4 ミュオン g 因子解析

次に磁場標的を用いたランの解析から、ミュオンの g 因子を求めた。ここで先述の通り、磁場の変化を確認した結果から、最初の 30000 Events を除いたデータを用いた。6.1.3 と同様に時間情報を求めて図 49 - 51 のようなヒストグラムを得た。

図 49 - 51 のヒストグラムに式 (28) で表される関数 $g(t)$ を用いてフィッティングを行った。ここで 6.1.3 のときと同様に定数項を加え、フィッティング範囲も振動がきちんと見えている 1000 ns から 8000 ns までとした。フィッティング結果は図 52 - 54、および表 18 となった。ただし表 18 において g 因子の計算には各点の磁場をビームプロファイルのガウシアンで加重平均した値、 $B = 53.97$ [Gauss] という値を用いた。また、統計誤差としては 6.1.3 と同様に ROOT のフィッティングによって得られたものを載せており、磁場の影響を含めたものについては後述する。

$$g(t) = A \exp(-t/\tau)[1 + B \cos(\delta + \omega t)] + \text{const.} \quad (28)$$

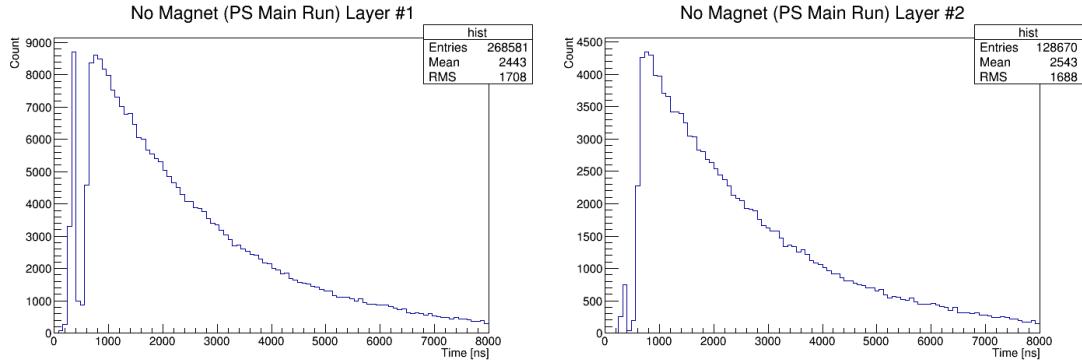


図 42: 磁場がないときの時間分布（1 層目）

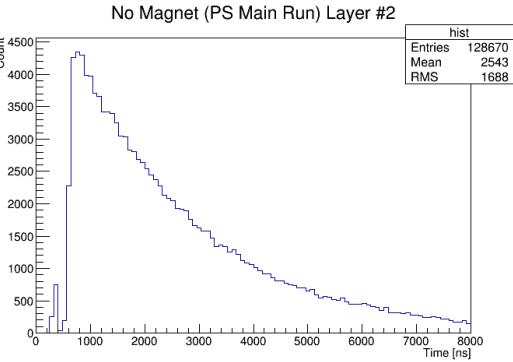


図 43: 磁場がないときの時間分布（2 層目）

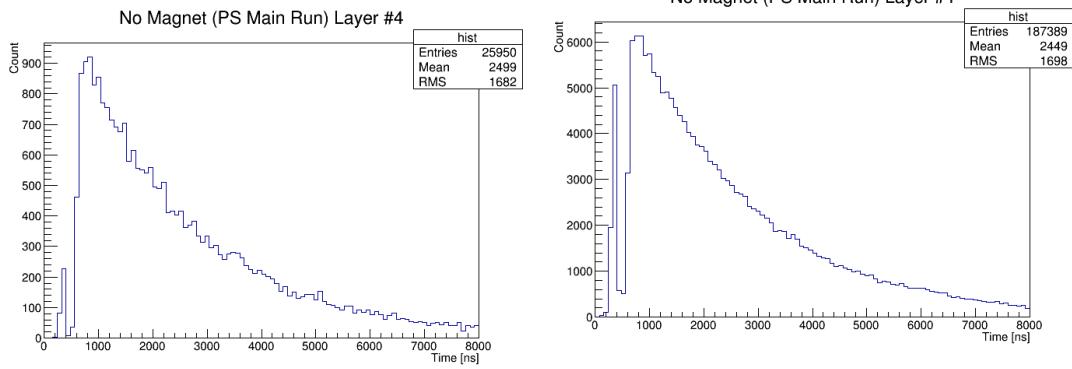


図 44: 磁場がないときの時間分布（4 層目）

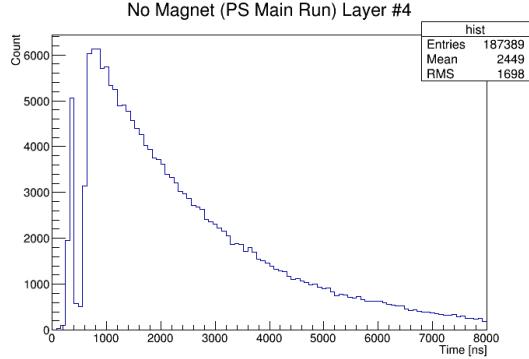


図 45: 磁場がないときの時間分布（4 層目， コインシデンスなし）

表 18: g 因子フィッティング結果

層番号	τ [ns]	ω [/ μ s]	g
1	2249 ± 4	4.624 ± 0.004	2.013 ± 0.0015
2	2224 ± 6	4.620 ± 0.003	2.012 ± 0.0015
4	2066 ± 13	4.633 ± 0.005	2.017 ± 0.0023

6.1.5 磁場の系統誤差について

6.1.4において g 因子解析に用いた磁場の値 $B = 53.97$ [Gauss] は事前に MLF の三宅さんから頂いたビームプロファイルをもとに加重平均をとった値であるが、このビームプロファイルの不定性により加重平均の値は変化する。今回はビームの広がりはガウシアンに乗ると仮定したうえでガウシアンの広がりを変化させ、それによって現れる磁場、および g 因子の系統誤差をみた。

ガウシアンの x 方向の広がりを σ_x 、 y 方向の広がりを σ_y とし、 σ_x を 2.0 cm から 3.9 cm まで、 σ_y を 1.0 cm から 2.9 cm まで 0.1 cm 刻みで変化させて加重平均磁場の値を求めたところ磁場の最大値・最小値は表 19 のようになった。ここで σ_x, σ_y を動かす範囲は磁場標的の大きさが標準偏差 1σ に入る点を上限として十分な広さをとった。

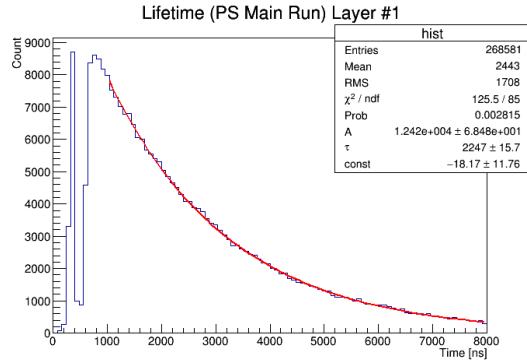


図 46: ミュオン崩壊寿命フィッティング結果 (1 層目)

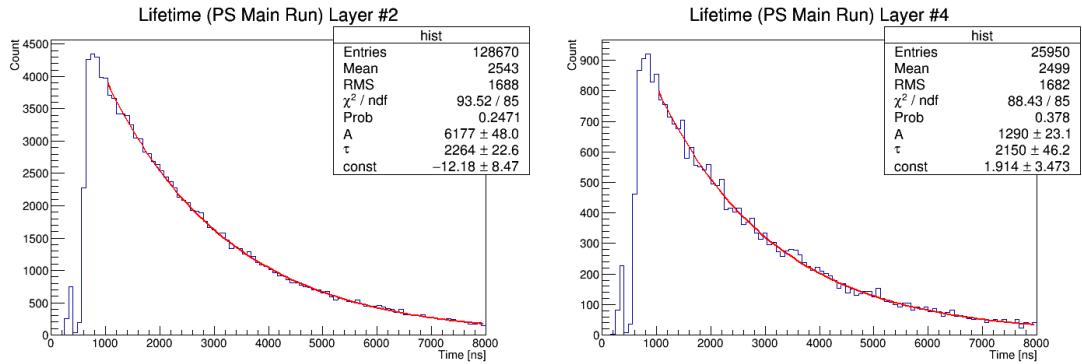


図 47: ミュオン崩壊寿命フィッティング結果 (2 図 48: ミュオン崩壊寿命フィッティング結果 (4 層目)

表 19: σ_x , σ_y を動かしたときの磁場 B の最大値と最小値 [Gauss]

B_{\max}	B_{\min}
$54.44(\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 1.0)$	$53.76(\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 2.9)$

得られた磁場の最大値, および最小値を用いて g 因子を計算すると表 20 のような値がそれぞれ得られた.

表 20: 磁場 B の値とそれらに対応する g 因子の値

層番号	$B_{\max} = 54.44$	$B_0 = 53.97$	$B_{\min} = 53.76$
1	2.000	2.013	2.021
2	1.995	2.012	2.020
4	2.000	2.017	2.025

また, 磁場の測定誤差を含んだ g 因子の統計誤差については, 誤差伝播の式, 式 (29) を用いて計算した. $\delta B = 0.008$ Gauss となったので, δg は表 21 のようになった.

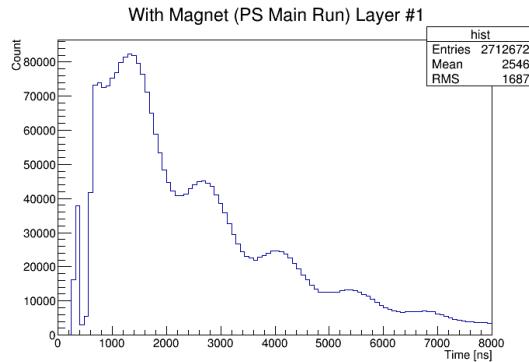


図 49: 磁場があるときの時間分布 (1 層目)

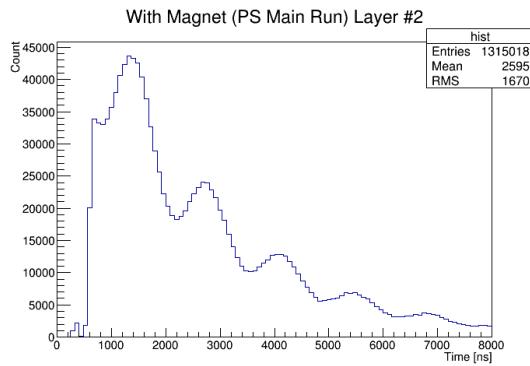


図 50: 磁場があるときの時間分布 (2 層目)

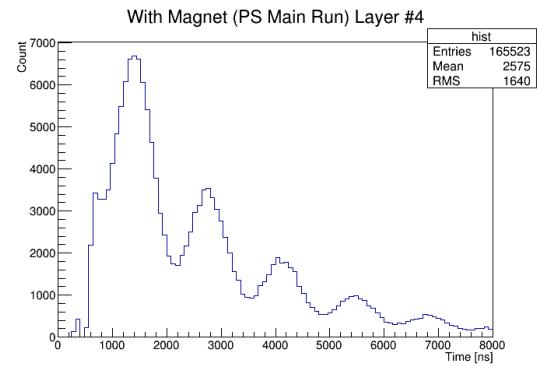


図 51: 磁場がないときの時間分布 (4 層目)

表 21: 磁場の測定誤差を含んだ g 因子の統計誤差

層番号	g 因子の統計誤差
1	0.0016
2	0.0015
4	0.0023

$$\delta g = \sqrt{(\delta\omega)^2 \left(\frac{\partial g}{\partial\omega}\right)^2 + (\delta B)^2 \left(\frac{\partial g}{\partial B}\right)^2} \quad (29)$$

実際, g 因子の値を考えるときは 1 層目と 4 層目とのコインシデンスをとったものが貫通イベントをとっている可能性が高く妥当であると考えると, 得られた g 因子の値は

$$g = 2.017 \pm 0.0023^{+0.008}_{-0.017}$$

となった. ここで誤差の第一項は磁場の影響を含めた統計誤差であり, 第二項はビームプロファイルの不定性による系統誤差である.

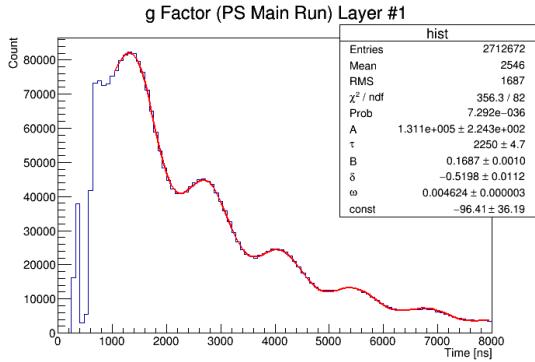


図 52: ミュオン g 因子フィッティング結果 (1 層目)

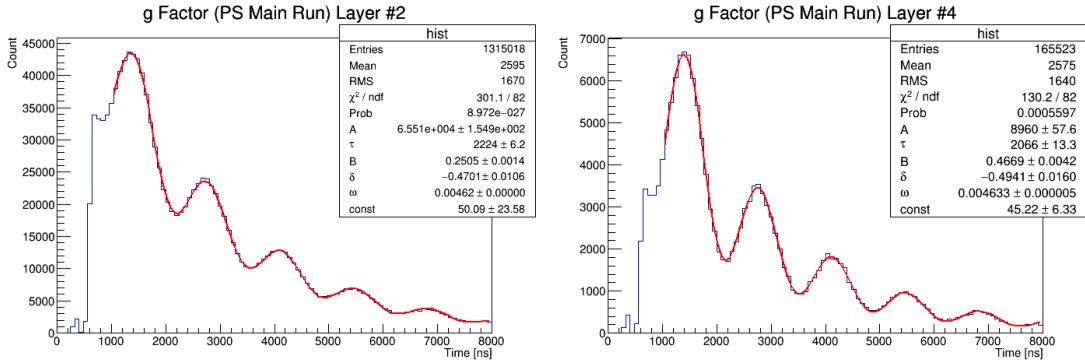


図 53: ミュオン g 因子フィッティング結果 (2 層目)
図 54: ミュオン g 因子フィッティング結果 (4 層目)

6.1.6 磁場の変化の確認

g 因子測定のための磁場標的を置いたランの途中において、磁石配置が崩れ磁場の値などが変わっていたことは本文中でも述べたが解析においてそのことを確認した。

6.1.4 のようなフィッティングをする際に、用いるイベントを 9000 Events (6 min) ごとに区切ってフィッティングを行い、それぞれ ω を求めると図 55 のようになった。また図 56 はそれを振動周期に直したものである。赤線は最初の 8 分間のデータのみがたまたまあったのでそこから得られた値を表しており、また青線は磁場変化発覚後に改めて確認用にとったランから得られた値を表している。図 55, 56 を見ると分かるように、ランの最初の 20 分程度で磁場の値が変化していることが分かる。よって今回の解析には同じ値の磁場とみなせるという条件の下で、より統計量の多いランの 20 分以降のデータを用いることにした。なお、変化前後の加重平均をとった磁場の値はそれぞれ 56.06 Gauss と 53.97 Gauss であった。

6.1.7 NaI シンチレータとの位相差の確認

NaI シンチレータとプラスチックシンチレータの g 因子の解析から \cos 振動の初期位相 δ に注目すると、これら二つの位相差は実験中の物理的セットアップに起因していると考えられる。実際、二つのシンチレータは標的に対しておよそ 87° の角度をつけて配置していたため、それにともなって初期位相もおよそ 87° 分の差をもっているはずである。

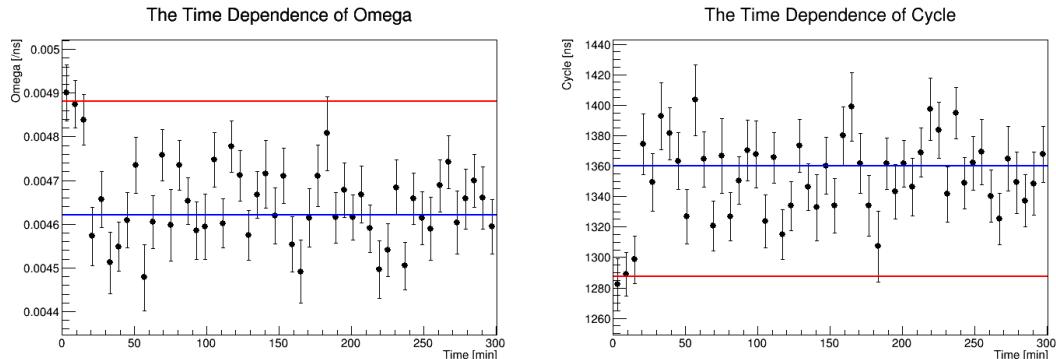
図 55: ラン中における ω の時間変化

図 56: ラン中における振動周期の時間変化

これらの事実を解析から確かめるために、まず二つの検出器から得られたデータの時間原点をそろえる必要がある。これら二つの検出器では検出器の性能差もあるが、そもそも用いたケーブルの長さが違うために時間原点がそろっていない。今回は時間原点をそろえるために 6.1.3 でも述べた高速 e^+ 粒子による小さなピークをそろえることを考えた。ビームライン奥からミュオンに比べて高速で飛んでくる e^+ は、今回のセットアップにおいては二つの検出器にはほぼ同様の時間かけて飛んでくるはずなので、このピークをそろえることで時間原点とすることができる。図 57 が NaI シンチレータの e^+ ピーク探索とそれを用いた原点調整後のヒストグラム、図 58 はプラスチックシンチレータで同様のことを行ったものである。

それぞれのフィッティングから得られた初期位相 δ は表 22 のようになった。

表 22: 各検出器の初期位相

検出器	δ
NaI シンチレータ	-0.54 ± 0.04
プラスチックシンチレータ	1.10 ± 0.02

したがって、表 22 からもわかるとおり位相差は $1.64 \pm 0.06 \sim \pi/2$ となりセットアップの角度と整合していることが確認できた。

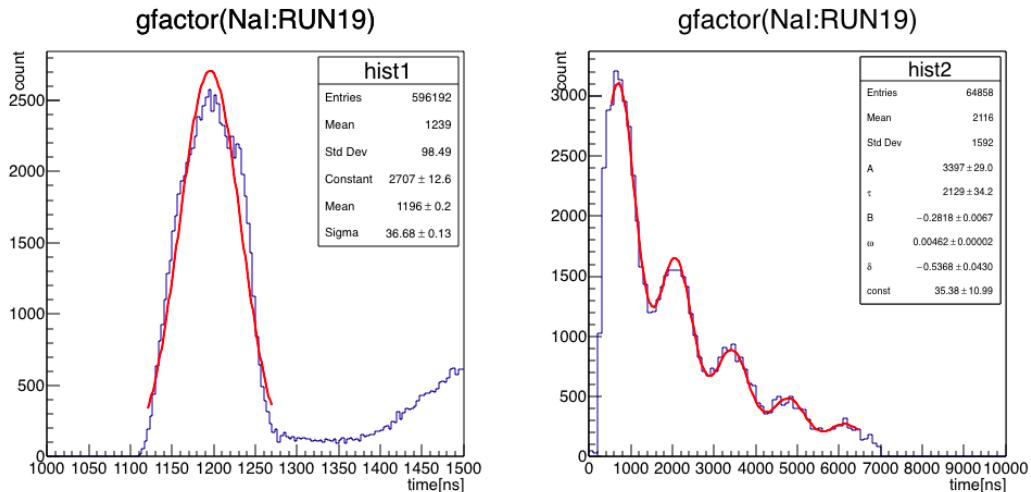


図 57: NaI シンチレータにおける時間原点探索と原点調節後のヒストグラム

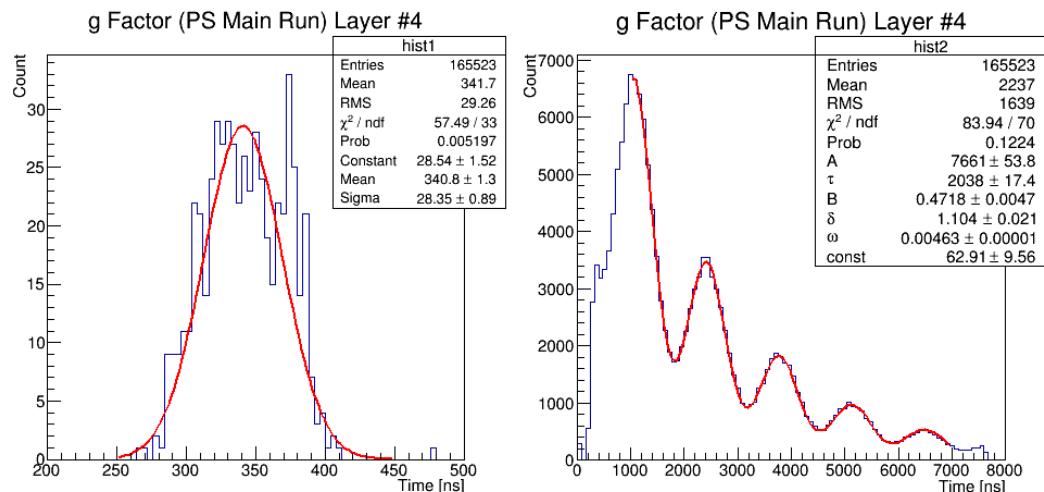


図 58: プラスチックシンチレータにおける時間原点探索と原点調節後のヒストグラム

7 NaI で取得したデータの解析と結果・考察

主に測定した信号から欲しい情報を取り出すための解析に関する部分と得られた情報から実際の測定した量を解析する部分にわけられる。特に前半では信号に対しパイルアップ信号を取り除く処理を行い情報を取り出す解析を行い、後半では得られたエネルギースペクトラムに対し測定器の電磁シャワーの応答に基づく Fitting の解析を行う。

7.1 信号解析

主に NaI 検出器で測定した波形解析の手法について述べる。実際に測定データの中で典型的なものの一つを図 59 に示す。波形解析ではここから Finger Counter(CH1) が鳴っている時に NaI に落とされたエネルギーと鳴った時の時間という 2 つの情報を抽出したい。この際に高周波のノイズが小さくないという事と NaI の減衰時間が長いという事の 2 つが解析時の注意点となる。特に前者は信号から鳴ったという判定をするためにピーク検出をする際に誤った判定を行う、1 回の信号であるのに短い時間に何度も振動する影響で複数のピークとしてしまう危険性がある。そのため、今回の解析ではノイズ除去の処理を最初に行った。その後ピーク検出を行った後に時間情報とエネルギー情報を抽出するが、この際に後者の注意点を忘れてはいけない。図 59 でも分かるように別の由来の NaI 信号が重なり合う（パイルアップ）を起こしている。これを処理しないままエネルギーを求めるために適切な領域で積分を行っても本来の信号でないものの影響で大きく見積もられる原因となる。このため、今回の解析では波形データのサンプルを行いそれに基づき波形を外挿し、その分の補正を行った。以下具体的な処理について述べる。

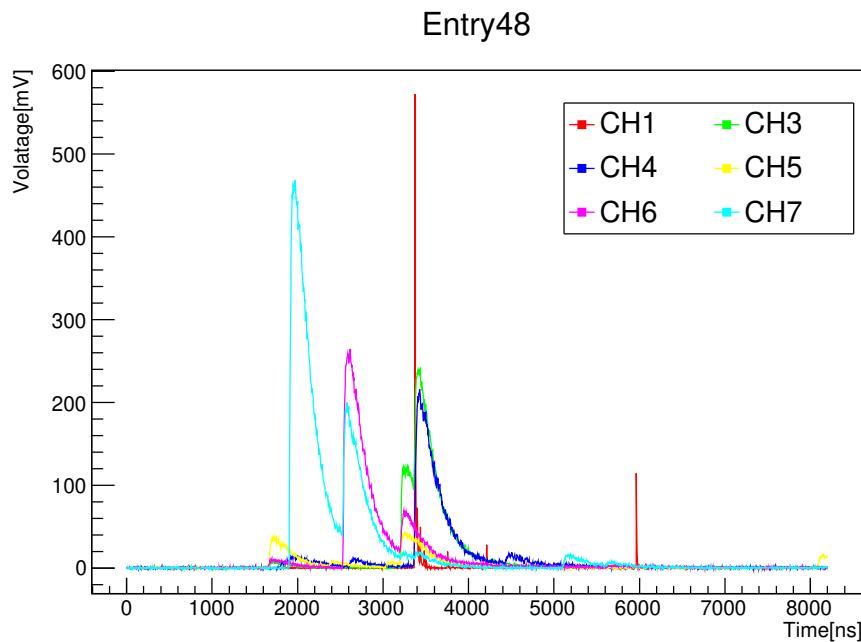


図 59: NaI 検出器の測定信号

7.1.1 ノイズ除去

ピーク検出の際に邪魔となる高周波で載っているノイズを除去することについて考える。今回はピーク検出の前段としての概ね高周波成分が処理されて大きな変動がなくなればいいので、簡単に実装ができるかつ高速に処理できるので単純移動平均をとることを行った。今回は具体的には前後 4 サンプリング、計 9 サンプリングの平均をとった。実際にノイズ除去を行った前後の信号の差異は図 60(図 60 と同じデータの一部) のようになる。薄い色で示したのが元の信号で濃い色で示したのがノイズ除去を行った信号である。CH6 の左側の信号などはノイズによって 2 つのピークのように見かけ上分裂していたのが改善しているのが分かる。

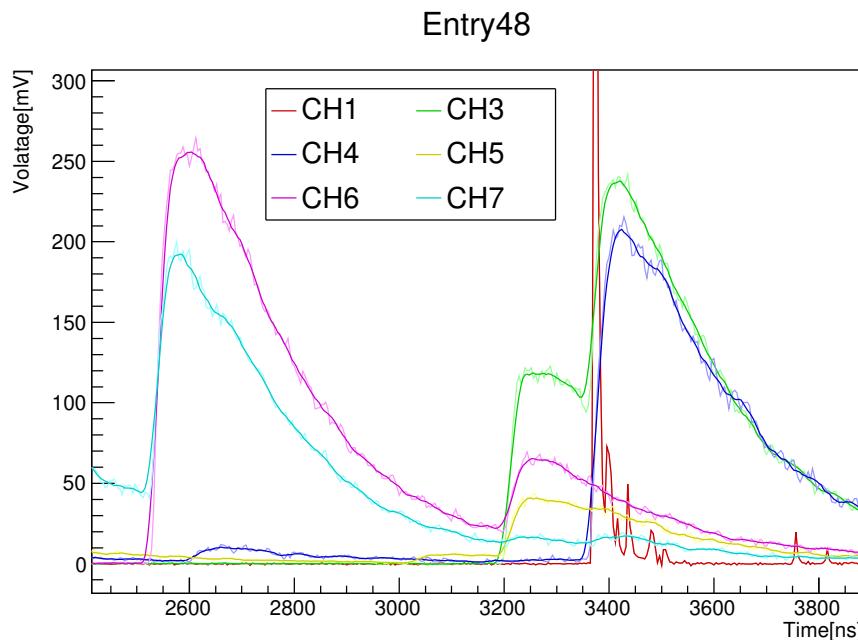


図 60: ノイズ除去された測定信号

7.1.2 ピーク検出

以上のノイズ除去を行った信号を元にピーク検出を行うことを考える。基本的にはしきい値を適切に設定しそれを超えたところからピークが始まったと考えることにする。ただし、この方法ではパイルアップしてゐる際には過剰に信号を検出しうる事がありうる。すなわち本来の適切な信号の前にあるパイルアップの原因となつた信号によりオフセットがのることになり、パイルアップしてゐる際のみしきい値が下がつてゐるのと同じ状態になり低エネルギーのものを拾いやすくなる。そのため、しきい値のベースラインとなる値を信号が来る前のピークが無い部分における最小値とすることとした。このような工夫をすることで、パイルアップしてゐる際はベースラインが高くなるため、パイルアップによるオフセットをかける影響をある程度キャンセルすることができる。そのようにしてピーク検出を行つた際の信号が図 61 である。それぞれ色が濃くなっている部分がピークとして判定されている領域で、点で示されているのがピーク(最大値)である。

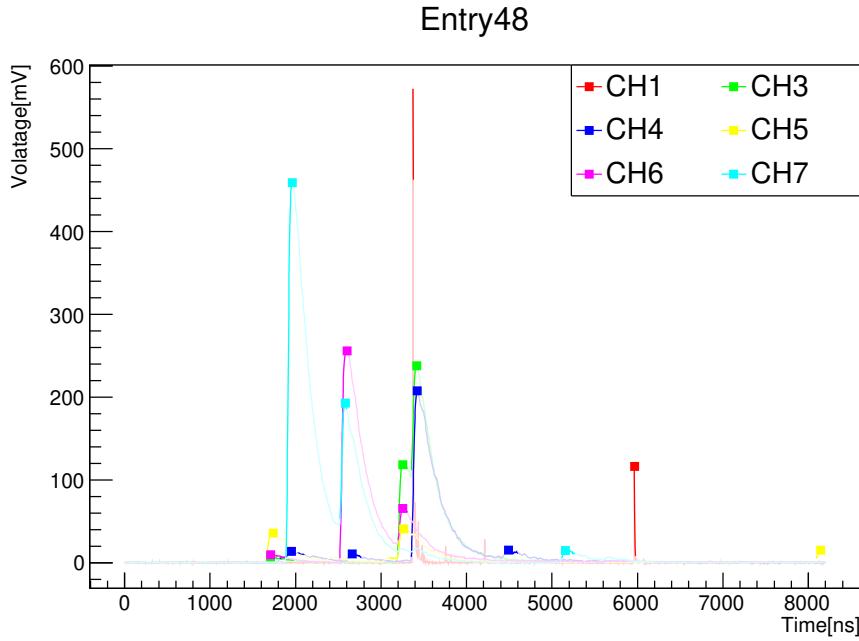


図 61: ピークとして検出された信号

7.1.3 波形データの抽出

パイルアップに対処するためにパイルアップしていない時の波形データを抽出しそれにより外挿を行うことを考える。今回は主に NaI は減衰時間が長くその部分でパイルアップが起きていると考え、減衰時間を測定しそれを元に外挿 $\exp(-t/\tau)$ (τ :減衰時間) をするというアプローチをした。ピーク検出された信号のうちパイルアップしていない信号の減衰部分に対して指数関数で Fitting を行った。具体的にパイルアップしていない信号とは、次のピーク信号がくるまで 400ns 以上の間隔があるものとした。また減衰部分の領域はピークの時間から 80ns 後から次の信号が来るまでの最後の 10% を外した領域とした。これに対し Fitting を行い Fitting の χ^2 の ConfidenceLevel(CL) が 50% を切るものは Fitting が失敗ないしは適切な信号ではなかったと考え捨てた。実際の Fitting を行った時の様子が図 62 である。濃い色で示されているのが Fitting した関数である。赤の線で示したのは CL が 50% 以下であったため捨てた Fitting である。

これを全ての測定データに行い出された結果が図 63 である。CH7 のヒストグラムは 2 峰になっているが、これは 2 つの NaI の信号をアナログ的に加算したため異なる特性の NaI のデータがひとつにまとめられたことに由来すると考えられる。実際他のチャンネルのデータのピーク値もその程度のばらつきがある事が確認される。また外挿の際にはこれらを識別する事はできないため、これらを選別することを考えず各チャンネル毎に減衰時間を単純に平均を求め、それを減衰時間とした。

その結果が表 23 である。

7.1.4 波形データの外挿

波形データの外挿は次のように行った。ピークが終わった後の減衰中に次のピークが見つかった場合は、減衰時間中の最小値から前 5 サンプリング分のデータを基準に求めた減衰時間（表 23）の指数関数を外挿した。実

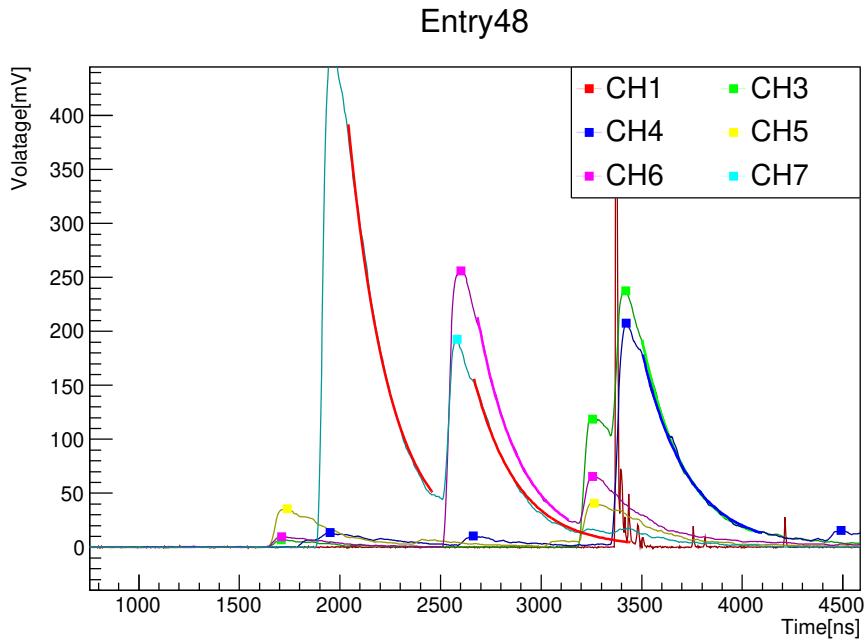


図 62: 波形データにたいする Fitting

表 23: 各 CH における減衰時間

チャンネル番号	減衰時間 (ns)
3	232.6
4	236.7
5	224.2
6	233.4
7	228.6

際に外挿を行った時の信号の様子が図 64 である。濃い色の線で示しているのが外挿した波形データである。

7.1.5 解析データの抽出

以上の解析で主に各チャンネルごとの抽出できる準備ができたので、これを元にピークの 50% の値を時間情報として、前のピークから外挿された分を差し引き、自らの外挿分を加えた積分値をエネルギー抽出とした。本当に欲しいデータは手前の Finger Counter を通ったデータだけであるので、Finger Counter の信号と同時に鳴ったとみなせる NaI 信号を考えたい。ここで、Finger Counter と各 NaI 信号の時間差をとると図 65 となつた。よって、Finger Counter が鳴った時を基準にその後 20ns の間に鳴った信号のエネルギーの合計値を Finger Counter が鳴った時にいったエネルギーとした。

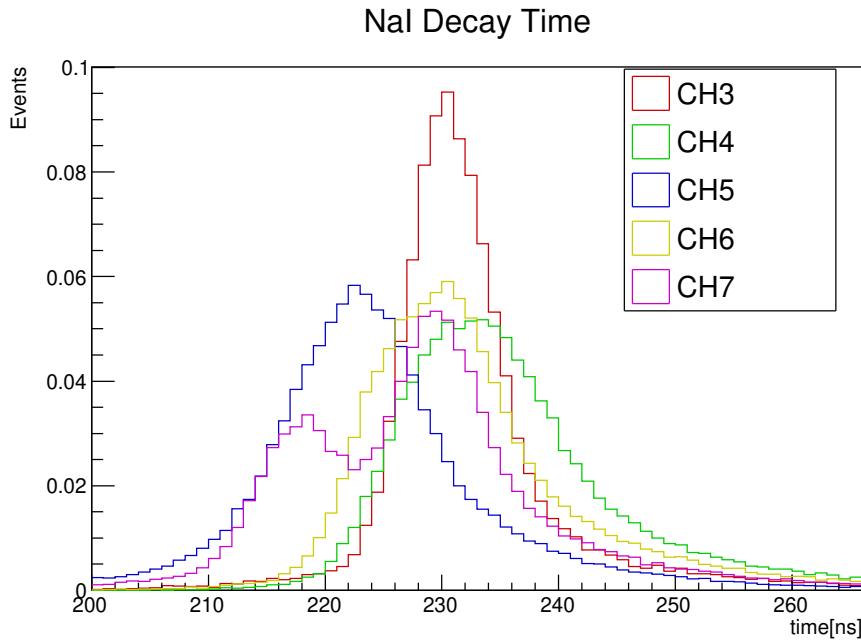


図 63: NaI の減衰時間の測定

7.2 NaI を用いた寿命と g 因子の解析

7.2.1 使用データ (NaI)

NaI では実験で得られたデータのうち, 寿命測定用に磁場なしのデータとして RUN15, g 因子測定用に磁場ありのデータとして RUN18, RUN19 のデータを用いて解析を行った. RUN15 の sample 数は 1030 点でビームが到達してから 4120 ns, RUN18 と RUN19 の sample 数は 2050 点で 8200 ns の時間までのデータを記録した. 解析に用いた RUN は表 24 のようなデータであった.

表 24: 用いた RUN の情報

	B	Time [min]	Event 数
RUN15	—	47	71532
RUN18	56.06	75	113584
RUN19	53.97	297	446578

以下の図 66-68 は解析に用いた磁場なしと磁場ありの場合の時間分布で中心の NaI と finger counter でコインシデンスを取った.

Entry48

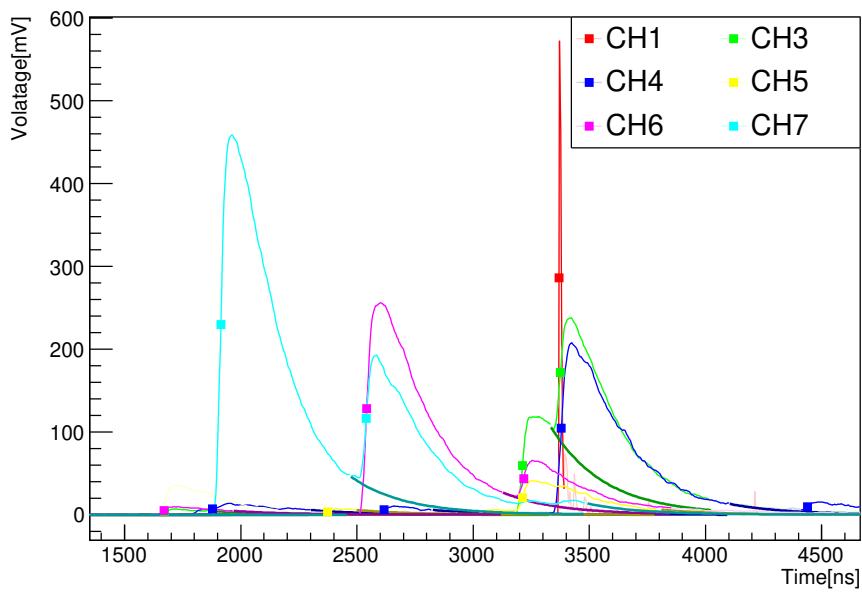


図 64: 波形の外挿の様子

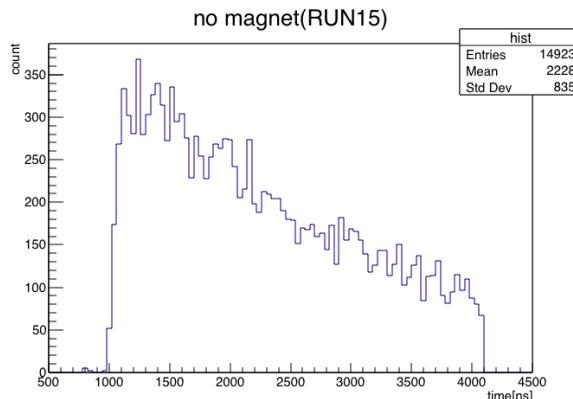


図 66: 磁場がないときの時間分布 (RUN15)

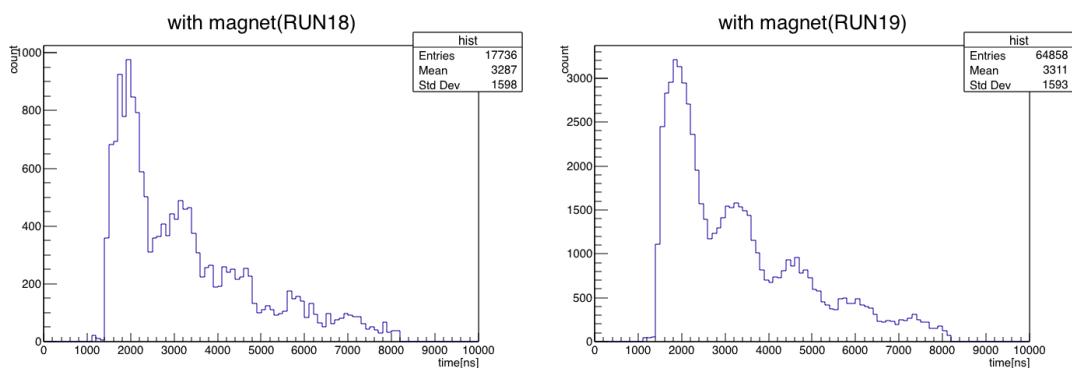


図 67: 磁場があるときの時間分布 (RUN18)

図 68: 磁場があるときの時間分布 (RUN19)

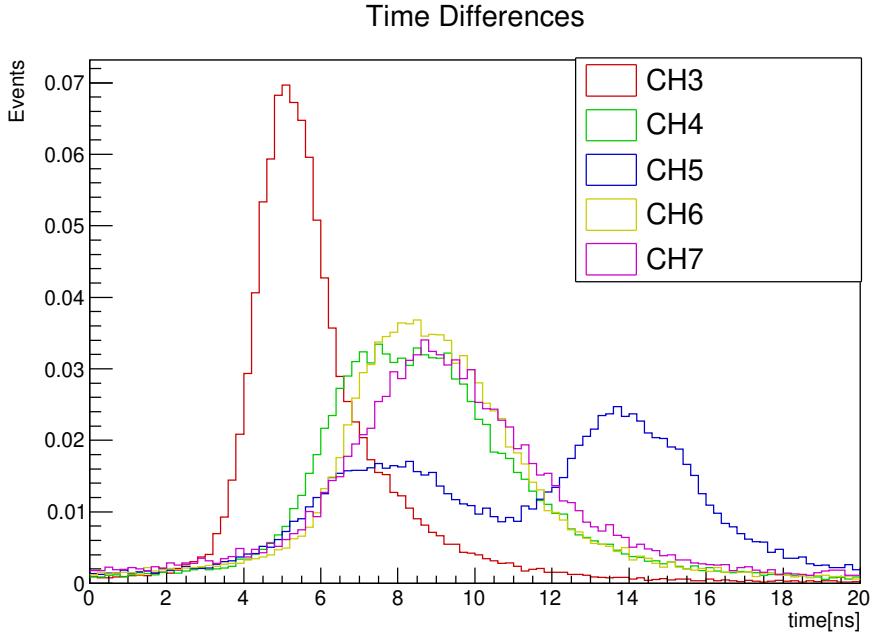


図 65: FingerCounter と NaI の時間差

7.2.2 時間分解能

Peak に対する一定の高さの比 (50%) を時間として用いて寿命と g 因子のフィッティングを行った。以下の図 69 は中心の NaI と finger counter でコインシデンスを取った時の図で、縦軸が時間差、横軸が中心の NaI で落としたエネルギーを表していて、この図からエネルギーに対して時間差がほとんど一定で TQ 補正の必要はないことが確認できる。

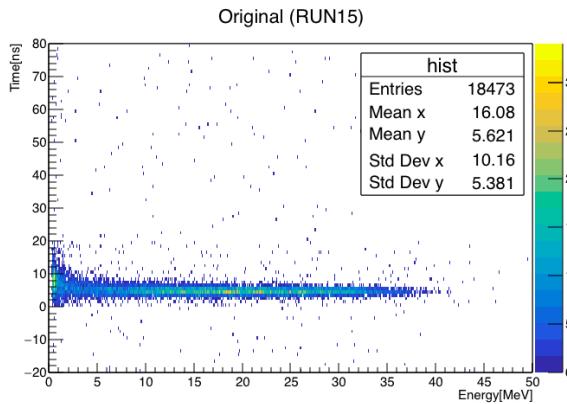


図 69: 中心の NaI と finger counter の時間差

ただし、低エネルギーでは時間分解能が高エネルギー側と比べて悪いため 5MeV より高いエネルギーを用いて解析を行った。以下の図 70 は 1MeV 毎にエネルギーで区切って時間を gaussian でフィッティングし、図 71 はフィッティングで得た時間分解能 σ を横軸をエネルギーとしてプロットしたもので低エネルギーは時間

分解能が悪いことが確認できる。

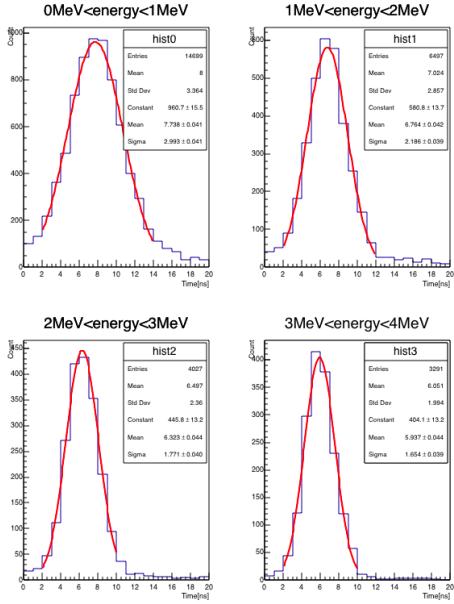


図 70: gaussian の fitting

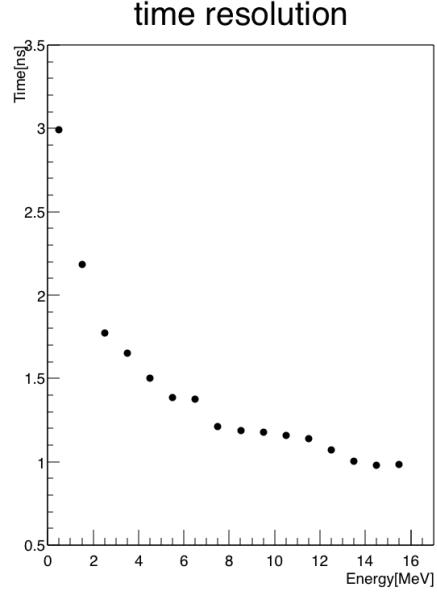


図 71: 1MeV 毎に時間分解能をプロット

7.2.3 ミュオン寿命解析

銅板標的を用いた RUN15 の解析からミュオンの寿命を求めた。得られた時間分布に対して以下の式 (30) で表される寿命の関数 $f(t)$ を用いてフィッティングを行った。プラスチックシンチレータの場合と同様にバックグラウンドの影響を加味して定数項を加え、RUN15 のデータは 4120 ns までしかデータを記録していないかったため、フィッティング範囲は 1200 ns から 4000 ns とした。統計誤差は ROOT のフィッティングによるものである。

$$f(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + C \quad (30)$$

$$\tau = 2.184 \pm 0.052 \text{ } [\mu\text{s}]$$

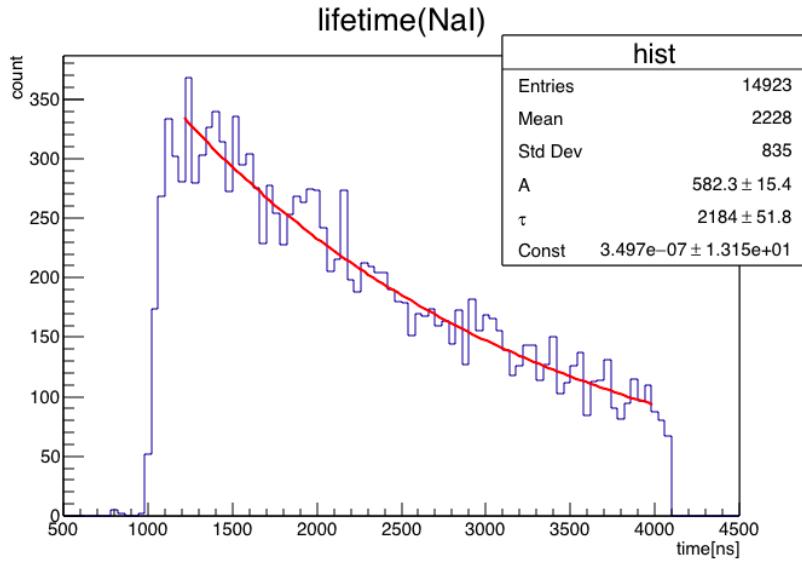


図 72: 寿命フィッティング

7.2.4 ミュオン g 因子解析

次に磁場標的を用いた RUN18 と RUN19 の解析からミュオンの g 因子を求めた。RUN18 のデータは全 Event を用いて解析を行ったが、RUN19 は先述の通り途中で磁石が外れて磁場の値が変化したため、磁場の変化を確認した結果から最初の 30000 Events を除いたデータを用いた。RUN18 と RUN19 から得られた時間分布に対して以下の式 (31) で表される g 因子の関数 $g(t)$ を用いてフィッティングを行った。ここで寿命解析の時と同様に定数項を加え、フィッティング範囲は振動がきちんと見えている 1600 ns から 8000 ns までとした。RUN18 と RUN19 のフィッティング結果をまとめると表 25 となった。ただし表 25 において g 因子の計算にはプラスチックシンチレータの場合と同様に各点の磁場をビームプロファイルのガウシアン加重平均した値で、RUN18 では $B=56.06$ [Gauss]、RUN19 では $B=53.97$ [Gauss] という値を用いた。また、統計誤差としては ROOT のフィッティングによって得られたものを載せており、磁場の影響を含めたものについては後述する。

$$g(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \{1 + B \cos(\omega t + \delta)\} + C \quad (31)$$

表 25: フィッティングで得た RUN18 と RUN19 の ω と g 因子

	τ [μs]	ω [/ μs]	g
RUN18	2.010 ± 0.048	4.923 ± 0.024	2.086 ± 0.010
RUN19	2.126 ± 0.030	4.630 ± 0.015	2.038 ± 0.007

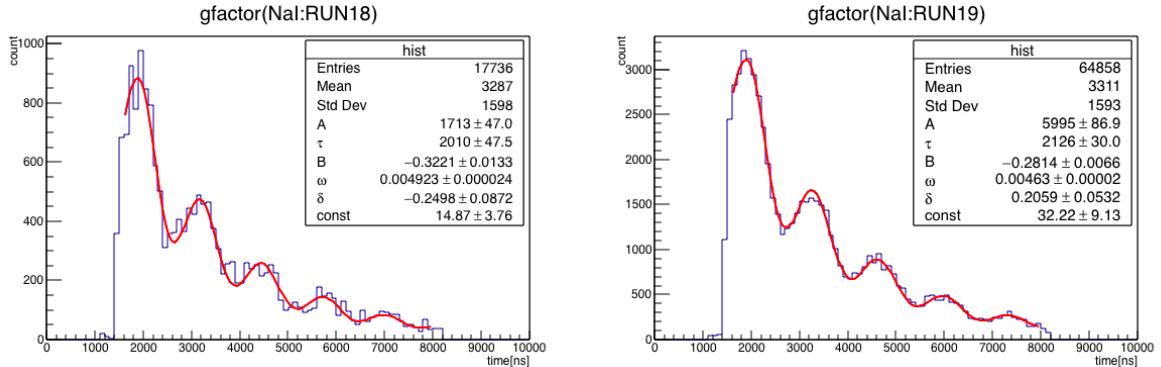


図 73: RUN18 を用いた g 因子のフィッティング

図 74: RUN19 を用いた g 因子のフィッティング

7.2.5 磁場の系統誤差について

プラスチックシンチレータの場合と同様に RUN18 と RUN19 の g 因子解析に用いた磁場の値はビームプロファイルをもとに加重平均をとった値であるため、ビームの不定性による磁場の加重平均の誤差を考察した。ビーム強度のガウシアンの広がり σ_x, σ_y を動かして RUN18 と RUN19 の場合での加重平均磁場の最大値と最小値を求めたところ表 26 のようになった。

表 26: σ_x, σ_y を動かした時の最大磁場と最小磁場

	B_{max}	B_{min}
RUN18	$56.58 (\sigma_x = 3.3, \sigma_y = 1.0)$	$55.82 (\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 2.9)$
RUN19	$54.44 (\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 1.0)$	$53.76 (\sigma_x = 3.9, \sigma_y = 1.0)$

磁場が最大・最小、そしてビームプロファイルのときの g 因子を求める以下の表 27 の値が得られた。また、磁場の測定誤差を含んだ g 因子の統計誤差については、磁場の誤差 δB を考慮するとプラスチックシンチレータで求めた誤差伝播の式 29 より、 g 因子の誤差 σ_B は以下の表 28 の値が得られた。

表 27: 磁場 B の値とそれらに対応する g 因子の値

	B_{max}	B	B_{min}
RUN18	2.066	2.086	2.095
RUN19	2.020	2.038	2.046

表 28: 磁場による g 因子の誤差の伝播

	δB	σ_B
RUN18	1.20	0.046
RUN19	2.36	0.089

以上の統計誤差と系統誤差をまとめると、RUN18 と RUN19 の g 因子は以下の表のようになった。ここで誤差の第一項は磁場の影響を含めた統計誤差であり、第二項はビームプロファイルの不定性による系統誤差である。

表 29: g 因子の誤差のまとめ

g	
RUN18	$2.086 \pm 0.046^{+0.009}_{-0.020}$
RUN19	$2.038 \pm 0.089^{+0.008}_{-0.018}$

7.3 エネルギー解析

以上の信号解析で求められたエネルギー値を元にエネルギースペクトラムを求め、それを元にミッシェルパラメータを求めるための各種解析を行った。まずは各種時間情報を元にスピンの向きに関する考察をし、さらにバックグラウンドの影響を考えてイベントのセレクションを行った。また、エネルギースペクトラムに対するFittingでは検出器内の電磁シャワーによるエネルギー応答を考慮して行列を関数に畳み込んで最小二乗法を適用した。

7.3.1 スピンの回転に関して

当初の目標に反して g 因子測定用に用意した磁場をかけた標的を用いて測定したデータを用いて以下の解析を行った。大きな要因としてはこのデータを元に解析を行っても解析ができることがわかつたため、長い時間を測定しイベント量を多く採れたデータを使う方が統計誤差の観点では当然良いため。また、このデータではいろいろな方向のスピン方向の情報を持っているため、 ξ, δ といったパラメータの測定も可能であるという事である。以下ではまず時間情報を元にスピン方向のデータが求められる事をみる。時間に関してヒストグラムを出すと g 因子の解析で出たような指数関数と三角関数の合わさった形で出てくる。このままでは例えば ρ を求めるためにスピン方向に関して全方向を積分するために一周期分の時間範囲のデータを取り出しても、指数関数分の減衰があるため、後ろの時間のスピン情報が軽視されるためスピン方向を完全にキャンセルすることができない。これは指数関数の減衰の影響によるものなので、逆にその逆数で重みをつけてやることでその影響をキャンセルできることを確認する。ここではミュオンの崩壊寿命 $\tau = 2.2\mu s$ を既知としてそれぞれのデータに関して $\exp(t/\tau)$ の重み付けを行った。すると時間情報のヒストグラムは図75となった。これは実際の指数関数の影響をキャンセルして、スピンに由来する情報のみを取り出せることを示している。改めて確認するとスピンの向きは三角関数の最大値が $\theta = \pi$ 、最小値が $\theta = 0$ に対応する。

以上より、同様の重み付けをした上で適切な時間範囲をとることで任意のスピンに関するエネルギースペクトルを取り出すことができる。

7.3.2 イベントセレクション

7.3.3 検出器の電磁シャワー応答について

今回の検出器は全吸収型のカロリメータではあるが、検出器内で形成された電磁シャワーで主に γ 線となるものがリークとなるため、必ずしも入射した粒子のエネルギーに対応する形でエネルギーが測定されるわけではなく、低エネルギーの裾をもつ確率分布でエネルギーが与えられる。ただし、この関数形を解析的な形で求めることは難しいので今回はシミュレーション(Geant4)を行って、それらの応答を計算した。結果は図76となった。

以下Fittingの際にはこの応答を畳み込んだ最小二乗法(Appendix)を用いてFittingを行った。

7.3.4 ミッシェルパラメータ ρ の導出

スピンを全範囲で積分して無偏極とすれば、エネルギースペクトラムは $f(x) = (3 - \frac{3}{E_{max}}x) + \frac{2}{3}\rho(\frac{4}{E_{max}}x - 3)$ として表される。ここでは、無偏極とするために図76の最初の三周期に相当する時間範囲を抽出した。

このFittingでは理論で示したように主に高エネルギー部分の変動に対して極めて鋭敏である、そのため較正係数の誤差に対して極めて鋭敏である。ここでは較正係数を測定から想定される $\pm 20\%$ の範囲で動かし、最

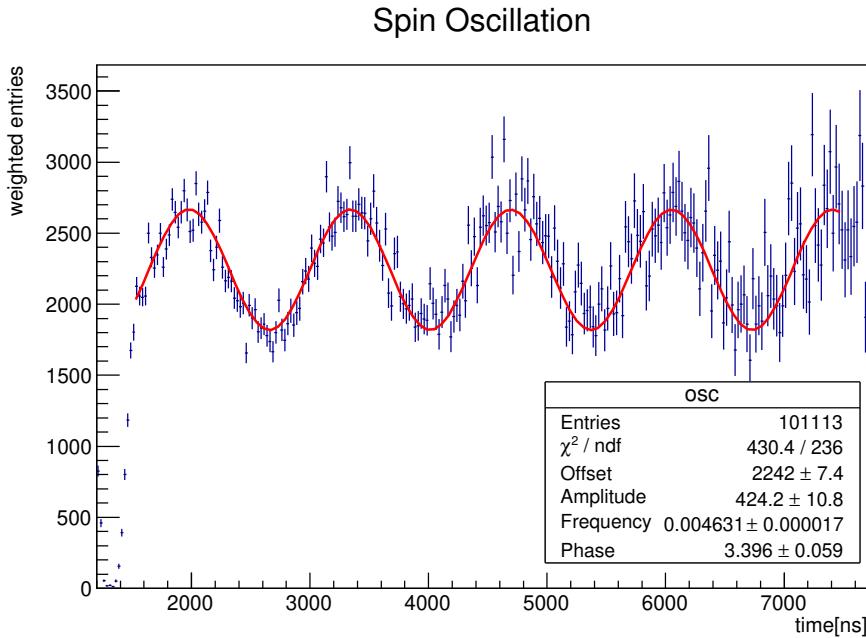


図 75: スピン方向と時間の対応

も適當な当てはめができた時 (χ^2 が最小) を測定値とした.Fitting の結果は図 77 である (バックグラウンド項として一次関数 $p_2 + p_3x$ を仮定した). この時のパラメータは $p_0(3 - \frac{3}{E_{max}}x) + \frac{2}{3}p_1(\frac{4}{E_{max}}x - 3)$ と書くと, 表 30 となった. これより, $\rho = 0.663 \pm 0.023$ となった.

表 30: ρ の Fitting パラメータ

p_0	δp_0	p_1	δp_1	p_2	δp_2	p_3	δp_3
3.092	0.011	4.665	0.128	1476.440	0.158	-2.660	0.011

また,Fitting のパラメータが 1σ ずれると $\chi^2 + 1$ となるため $\chi^2 + 1$ の範囲を系統誤差とした. 最大で 0.801, 最小で 0.617 であり最大幅である 0.138 を系統誤差とした. 以上の結果をまとめると $\rho = 0.663 \pm 0.023 \pm 0.138$ である.

7.3.5 ミッシェルパラメータ ξ の導出

スピンに対する計数の変化を考えると計数はビームが 100% 偏極 $P_\mu = 1$ なので $\frac{dN}{d\cos\theta} \propto 1 + \frac{1}{3}\xi \cos\theta$ となり, スピンが手前を向いている時 ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) の計数 N_- と逆を向いている時 ($\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$) の計数 N_+ の比を見ると, $\frac{N_+}{N_-} = \frac{1 + \frac{1}{6}\xi}{1 - \frac{1}{6}\xi}$ であるのでこれを求めればよい. これらはスピンの向きに関する部分の測定なので, 単純なバックグラウンドだけでなくターゲット内散乱により無偏極となったものによるバックグラウンドも考えなければならない, ただし特に後者の影響を見積もる事は難しいがどちらも ξ を小さく見積もる方向に影響を与える.

最初の一周期の該当する範囲で計数を考えると $N_+ = 73607.5, N_- = 52878.6$ となる. ここでも, 指数関数の重みをつけていることを忘れてはいけない. 以上より, この比を $R = \frac{N_+}{N_-}$ とすると $\xi = 6 \frac{R-1}{R+1}$ より求ま

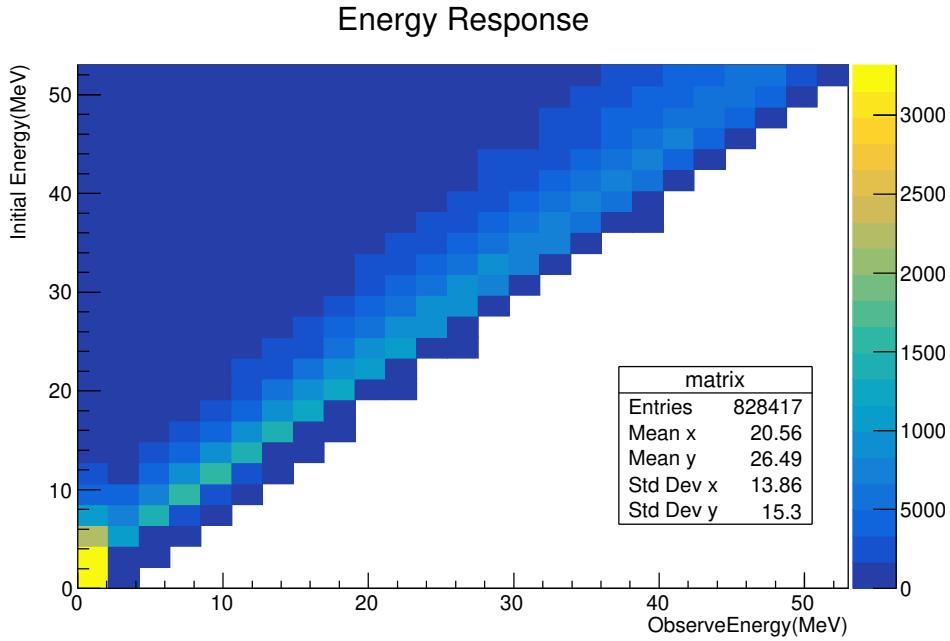


図 76: スピン方向と時間の対応

り, $\xi = 0.983 \pm 0.017$ となる.

7.3.6 ミッシェルパラメータ δ の導出

スピンがある方向を向いている時のスペクトラムを見ることにより, 残るミッシェルパラメータは δ を含む形で表される. ただし, あるスピンを適当に選び抜き δ を測定するには ρ や ξ などのパラメータを含む形になりパラメータの数が多くなる. ここで, ちょうどスピンが反対のものを差し引くと ρ の関わる部分がキャンセルをし, ξ は比例係数の内に含まれるため, δ のみでエネルギースペクトラムは表され, $f(x) \propto (1 - \frac{x}{E_{max}}) + \frac{2}{3}\delta(4\frac{x}{E_{max}} - 3)$ と表される.

実際にはスピンが手前を向いている時 ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) と逆を向いている時 ($\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$) を差し引いたスペクトラムに対して Fitting を行った. ρ の導出と同様に較正係数を動かして適切な Fitting を決めた. その様子が図 78 である. またその結果が表 31 であり, その結果より $\delta = 0.613 \pm 0.112$ である. また系統誤差は最小で 0.464, 最大で 0.794 となったので最大幅の 0.181 とした. すなわち $\delta = 0.613 \pm 0.112 \pm 0.181$ である.

表 31: δ の Fitting パラメータ

p_0	δp_0	p_1	δp_1	p_2	δp_2	p_3	δp_3
0.978	0.123	1.595	0.211	104.741	2.722	0.211	0.123

7.4 ミッシェルパラメータのまとめ

ミッシェルパラメータ ρ の値より $\rho = 0.75$ でベクトル型の相互作用であると考えることが妥当であると分かる. また, ξ の測定よりparityの破れが最大である, V-A 理論であるということが分かる. また, δ の測定も

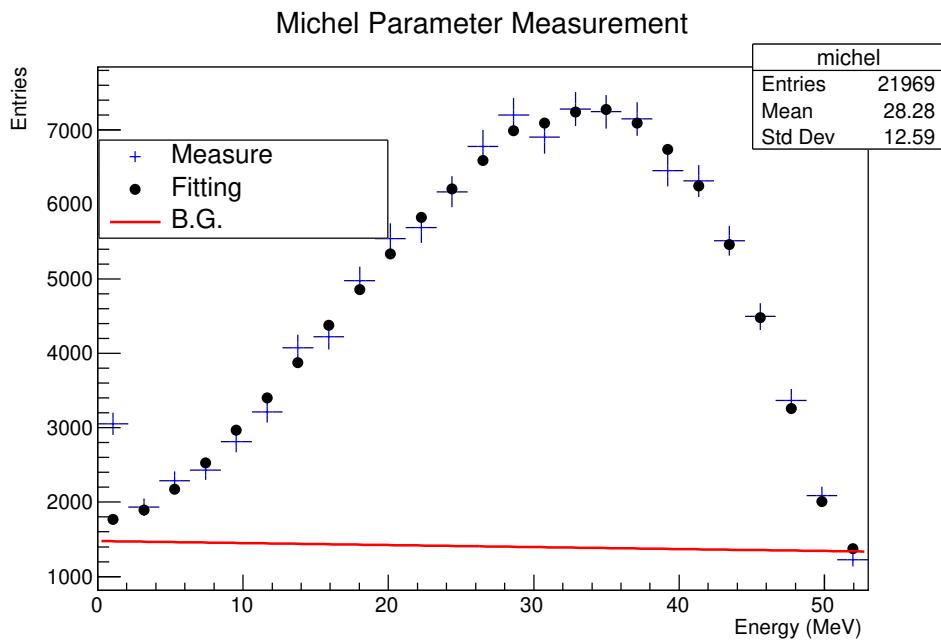


図 77: ρ の Fitting の様子

ベクトル型の相互作用であることを否定しない。以上、測定したミッシェルパラメータをまとめると、表 32 となる。

表 32: ミッシェルパラメータ結果

ミッシェルパラメータ	V-A 理論	測定値
ρ	0.75	$0.66 \pm 0.02 \pm 0.14$
δ	0.75	$0.61 \pm 0.11 \pm 0.18$
ξ	1.00	0.983 ± 0.017

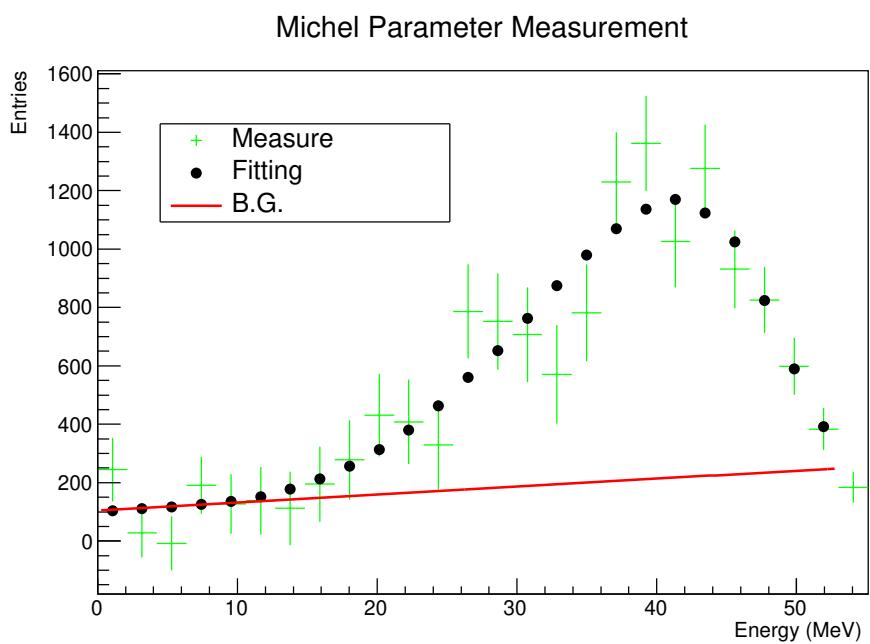


図 78: δ の Fitting の様子

付録 A μ^+ の崩壊寿命の理論

$$\mathcal{M} = -g_W^2 [\bar{u}(\mathbf{q}_1)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)v(\mathbf{p}')]\frac{-(-g_{\alpha\beta} + k_\alpha k_\beta/m_W^2)}{k^2 - m_W^2 + i\epsilon} [\bar{v}(\mathbf{p})\gamma^\beta(1-\gamma_5)v(\mathbf{q}_2)] \quad (32)$$

m_W^2 が k^2 にくらべて十分大きいとし、 $m_W \rightarrow \infty$ の極限をとると、

$$\mathcal{M} = -\frac{iG}{\sqrt{2}} [\bar{u}(\mathbf{q}_1)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)v(\mathbf{p}')][\bar{v}(\mathbf{p})\gamma_\alpha(1-\gamma_5)v(\mathbf{q}_2)] \quad (33)$$

ミューオンの微分崩壊幅は次の式から得られる。

$$d\Gamma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p' + q_1 + q_2 - p) \frac{m_\mu m_e m_{\nu_e} m_{\nu_\mu}}{E} \times \frac{1}{(2\pi)^9} \frac{d^3 \mathbf{p}'}{E'} \frac{d^3 \mathbf{q}_1}{E_1} \frac{d^3 \mathbf{q}_2}{E_2} |\mathcal{M}|^2 \quad (34)$$

全崩壊幅を計算するために始状態のスピンについて平均をとり、終状態のスpinについて和をとる。

$$\begin{aligned} \Gamma^\alpha &= \gamma^\alpha(1-\gamma_5) \\ \text{とおき、エネルギー射影演算子 } &\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{\alpha\beta}^+(\mathbf{p}) = \sum_{r=1}^2 u_{r\alpha}(\mathbf{p}) \bar{u}_{r\beta}(\mathbf{p}) = \left(\frac{\not{p} + m}{2m} \right)_{\alpha\beta} \\ \Delta_{\alpha\beta}^-(\mathbf{p}) = -\sum_{r=1}^2 v_{r\alpha}(\mathbf{p}) \bar{v}_{r\beta}(\mathbf{p}) = \left(\frac{-\not{p} + m}{2m} \right)_{\alpha\beta} \end{array} \right. \text{を用いると} \\ m_\mu m_e m_{\nu_e} m_{\nu_\mu} \frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 &= m_\mu m_e m_{\nu_e} m_{\nu_\mu} \frac{G^2}{4} \sum_{\text{spins}} [\bar{u}(\mathbf{q}_1)\Gamma^\alpha v(\mathbf{p}')][\bar{v}(\mathbf{p})\Gamma_\alpha v(\mathbf{q}_2)][\bar{v}(\mathbf{q}_2)\Gamma_\beta v(\mathbf{p})][\bar{v}(\mathbf{p}')\Gamma^\beta u(\mathbf{q}_1)] \\ &= m_\mu m_e m_{\nu_e} m_{\nu_\mu} \frac{G^2}{4} \sum_{r=1}^2 \sum_{r'=1}^2 \sum_{r_1=1}^2 \sum_{r_2=1}^2 \\ &\quad [\bar{u}_{r_1 a}(\mathbf{q}_1)\Gamma_{ab}^\alpha v_{r'b}(\mathbf{p}')][\bar{v}_{rc}(\mathbf{p})\Gamma_{acd} v_{r_2 d}(\mathbf{q}_2)][\bar{v}_{r_2 e}(\mathbf{q}_2)\Gamma_{bef} v_{rf}(\mathbf{p})][\bar{v}_{r'g}(\mathbf{p}')\Gamma_{gh}^\beta u_{r_1 h}(\mathbf{q}_1)] \\ &= m_\mu m_e m_{\nu_e} m_{\nu_\mu} \frac{G^2}{4} \text{Tr} \left[\frac{q'_1 + m_{\nu_e}}{2m_{\nu_e}} \Gamma^\alpha \not{p}' - \frac{m_e}{2m_e} \Gamma^\beta \right] \text{Tr} \left[\frac{\not{p} - m_\mu}{2m_\mu} \Gamma_\alpha \frac{q'_2 - m_{\nu_\mu}}{2m_{\nu_\mu}} \Gamma_\beta \right] \\ &= \frac{G^2}{64} \text{Tr} [q'_1 \Gamma^\alpha \not{p}' \Gamma^\beta] \text{Tr} [\not{p} \Gamma_\alpha q'_2 \Gamma_\beta] \end{aligned} \quad (35)$$

最後の式変形では $m_{\nu_e} \rightarrow 0, m_{\nu_\mu} \rightarrow 0$ の極限をとり、奇数個の γ 行列の積のトレースは 0 であることを用了。まずは式 (35) の最初のトレースを計算する。

$$E^{\alpha\beta} \equiv \text{Tr} [q'_1 \gamma^\alpha(1-\gamma_5) \not{p}' \gamma^\beta(1-\gamma_5)] \quad (36)$$

と定義し、以下の関係式を用いると

$$\left\{ \begin{array}{l} \{\gamma_5, \gamma^\alpha\} = 0 \ (\alpha = 0, \dots, 3) \\ (1-\gamma_5)^2 = 2(1-\gamma_5) \\ \text{Tr}(\gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\gamma \gamma^\delta) = 4(g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} - g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} + g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma}) \\ \text{Tr}(\gamma_5 \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\gamma \gamma^\delta) = -4i \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
E^{\alpha\beta} &= 2q_{1\mu}p'_\nu \text{Tr} [\gamma^\mu\gamma^\alpha\gamma^\nu\gamma^\beta(1-\gamma_5)] \\
&= 8q_{1\mu}p'_\nu(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}-g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}+g^{\mu\beta}g^{\alpha\nu}+i\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta}) \\
&= 8q_{1\mu}p'_\nu x^{\mu\alpha\nu\beta}
\end{aligned} \tag{37}$$

ここで

$$x^{\mu\alpha\nu\beta} \equiv g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}-g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}+g^{\mu\beta}g^{\alpha\nu}+i\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta}$$

と定義した。式(35)の2つ目のトレースも同様に計算すると、

$$\begin{aligned}
M_{\alpha\beta} &\equiv \text{Tr} [\not{p}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\not{q}_2\gamma_\beta(1-\gamma_5)] \\
&= 8p^\sigma q_2^\tau x_{\sigma\alpha\tau\beta}
\end{aligned} \tag{38}$$

が得られる。

$$\begin{aligned}
x^{\mu\alpha\nu\beta}x_{\sigma\alpha\tau\beta} &= (g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}-g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}+g^{\mu\beta}g^{\alpha\nu}+i\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta}) \\
&\quad \times (g_{\sigma\alpha}g_{\tau\beta}-g_{\sigma\tau}g_{\alpha\beta}+g_{\sigma\beta}g_{\alpha\tau}+i\epsilon_{\sigma\alpha\tau\beta}) \\
&= g_\sigma^\mu g_\tau^\nu - \cancel{g_\sigma^\mu g_\tau^\nu} + g_\tau^\mu g_\sigma^\nu \\
&\quad \cancel{+ g_\sigma^\mu g_\tau^\nu} + \cancel{g_\sigma^\mu g_\tau^\nu} - \cancel{g_\sigma^\mu g_\tau^\nu} \\
&\quad + g_\tau^\mu g_\sigma^\nu - \cancel{g_\sigma^\mu g_\tau^\nu} + g_\sigma^\mu g_\tau^\nu - \epsilon^{\mu\alpha\nu\beta}\epsilon_{\sigma\alpha\tau\beta} \\
(\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta}\epsilon_{\sigma\alpha\tau\beta} &= -2(g_\tau^\mu g_\tau^\nu - g_\tau^\mu g_\sigma^\nu) \text{ より}) = 2(g_\sigma^\mu g_\tau^\nu + g_\tau^\mu g_\sigma^\nu) + 2(g_\sigma^\mu g_\tau^\nu - g_\tau^\mu g_\sigma^\nu) \\
&= 4g_\sigma^\mu g_\tau^\nu
\end{aligned} \tag{39}$$

式(37)(38)(39)を用いると、

$$\begin{aligned}
m_\mu m_e m_{\nu_e} m_{\nu_\mu} \frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 &= G^2 q_{1\mu} p'_\nu x^{\mu\alpha\nu\beta} p^\sigma q_2^\tau x_{\sigma\alpha\tau\beta} \\
&= 4G^2 (q_1 p)(p' q_2)
\end{aligned} \tag{40}$$

式(34)と式(40)を組み合わせると微分崩壊幅は

$$d\Gamma = \frac{4G^2}{(2\pi)^5 E} (q_1 p)(p' q_2) \delta^{(4)}(p' + q_1 + q_2 - p) \frac{d^3 \mathbf{p}'}{E'} \frac{d^3 \mathbf{q}_1}{E_1} \frac{d^3 \mathbf{q}_2}{E_2} \tag{41}$$

次に2つのニュートリノの運動量に関する積分を行う。

$$\begin{aligned}
d\Gamma &= \frac{4G^2}{(2\pi)^5 E} \frac{d^3 \mathbf{p}'}{E'} p_\mu p'_\nu \int d^3 \mathbf{q}_1 d^3 \mathbf{q}_2 \frac{q_1^\mu q_2^\nu}{E_1 E_2} \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - p + p') \\
&= \frac{4G^2}{(2\pi)^5 E} \frac{d^3 \mathbf{p}'}{E'} p_\mu p'_\nu I^{\mu\nu}(q)
\end{aligned} \tag{42}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I^{\mu\nu}(q) \equiv \int d^3 \mathbf{q}_1 d^3 \mathbf{q}_2 \frac{q_1^\mu q_2^\nu}{E_1 E_2} \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q) \\ q \equiv p - p' \end{array} \right.$$

$I^{\mu\nu}(q)$ のローレンツ共変性より、一般的な形は

$$I^{\mu\nu}(q) = g^{\mu\nu} A(q^2) + q^\mu q^\nu B(q^2)$$

と表せるので

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{\mu\nu} I^{\mu\nu}(q) = 4A(q^2) + q^2 B(q^2) \end{array} \right. \tag{43a}$$

$$\left. \begin{array}{l} q_\mu q_\nu I^{\mu\nu}(q) = q^2 A(q^2) + (q^2)^2 B(q^2) \end{array} \right. \tag{43b}$$

これ以降、ニュートリノの質量を 0 とするので、 $q_1^2 = q_2^2 = 0$ となる。 $I^{\mu\nu}(q)$ の δ 関数より、

$$\begin{aligned} q &= q_1 + q_2 \\ \Rightarrow q^2 &= q_1^2 + 2(q_1 q_2) + q_2^2 \\ \Rightarrow q^2 &= 2(q_1 q_2) \end{aligned} \quad (44)$$

$A(q^2)$ と $B(q^2)$ の形を求めるために式 (43a) と式 (43b) の左辺の形を計算する。

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} I^{\mu\nu}(q) &= \int d^3 \mathbf{q}_1 d^3 \mathbf{q}_2 \frac{(q_1 q_2)}{E_1 E_2} \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q) \\ &= \frac{q^2}{2} \int \frac{d^3 \mathbf{q}_1}{E_1} \frac{d^3 \mathbf{q}_2}{E_2} \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q) \quad (\because (44)) \\ &= \frac{q^2}{2} I(q^2) \\ I(q^2) &\equiv \int \frac{d^3 \mathbf{q}_1}{E_1} \frac{d^3 \mathbf{q}_2}{E_2} \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q) \end{aligned} \quad (45)$$

定義より $I(q^2)$ は不変量なので、どの座標系をとってもよい。2つのニュートリノの重心系を選ぶと、

$$\mathbf{q}_1 = -\mathbf{q}_2 \Leftrightarrow \mathbf{q} = 0$$

ニュートリノのエネルギー ω はともに

$$\omega \equiv E_1 = |\mathbf{q}_1| = E_2 = |\mathbf{q}_2|$$

したがって

$$\begin{aligned} I(q^2) &= \int \frac{d^3 \mathbf{q}_1}{E_1} \frac{d^3 \mathbf{q}_2}{E_2} \delta(E_1 + E_2 - q_0) \delta^{(3)}(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}) \\ &= \int d^3 \mathbf{q}_1 \frac{\delta(2\omega - q_0)}{\omega^2} \\ &= 4\pi \int d\omega \delta(2\omega - q_0) \\ &= 2\pi \int d\omega \delta(\omega - \frac{q_0}{2}) \quad (\because \delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x)) \\ &= 2\pi \end{aligned} \quad (46)$$

式 (45) より

$$g_{\mu\nu} I^{\mu\nu}(q) = \pi q^2 \quad (47)$$

同様に式 (43b) の左辺を

$$\begin{cases} qq_1 = (q_1 + q_2)q_1 = q_1 q_2 = \frac{q^2}{2} & (\because q_1^2 = 0) \\ qq_2 = (q_1 + q_2)q_2 = q_1 q_2 = \frac{q^2}{2} & (\because q_2^2 = 0) \end{cases}$$

を用いて計算する。

$$\begin{aligned} q_\mu q_\nu I^{\mu\nu}(q) &= \int \frac{d^3 \mathbf{q}_1}{E_1} \frac{d^3 \mathbf{q}_2}{E_2} (qq_1)(qq_2) \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q) \\ &= \left(\frac{q^2}{2}\right)^2 I(q^2) \\ &= \frac{\pi}{2} (q^2)^2 \end{aligned} \quad (48)$$

式(47)と式(48)をまとめると

$$\begin{cases} g_{\mu\nu}I^{\mu\nu}(q) = 4A(q^2) + q^2B(q^2) = \pi q^2 \\ q_\mu q_\nu I^{\mu\nu}(q) = q^2A(q^2) + (q^2)^2B(q^2) = \frac{\pi}{2}(q^2)^2 \end{cases} \quad (49a)$$

$$(49b)$$

(49a) $\times q^2 - (49b)$ より

$$3q^2A(q^2) = \frac{\pi}{2}(q^2)^2 \Rightarrow A(q^2) = \frac{\pi}{6}q^2$$

(49a)に代入すると

$$q^2B(q^2) = \frac{\pi}{3}q^2 \Rightarrow B(q^2) = \frac{\pi}{3}$$

したがって、

$$I^{\mu\nu}(q) = \frac{\pi}{6}(g^{\mu\nu}q^2 + 2q^\mu q^\nu) \quad (50)$$

式(42)に式(50)を代入すると微分崩壊幅は、

$$\begin{aligned} d\Gamma &= \frac{4G^2}{(2\pi)^5 E} \frac{d^3 p'}{E'} p_\mu p'_\nu \times \frac{\pi}{6}(g^{\mu\nu}q^2 + 2q^\mu q^\nu) \\ &= \frac{2\pi}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5 E} \frac{d^3 p'}{E'} [(pp') + 2(pq)(p'q)] \end{aligned} \quad (51)$$

最後に陽電子の運動量 p' について積分する。ミューオンの静止系では

$$\begin{aligned} \begin{cases} p = (m_\mu, 0) \\ q = p - p' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_0 = m_\mu - E' \\ \mathbf{q} = -\mathbf{p}' \end{cases} \\ \begin{cases} pp' = m_\mu E' \\ q^2 = p^2 - 2pp' + p'^2 = m_\mu^2 - 2m_\mu E' + m_e^2 \\ pq = m_\mu q_0 = m_\mu(m_\mu - E') \\ p'q = E'q_0 - \mathbf{p}' \cdot \mathbf{q} = E'(m_\mu - E') + |\mathbf{p}'|^2 = m_\mu E' - m_e^2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d\Gamma &= \frac{2\pi}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5 m_\mu} \frac{d^3 p'}{E'} [m_\mu E'(m_\mu^2 - 2m_\mu E' + m_e^2) + 2m_\mu(m_\mu - E')(m_\mu E' - m_e^2)] \\ &= \frac{2\pi}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5 m_\mu} |\mathbf{p}'| dE' d\Omega' [m_\mu E'(m_\mu^2 - 2m_\mu E' + m_e^2) + 2m_\mu(m_\mu - E')(m_\mu E' - m_e^2)] \end{aligned} \quad (52)$$

ここで

$$\begin{aligned} E'^2 &= m_e^2 + |\mathbf{p}'|^2 \Rightarrow E' dE' = |\mathbf{p}'| d|\mathbf{p}'| \\ \therefore d^3 p' &= |\mathbf{p}'|^2 d|\mathbf{p}'| d\Omega' = |\mathbf{p}'| E' dE' d\Omega' \end{aligned}$$

となることを用いた。 $\frac{m_e^2}{m_\mu^2}$ のオーダーの項を無視すると、

$$\begin{aligned} d\Gamma &= \frac{2\pi}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5} \frac{\sqrt{E'^2 - m_e^2}}{m_\mu} dE' d\Omega' [m_\mu E'(m_\mu^2 - 2m_\mu E' + m_e^2) + 2m_\mu(m_\mu - E')(m_\mu E' - m_e^2)] \\ &\approx \frac{2\pi}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5} m_\mu E'^2 dE' d\Omega' (3m_\mu - 4E') \end{aligned} \quad (53)$$

E' について積分するために μ^+ の崩壊によって放出される e^+ のエネルギー E' の範囲を考える。ミューオンの静止系では

$$\begin{cases} p = (m_\mu, 0) \\ p' = (E', \mathbf{p}') \\ q_1 = (E_1, \mathbf{q}_1) \\ q_2 = (E_2, \mathbf{q}_2) \\ q_1^2 = 0 \Leftrightarrow E_1 = |\mathbf{q}_1| \\ q_2^2 = 0 \Leftrightarrow E_2 = |\mathbf{q}_2| \end{cases}$$

エネルギー・運動量保存則より

$$\begin{aligned} p &= p' + q_1 + q_2 \\ \Leftrightarrow (p - p')^2 &= (q_1 + q_2)^2 \\ \Leftrightarrow m_\mu^2 - 2m_\mu E' + m_e^2 &= 2(E_1 E_2 - |\mathbf{q}_1| |\mathbf{q}_2| \cos\varphi) \quad (\text{ただし } \mathbf{q}_1 \text{ と } \mathbf{q}_2 \text{ のなす角を } \varphi \text{ とした}) \\ \Leftrightarrow E' &= \frac{m_\mu^2 + m_e^2 - 2E_1 E_2 (1 - \cos\varphi)}{2m_\mu} \leq \frac{m_\mu^2 + m_e^2}{2m_\mu} \end{aligned}$$

電子の質量を無視すると E' の範囲は、

$$0 \leq E' \leq \frac{1}{2}m_\mu$$

全立体角と E' ($0 \leq E' \leq \frac{1}{2}m_\mu$) について積分すると、

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{2\pi}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5} m_\mu \int_0^{4\pi} d\Omega' \int_0^{\frac{1}{2}m_\mu} dE' E'^2 (3m_\mu - 4E') \\ &= \frac{8\pi^2}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^5} m_\mu [m_\mu E'^3 - E'^4]_0^{\frac{1}{2}m_\mu} \\ &= \frac{2}{3} \frac{G^2}{(2\pi)^3} m_\mu \times \frac{m_\mu^4}{16} \\ &= \frac{G^2 m_\mu^5}{192\pi^3} \end{aligned} \tag{54}$$

以上より μ^+ の寿命 τ_μ は

$$\tau_\mu = \frac{1}{\Gamma} = \frac{192\pi^3}{G^2 m_\mu^5}$$

参考文献

- [1] 加速器用超伝導磁石 - KEK (<http://accwww2.kek.jp/oho/OH0%20text%20archives%202005-2011/OH011%20web%20final/OH011%20ogitsu%2020110906.pdf>)
- [2] W.R.Leo (1994) Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments:Springer-Verlag
- [3] Franz Mandl and Graham Show (2010) Quantum Field Theory 2nd Edition:Wiley