

Лабораторная работа №1 по мат. анализу

Тема: предел последовательности, точные границы, частичные пределы.

Цель работы: научиться работать с определением предела, критерием точных границ, частичными пределами как аналитически, так и численно.

Задание: для данной последовательности x_n найти множество частичных пределов, верхний и нижний пределы, точные границы, наибольший и наименьший элементы. Проверить определение предела для некоторой сходящейся подпоследовательности. Проверить критерий точной грани.

Порядок работы:

Часть 1. Аналитический метод

1. Исследовать данную последовательность x_n на сходимости. Для этого выделить сходящиеся подпоследовательности, найти множество частичных пределов. Найти верхний и нижний пределы. Выяснить, сходится ли x_n .

2. Найти точные нижнюю и верхнюю грани выделенных подпоследовательностей. Провести дополнительное исследование при необходимости (монотонность). Найти $\sup x_n$, $\inf x_n$, $\overline{\lim} x_n$, $\underline{\lim} x_n$.

3. Имеет ли x_n наибольший и наименьший элементы? Найти их, если есть.

4. Выберите одну сходящуюся подпоследовательность. Запишите для нее определение предела и покажите, что оно выполнено (найдите по любому $\varepsilon > 0$ номер n_0 , начиная с которого члены выбранной подпоследовательности попадают в ε -окрестность предела).

Часть 2. Численный метод

1. Построить график последовательности x_n (первые 100 точек). Отметить на графике найденные аналитически $\sup x_n$, $\inf x_n$, $\overline{\lim} x_n$, $\underline{\lim} x_n$ (горизонтальными линиями).

2. Выделить одну сходящуюся подпоследовательность, отметить ее точки на графике другим цветом.

3. По данному $\varepsilon > 0$ (используйте, например, значения 0,01; 0,001 и 0,0001) найдите номер n_0 , начиная с которого члены выбранной подпоследовательности попадают в ε -окрестность предела. Постройте график подпоследовательности, начиная с найденного номера n_0 (100 точек), отметьте на графике значение предела (горизонтальной линией).

4. Для исходной последовательности x_n выберите одну из точных границ, которая не достигается. Проверьте выполнение критерия точной грани. Программа должна по заданному $\varepsilon > 0$ (используйте, например, значения 0,01; 0,001 и 0,0001) находить номер m такой, что $x_m > \sup x_n - \varepsilon$ (аналогично для $\inf x_n$). Отметьте найденную точку на графике из п. 2.1 (если требуется, измените диапазон отображаемых номеров).

Требования к оформлению лабораторной работы:

0. Форма отчёта - один .pdf файл

1. Аналитическая часть отчета оформляется как домашняя работа. Её можно писать на листочке, на планшете, на компьютере.

2. Программу для численного метода можно писать на любом удобном вам языке программирования. В отчёте укажите версию языка/компилятора.

3. Каждый пункт численного метода должен быть выполнен вами самостоятельно.

3.5. Для построения графиков допускается использование сторонних библиотек.

4. В отчете так же кратко поясните, как вы выполняли каждый пункт численного метода.

5. Следите за понятностью и чистотой вашего кода, не стесняйтесь оставлять комментарии.

Сдача происходит через github classroom: <https://classroom.github.com/a/D3Bw-9qE> Получите свой репозиторий, перейдя по ссылке. Запушьте в него свой код. Файл с отчетом положите в корень репозитория.

Для вашего удобства, вам предлагается пример построения графиков в Java: <https://github.com/itmo-ct-calculus-2022/Java-XChart-example>

$$x_n = \frac{n}{n+1} (2 + (-1)^n).$$