

# 응용물리연구실심화실습3 (PHY3075)

2024년 9월 1주차

응용물리학과 2022006971 이민성

## Single systems

### 번역

- 소개

이 강의에서는 양자 정보의 기본 틀을 소개합니다. 여기에는 양자 상태를 복소수 항목이 있는 벡터로 설명하는 것, 양자 상태에서 고전적인 정보를 추출할 수 있게 해주는 측정법, 그리고 유니터리 행렬로 설명되는 양자 상태에서의 연산이 포함됩니다. 이 강의에서는 단일 시스템이 고립된 상태에서 고려되는 비교적 단순한 설정에 주의를 기울일 것입니다. 다음 강의에서는 여러 시스템이 서로 상호작용할 수 있고, 예를 들어 서로 상관관계를 가질 수 있는 경우로 시야를 넓힐 것입니다.

사실, 양자 정보에 대한 두 가지 일반적인 수학적 설명이 존재합니다. 이번 강의에서 소개할 것은 그 중 더 단순한 설명입니다. 이 설명은 많은 (또는 대부분의) 양자 알고리즘을 이해하는 데 충분하며, 교육적 관점에서 시작하기에 자연스러운 지점입니다.

더 일반적이고 궁극적으로 더 강력한 양자 정보의 설명은 밀도 행렬로 양자 상태를 설명하는 것입니다. 밀도 행렬 설명은 여러 가지 이유로 양자 정보 연구에 필수적입니다. 예를 들어, 밀도 행렬은 양자 계산에서의 노이즈 효과를 모델링하거나 얽힌 쌍 중 한 부분의 상태를 모델링하는 데 사용될 수 있습니다. 더 일반적으로, 밀도 행렬은 양자 정보 이론과 양자 암호화의 수학적 기초로서 작용하며, 수학적 관점에서 매우 아름답습니다. 이러한 이유로, 후에 적절한 시점이 오면 더 배우길 권장하지만, 현재로서는 더 단순한 양자 정보 설명에 집중할 것입니다.

- 사전 강의 설문

시작하기 전에, 저희의 사전 강의 설문을 잠시 작성해 주시기 바랍니다. 이 설문은 콘텐츠 제공과 사용자 경험 개선에 매우 중요합니다.



## Basics of Quantum Information: Pre-Course Survey

Taking the "Basics of Quantum Information" course from IBM? Please fill out this short form about your experience and expectations.

Your insights will help us improve our IBM Quantum Learning offerings. Your responses will be kept confidential and will only be accessed by the IBM Quantum design research and learning teams. If you have questions about this survey or how the data will be used, please email [quantum.design@us.ibm.com](mailto:quantum.design@us.ibm.com).

Survey Completion  
0% ————— 100%



Powered by Qualtrics

- 고전 정보

양자 정보를 설명하고 그 작동 방식을 설명하기 위해, 우리는 고전 정보에 대한 개요로 시작할 것입니다. 일부 독자들은 양자 정보 강의에서 왜 이렇게 많은 시간을 고전 정보에 할애하는지 의문을 가질 수 있지만, 그럴 만한 이유가 있습니다. 첫째, 양자 정보와 고전 정보가 몇 가지 인상적인 방식으로 다르긴 하지만, 그들의 수학적 설명은 실제로 상당히 유사합니다.

고전 정보는 또한 양자 정보를 공부할 때 익숙한 참조점 역할을 하며, 매우 유용한 유사점을 제공합니다. 사람들은 종종 양자 정보에 대해 질문을 할 때 자연스러운 고전적 유사점을 제시하는 경우가 많으며, 이는 종종 단순한 답변으로 양자 정보에 대한 원래의 질문에 명확성과 통찰을 제공합니다. 실제로, 고전 정보를 이해하지 않고는 양자 정보를 진정으로 이해할 수 없다고 주장하는 것이 전혀 비합리적이지 않습니다.

일부 독자들은 이 섹션에서 논의할 자료에 이미 익숙할 수 있고, 그렇지 않은 사람들도 있을 수 있습니다. 그러나 이 논의는 양쪽 독자를 위한 것입니다. 고전 정보의 가장 관련성이 높은 측면을 강조하는 것 외에도, 이 섹션에서는 종종 양자 정보와 계산에서 벡터와 행렬을 설명하는 데 사용되는 디랙 표기법(Dirac notation)을 소개합니다. 결과적으로, 디랙 표기법은 양자 정보에 국한되지 않으며, 벡터와 행렬이 발생하는 많은 다른 환경에서도 고전 정보의 맥락에서 똑같이 잘 사용될 수 있습니다.

- 고전 상태와 확률 벡터

정보를 저장하는 시스템이 있다고 가정해봅시다. 더 구체적으로, 이 시스템은 각 순간에 유한한 개수의 고전 상태 중 하나에 있을 수 있다고 가정해봅시다. 여기서 "고전 상태"라는 용어는 직관적인 의미로, 명확하게 인식되고 설명될 수 있는 구성으로 이해해야 합니다.

우리가 반복해서 다룰 전형적인 예시는 비트(bit)로, 그 고전 상태는 0과 1인 시스템입니다. 다른 예로는 고전 상태가 1, 2, 3, 4, 5, 6인 일반적인 6면체 주사위, 고전 상태가 A, C, G, T인 DNA의 뉴클레오타이드, 그리고 고전 상태가 보통 높음(high), 중간(media), 낮음(low), 꺼짐(off)인 전기 팬의 스위치가 있습니다. 수학적으로 말하면, 시스템의 고전 상태를 명시하는 것이 시작점입니다: 우리는 고전 상태가 0과 1인 시스템을 비트라고 정의하며, 고전 상태 집합이 다른 시스템에도 마찬가지로 적용됩니다.

이 논의를 위해, 우리가 고려하는 시스템에  $X$ 라는 이름을 붙이고,  $\Sigma$ 라는 기호를 사용해 고전 상태의 집합을 나타내겠습니다. 앞서 언급한 것처럼,  $\Sigma$ 는 유한하다고 가정하며,  $\Sigma$ 가 비어 있지 않다고 가정합니다. 물

리적 시스템이 전혀 상태를 갖지 않는 것은 말이 되지 않습니다. 무한히 많은 고전 상태를 갖는 물리적 시스템을 고려하는 것이 의미가 있을 수도 있지만, 우리는 지금은 이 가능성을 무시할 것입니다. 유한한 상태만을 다루면서도 탐구할 수 있는 흥미로운 아이디어는 많습니다. 편리함과 간결함을 위해, 우리는 이후로 고전 상태 집합이라는 용어를 비어 있지 않은 유한 집합을 의미하는 데 사용하겠습니다.

다음은 몇 가지 예입니다:

1. 만약  $X$ 가 비트라면,  $\Sigma = \{0, 1\}$ 입니다. 이 집합을 이진 알파벳이라 부르겠습니다.
2. 만약  $X$ 가 6면체 주사위라면,  $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 입니다.
3. 만약  $X$ 가 전기 팬 스위치라면,  $\Sigma = \{\text{높음(high), 중간(medium), 낮음(low), 꺼짐(off)}\}$ 입니다.

$X$ 를 정보의 전달자로 생각할 때,  $X$ 의 서로 다른 고전 상태는 특정 의미를 부여받아, 각각의 결과나 영향으로 이어질 수 있습니다. 이러한 경우,  $X$ 가 가능한 고전 상태 중 하나에 있다고 단순히 설명하는 것이 충분할 수 있습니다. 예를 들어,  $X$ 가 팬 스위치라면, 스위치가 "높음(high)" 상태에 있다고 확실히 알 수 있을지도 모릅니다.

그러나 정보 처리에서는 종종  $X$ 에 대한 우리의 지식이 불확실합니다. 우리는  $X$ 의 고전 상태에 각각 확률을 부여하여 이를 표현하며, 이를 확률적 상태라고 부릅니다. 예를 들어,  $X$ 가 비트라고 가정해봅시다. 과거에  $X$ 에 무슨 일이 일어났는지에 대해 우리가 알고 있거나 예상하는 바에 따라,  $X$ 가 고전 상태 0에 있을 확률이  $3/4$ 이고, 상태 1에 있을 확률이  $1/4$ 이라고 믿을 수 있습니다. 이러한 믿음은 다음과 같이 나타낼 수 있습니다:

$$\Pr(X = 0) = \frac{3}{4} \quad \text{and} \quad \Pr(X = 1) = \frac{1}{4}.$$

이 확률적 상태를 표현하는 더 간결한 방법은 **열 벡터**로 나타내는 것입니다.

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

비트가 0일 확률은 벡터의 맨 위에 배치되고, 비트가 1일 확률은 맨 아래에 배치됩니다. 이는 단순히 집합  $\{0, 1\}$ 을 나열하는 일반적인 방법이기 때문입니다.

일반적으로, 우리는 시스템의 고전 상태 집합을 확률 벡터로 표현할 수 있습니다. 확률은 우리가 선택한 방식으로 순서대로 나열할 수 있으며, 이는 우리가 사용하는 고전 상태 집합의 자연스럽게나 기본적인 순서에 의해 결정되는 경우가 많습니다. 보다 구체적으로, 확률적 상태는 두 가지 속성을 만족하는 열 벡터로 표현될 수 있습니다:

1. 벡터의 모든 항목은 0 이상인 실수여야 한다.
2. 항목의 합은 1이 되어야 한다.

반대로, 이러한 두 가지 속성을 만족하는 모든 열 벡터는 확률적 상태를 나타내는 것으로 간주할 수 있습니다. 이후 우리는 이러한 형태의 벡터를 확률 벡터라고 부르겠습니다.

열 벡터로 확률적 상태를 나타내는 간결함과 함께, 행렬-벡터 곱셈을 통해 확률 상태에 대한 연산을 표현할 수 있는 이점도 있습니다. 이는 아래에서 더 논의될 것입니다.

## 정리

- 소개

- 이 강의는 양자 정보의 기본 개념을 다룹니다. 여기에는 양자 상태를 벡터로 표현하고, 측정을 통해 고전적인 정보를 추출하며, 유니타리 행렬을 사용하여 양자 상태에서 연산하는 방법이 포함됩니다.
- 양자 정보에 대한 두 가지 주요 설명이 있는데, 이번 강의에서는 그 중 더 단순한 설명을 다루며, 이는 양자 알고리즘을 이해하는 데 충분합니다.
- 밀도 행렬을 사용한 더 복잡한 양자 정보 설명은 이후 다루어질 것입니다.
- 고전 정보
  - 양자 정보를 이해하기 위해서는 고전 정보의 개념이 먼저 필요합니다. 양자 정보와 고전 정보는 차이점이 있지만, 수학적 설명은 유사합니다.
  - 고전 정보는 양자 정보를 이해할 때 중요한 참조점 역할을 하며, 디랙 표기법(Dirac notation)을 소개하는 중요한 부분입니다.
  - 고전 상태와 확률 벡터
    - 정보 저장 시스템에서 고전 상태는 명확하고 직관적으로 인식될 수 있는 상태입니다. 예를 들어, 비트는 0 또는 1의 상태를 가집니다.
    - 이러한 시스템은 고전 상태 집합을 가지며, 이 상태에 대해 확률을 부여하여 확률적 상태로 표현할 수 있습니다.
    - 이 확률적 상태는 열 벡터로 표현될 수 있으며, 벡터의 모든 항목은 0 이상이어야 하고, 항목들의 합은 1이어야 합니다. 이를 확률 벡터라고 부릅니다.
    - 확률 벡터는 행렬-벡터 곱셈을 통해 양자 상태와 관련된 연산을 효율적으로 표현할 수 있습니다.
- 핵심 내용
  - 양자 정보와 고전 정보는 수학적 유사점이 있지만, 양자 정보는 고유한 특성을 가지고 있습니다.
  - 양자 시스템의 상태는 확률적 상태로 설명되며, 이를 열 벡터로 나타내는 것이 수학적 작업에서 유용합니다.
  - 고전 정보의 개념을 통해 양자 정보의 복잡한 내용을 쉽게 이해할 수 있습니다.