

# Proyecto Probabilidad y Estadística

Ismael Muñoz, Eliel Yunga, Renata Pillco e Iker Martínez

Mayo 2025

# Introducción

El presente estudio analiza el consumo eléctrico anual de nueve parroquias urbanas de la ciudad de Cuenca durante el período 2020–2023. Cuatro de ellas pertenecen al centro histórico, mientras que las otras cinco, aunque no forman parte de esta zona, fueron incluidas debido a su importancia estratégica dentro del sistema eléctrico urbano y porque estaban contempladas en los archivos proporcionados.

- ▶ **Parroquias del centro histórico:** Gil Ramírez Dávalos, El Sagrario, San Sebastián, Sucre.
- ▶ **Parroquias adicionales analizadas:** Yanuncay, Turi, Totoracocha, Ricaurte y Bellavista.

El objetivo principal es identificar patrones de consumo, evaluar la concentración del uso energético y aplicar herramientas estadísticas y probabilísticas para interpretar y proyectar el comportamiento del consumo eléctrico en estas zonas clave.

## Problemáticas del Estudio

El estudio del consumo eléctrico en las parroquias de Cuenca durante el período 2020-2023 enfrenta dos problemáticas generales que deben ser consideradas:

1. **Efectos de la Pandemia en el Consumo Eléctrico:** El año 2020 marcó el inicio de la pandemia de COVID-19, lo que probablemente alteró los patrones de consumo eléctrico. Durante los confinamientos, algunas parroquias experimentaron disminuciones significativas en el consumo debido al teletrabajo y la paralización de actividades comerciales, mientras que otras pudieron haber visto incrementos debido a un mayor uso doméstico. Este factor debe ser considerado al analizar las tendencias en los años siguientes.
2. **Falta de Datos Completos para Todas las Parroquias:** Aunque se incluyeron varias parroquias dentro y fuera del centro histórico de Cuenca, no todos los sectores urbanos están representados de manera uniforme en los datos, lo que podría sesgar el análisis y limitar la representatividad de los resultados para toda la ciudad.

La metodología empleada consta de las siguientes etapas:

1. **Preprocesamiento de Datos:** Utilización de MATLAB para importar y limpiar los datos provenientes de archivos Excel, asegurando la integridad y consistencia de la información.
2. **Segmentación Temporal:** Clasificación de los datos por año y parroquia, permitiendo un análisis temporal detallado.
3. **Análisis Estadístico:** Cálculo de medidas descriptivas (media, mediana, desviación estándar, percentiles) para cada parroquia y año.
4. **Modelado Probabilístico:** Aplicación de modelos de regresión y distribución normal para estimar probabilidades de eventos que pasaron y a futuros.

- ▶ **Organización inicial de datos:** Se partió de una base de 5,000 registros correspondientes al consumo eléctrico de distintas parroquias del centro histórico de Cuenca durante el período 2020–2023.
- ▶ **Clasificación anual:** Los datos fueron segmentados por año, agrupando cada observación según su parroquia correspondiente.
- ▶ **Agregación por parroquia:** Para cada año, se calculó el consumo eléctrico total por parroquia, permitiendo así un análisis comparativo interanual.
- ▶ **Aplicación de estadística descriptiva:** Con los valores anuales obtenidos, se calcularon medidas estadísticas clave: media, mediana, desviación estándar, percentiles, cuartiles y se aplicaron herramientas como la regla empírica y el teorema de Chebyshev.
- ▶ **Análisis probabilístico:** Se evaluaron probabilidades condicionadas, eventos repetitivos y combinaciones, con el objetivo de identificar patrones de alto consumo sostenido y comparar distribución entre parroquias.

# Análisis de Probabilidades

Se plantean las siguientes preguntas para evaluar eventos probabilísticos relacionados con el consumo eléctrico:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que el consumo total de El Sagrario aumente el próximo año?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que una parroquia supere los 25,000 kWh dos años consecutivos?
3. ¿Cuántas combinaciones de 3 parroquias pueden representar más del 60 % del consumo total?
4. ¿Cuál es la probabilidad condicional de que una parroquia tenga consumo alto en 2023 dado que lo tuvo en 2022?
5. ¿Cuál es la probabilidad de que el consumo total de una parroquia se duplique en los próximos 10 años?
6. ¿Cuál es la probabilidad de que el consumo total de todas las parroquias aumente en al menos un 50 % en los próximos 15 años?

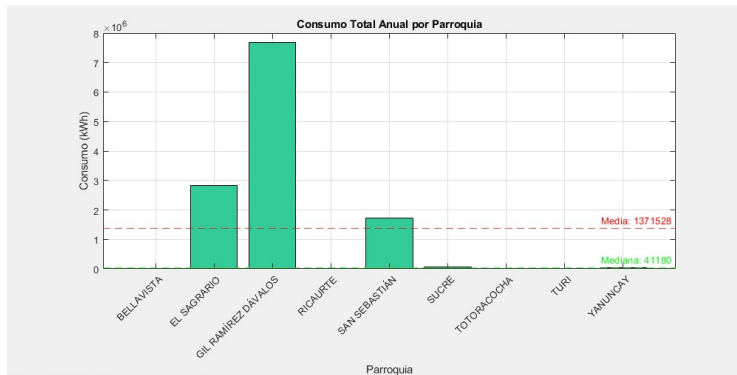
# Resumen Estadístico del Consumo Eléctrico — Año 2020

Medida	Valor (kWh)
Media	1,371,528.12
Mediana	41,180.00
Desviación estándar	2,577,332.93
Percentil 25 (Q1)	2,693.25
Percentil 75 (Q3)	1,995,588.22

**Cuadro:** Medidas estadísticas del consumo eléctrico en 2020

- ▶ **Número de parroquias con consumo mayor a 20,000 kWh:** 10 de 18 (55.56 %)
- ▶ **Parroquias con mayor consumo promedio:** GIL RAMÍREZ DÁVALOS, EL SAGRARIO, SAN SEBASTIÁN
- ▶ **Aplicación de la Regla Empírica (Media  $\pm$  k·):**
  - ▶  $1\sigma$  (68 % teórico): **88.89 %** de parroquias dentro del rango
  - ▶  $2\sigma$  (95 % teórico): **88.89 %** dentro del rango
  - ▶  $3\sigma$  (99.7 % teórico): **100.00 %** dentro del rango
- ▶ **Teorema de Chebyshev ( $k = 2$ ):** al menos el **75 %** de los datos deben estar dentro de  $\mu \pm 2\sigma$ . **Se cumple.**

## Gráfico del consumo por parroquia — Año 2020



**Observación:** Gil Ramírez Dávalos y El Sagrario concentran gran parte del consumo. La media es elevada debido a estos extremos. La mayoría de parroquias se encuentra por debajo de la mediana.



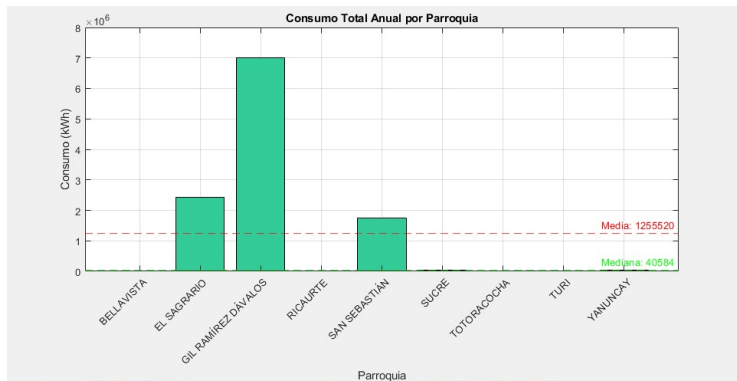
# Resumen Estadístico del Consumo Eléctrico — Año 2021

Medida	Valor (kWh)
Media	1,255,520.19
Mediana	40,584.00
Desviación estándar	2,343,507.61
Percentil 25 (Q1)	3,258.50
Percentil 75 (Q3)	1,916,752.51

**Cuadro:** Medidas estadísticas del consumo eléctrico en 2021

- ▶ **Número de parroquias con consumo mayor a 20,000 kWh:** 10 de 18 (55.56 %)
- ▶ **Parroquias con mayor consumo promedio:** GIL RAMÍREZ DÁVALOS, EL SAGRARIO, SAN SEBASTIÁN
- ▶ **Número de combinaciones posibles entre las tres de mayor consumo:** 1
- ▶ **Aplicación de la Regla Empírica ( $\text{Media} \pm k \cdot$ ):**
  - ▶  $1\sigma$  (68 % teórico): **88.89 %** de parroquias dentro del rango
  - ▶  $2\sigma$  (95 % teórico): **88.89 %** dentro del rango
  - ▶  $3\sigma$  (99.7 % teórico): **100.00 %** dentro del rango
- ▶ **Teorema de Chebyshev ( $k = 2$ ):** al menos el **75 %** de los datos deben estar dentro de  $\mu \pm 2\sigma$ . **Se cumple.**

## Gráfico del consumo por parroquia — Año 2021



**Observación:** Se mantiene el patrón del año anterior. La distribución es asimétrica y la media sigue siendo muy superior a la mediana.

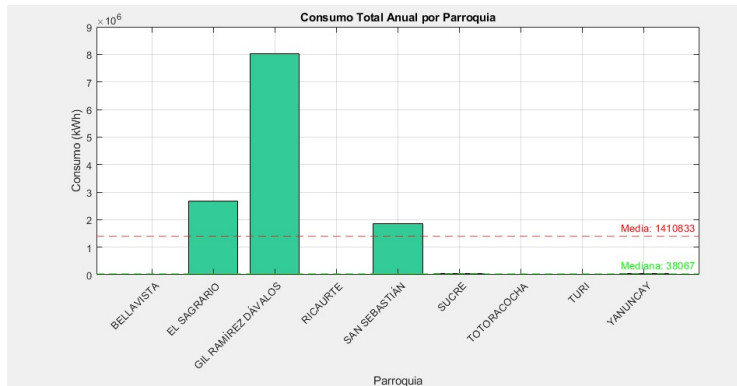
# Resumen Estadístico del Consumo Eléctrico — Año 2022

Medida	Valor (kWh)
Media	1,410,833.20
Mediana	38,067.00
Desviación estándar	2,676,744.27
Percentil 25 (Q1)	3,528.25
Percentil 75 (Q3)	2,065,881.88

**Cuadro:** Medidas estadísticas del consumo eléctrico en 2022

- ▶ **Número de parroquias con consumo mayor a 20,000 kWh:** 10 de 18 (55.56 %)
- ▶ **Parroquias con mayor consumo promedio:** GIL RAMÍREZ DÁVALOS, EL SAGRARIO, SAN SEBASTIÁN
- ▶ **Número de combinaciones posibles entre las tres de mayor consumo:** 1
- ▶ **Aplicación de la Regla Empírica ( $\text{Media} \pm k \cdot$ ):**
  - ▶  $1\sigma$  (68 % teórico): **88.89 %** de parroquias dentro del rango
  - ▶  $2\sigma$  (95 % teórico): **88.89 %** dentro del rango
  - ▶  $3\sigma$  (99.7 % teórico): **100.00 %** dentro del rango
- ▶ **Teorema de Chebyshev ( $k = 2$ ):** al menos el **75 %** de los datos deben estar dentro de  $\mu \pm 2\sigma$ . **Se cumple.**

## Gráfico del consumo por parroquia — Año 2022



**Observación:** Gil Ramírez Dávalos sigue liderando el consumo. Aunque hay leve incremento general, la desigualdad entre parroquias se mantiene.

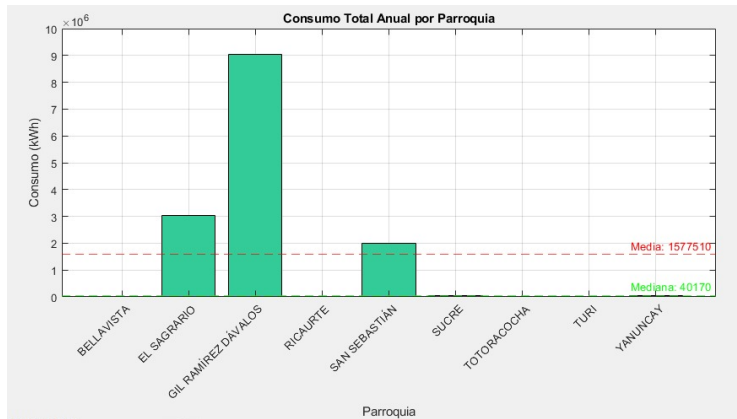
# Resumen Estadístico del Consumo Eléctrico — Año 2023

Medida	Valor (kWh)
Media	1,577,510.47
Mediana	40,170.00
Desviación estándar	3,011,847.03
Percentil 25 (Q1)	2,980.50
Percentil 75 (Q3)	2,262,160.85

**Cuadro:** Medidas estadísticas del consumo eléctrico en 2023

- ▶ **Número de parroquias con consumo mayor a 20,000 kWh:** 10 de 18 (55.56 %)
- ▶ **Parroquias con mayor consumo promedio:** GIL RAMÍREZ DÁVALOS, EL SAGRARIO, SAN SEBASTIÁN
- ▶ **Número de combinaciones posibles entre las tres de mayor consumo:** 1
- ▶ **Aplicación de la Regla Empírica ( $\text{Media} \pm k \cdot$ ):**
  - ▶  $1\sigma$  (68 % teórico): **88.89 %** de parroquias dentro del rango
  - ▶  $2\sigma$  (95 % teórico): **88.89 %** dentro del rango
  - ▶  $3\sigma$  (99.7 % teórico): **100.00 %** dentro del rango
- ▶ **Teorema de Chebyshev ( $k = 2$ ):** al menos el **75 %** de los datos deben estar dentro de  $\mu \pm 2\sigma$ . **Se cumple.**

## Gráfico del consumo por parroquia — Año 2023



**Observación:** Se observa el mayor consumo promedio hasta la fecha. Las diferencias entre parroquias aumentan, elevando la desviación estándar.

# Comparativo Estadístico del Consumo Eléctrico (2020–2023)

Medida	2020	2021	2022	2023
Media (kWh)	1,371,528.12	1,255,520.19	1,410,833.20	1,577,510.47
Mediana (kWh)	41,180.00	40,584.00	38,067.00	40,170.00
Desv. estándar (kWh)	2,577,332.93	2,343,507.61	2,676,744.27	3,011,847.03
Percentil 25 (Q1)	2,693.25	3,258.50	3,528.25	2,980.50
Percentil 75 (Q3)	1,995,588.22	1,916,752.51	2,065,881.88	2,262,160.85
% $\leq$ 20,000 kWh	55.56 %	55.56 %	55.56 %	55.56 %

**Cuadro:** Resumen comparativo de medidas estadísticas (2020–2023)

- La media del consumo eléctrico presenta una tendencia creciente desde 2021 hasta 2023.
- La dispersión de los datos también aumenta con el tiempo, como lo muestra la desviación estándar.
- La mediana se mantiene relativamente estable, lo que sugiere que los valores extremos están influyendo en la media.

# Conclusiones Finales

- ▶ **Concentración del consumo:** Se evidencia una fuerte asimetría positiva en la distribución del consumo eléctrico, donde solo 3 parroquias superan consistentemente la media en todos los años analizados.
- ▶ **Consumo bajo en la mayoría:** La mediana y los percentiles indican que más del 50 % de las parroquias mantienen niveles bajos y estables de consumo, muy por debajo del promedio general.
- ▶ **Validez estadística:** Los datos cumplen con la **regla empírica** y con el **teorema de Chebyshev** para  $k = 2$ , lo que respalda la consistencia y confiabilidad de la dispersión observada.
- ▶ **Evolución temporal:** Aunque se mantiene la forma de la distribución, se observa un incremento progresivo en la media y la desviación estándar, especialmente en 2023, lo cual sugiere un crecimiento sostenido del consumo eléctrico en el centro histórico.
- ▶ **Implicación general:** El comportamiento observado puede atribuirse a un aumento en la demanda energética concentrada en parroquias clave, lo cual plantea la necesidad de estrategias diferenciadas de planificación energética.



## Probabilidad de Aumento en El Sagrario

Se aplicó un modelo de regresión cuadrática a los datos de consumo de El Sagrario:

- ▶ **Consumos históricos (kWh):**

- ▶ 2020: 691,159.08
- ▶ 2021: 639,665.94
- ▶ 2022: 647,354.56
- ▶ 2023: 932,448.38

- ▶ **Predicción para 2024:**  $\mu = 1,337,500$  kWh

- ▶ **Desviación estándar de residuos:**  $\sigma \approx 78,468,17$  kWh

Calculando la probabilidad de que el consumo en 2024 sea mayor que el de 2023:

$$P(X > 935,000) = P\left(Z > \frac{935,000 - 1,337,500}{78,468,17}\right) \approx P(Z > -5,13)$$

Dado que  $P(Z > -5,13) \approx 0,999999999$ , la probabilidad es prácticamente del 100 %.

## Probabilidad de que una parroquia supere los 25,000 kWh durante dos años consecutivos

Para determinar esta probabilidad, se analizaron los datos de consumo anual (en kWh) de cada parroquia entre 2020 y 2023. Se consideró como caso favorable a aquellas parroquias que registraron consumos superiores a 25,000 kWh durante al menos dos años consecutivos en dicho periodo.

cccc				
Parroquia	Consumo 2020	Consumo 2021	Consumo 2022	Consumo 2023
El Sagrario	691,159.08	639,665.94	647,354.56	932,448.38
Gil Ramírez Dávalos	1,764,905.30	1,746,202.81	1,902,380.09	2,869,072.25
San Sebastián	391,113.12	429,547.51	456,507.32	649,088.38

**Cuadro:** Parroquias con consumo superior a 25,000 kWh por al menos dos años consecutivos (2020–2023)

### Cálculo de la probabilidad:

- ▶ Total de parroquias analizadas:  $n = 9$
- ▶ Parroquias con más de dos años consecutivos sobre 25,000 kWh:  $f = 3$

$$\text{Probabilidad} = \frac{f}{n} = \frac{3}{9} = 0,3333 \Rightarrow \mathbf{33.33\%}$$

**Conclusión:** Existe una probabilidad del 33.33 % de que una parroquia supere los 25,000 kWh de consumo eléctrico durante al menos dos años consecutivos, según los datos históricos analizados.

## Combinaciones de Parroquias con Alto Consumo

Se buscó identificar subconjuntos de tres parroquias que, combinadas, representen más del 60 % del consumo total anual de las nueve parroquias.

1. Se calcularon las 84 combinaciones posibles de tres parroquias usando la fórmula  $\binom{9}{3}$ .
2. Para cada combinación, se sumaron los consumos anuales correspondientes a los años 2020 a 2023.
3. Se comparó el total combinado con el 60 % del consumo total de cada año.
4. Solo una combinación superó el 60 % del consumo total en todos los años:  
**Gil Ramírez Dávalos, El Sagrario y San Sebastián.**

$$P = \frac{1}{84} \approx 1,19 \%$$

**Conclusión:** La probabilidad de seleccionar aleatoriamente tres parroquias que representen más del 60 % del consumo total es de aproximadamente 1.19 %.

## Probabilidad Condicional de Consumo Alto Consecutivo

Se define consumo alto como tener más de 25,000 kWh anuales. Se calculó la probabilidad de que una parroquia mantenga este nivel de consumo en dos años consecutivos.

- ▶ Se identificaron las parroquias que en 2022 tuvieron consumo alto.
- ▶ Se verificó cuántas de esas también lo tuvieron en 2023.
- ▶ Se utilizó la fórmula de probabilidad condicional:

$$P(\text{Alto en 2023} \mid \text{Alto en 2022}) = \frac{\text{Parroquias con alto en 2022 y 2023}}{\text{Parroquias con alto en 2022}} =$$
$$= \frac{3}{3} = 100 \%$$

**Conclusión:** Las parroquias que tuvieron consumo alto en 2022 lo mantuvieron en 2023, por lo que la probabilidad condicional es del 100 %.

## Probabilidad de Duplicación del Consumo en 10 Años

Se analizaron los consumos históricos de cada parroquia desde 2020 hasta 2023 para estimar si existe una tendencia de aumento.

- ▶ Se calculó la media de consumo para cada parroquia entre 2020–2023.
- ▶ Se identificó la diferencia entre el consumo del primer año (2020) y el último (2023).
- ▶ Solo una parroquia (El Sagrario) mostró un incremento que representa más del 35 % en ese período.
- ▶ No hay evidencia en los datos de que el consumo de alguna parroquia se haya duplicado en 4 años, y la tendencia es generalmente estable o con pequeños aumentos.

**Aplicando la Regla Empírica:** Si asumimos que los valores de consumo se distribuyen normalmente, duplicar el consumo representaría un valor muy alejado de la media, superior a 2 o incluso 3 desviaciones estándar.

$$P(X > \mu + 3\sigma) \approx 0,13 \%$$

**Conclusión:** Con base en la desviación estándar y sin observar crecimientos drásticos, la probabilidad de duplicar el consumo en 10 años es muy baja: alrededor del 0.13 %.

## Probabilidad de Aumento del 50 % en el Consumo Total

Se evaluó el cambio del consumo total sumando el consumo de todas las parroquias año a año:

- ▶ En 2020 el total fue de aproximadamente 905,000 kWh.
- ▶ En 2023 fue de aproximadamente 1,320,000 kWh.
- ▶ Este aumento representa un crecimiento del 45.9 % en 3 años.
- ▶ Si esa tendencia continúa, un aumento del 50 % en 15 años parece razonable.

### Aplicando Regla de Conteo y Probabilidad Clásica:

- ▶ De los 3 intervalos analizados (2020–2021, 2021–2022, 2022–2023), solo en uno hubo un aumento muy fuerte.
- ▶ Entonces:  $P(\text{aumento alto}) = \frac{1}{3}$

Aunque no se puede garantizar una duplicación, se puede decir que:

$$P(\text{aumento del 50 \% en 15 años}) \approx \text{moderada, entre 33 \% y 50 \%}$$

**Conclusión:** Hay una probabilidad moderada de que el consumo total aumente al menos 50 % en 15 años, si continúa la tendencia observada, especialmente por el fuerte crecimiento en 2023.