

Lista 2b – Solução de Equações Multivariadas Não-Lineares e Sistemas Não-Lineares via Métodos Abertos

- As questões são sorteadas.
- O código deve ser modularizado. No mínimo, devem existir: 1) função principal que define os parâmetros e chama as funções auxiliares; 2) função onde é implementado **apenas** o método numérico; 3) funções para plotagem de cada gráfico.
- Código semelhante ou copiado resulta em zero para todos em que isso for detectado.
- Ainda, o código deve imprimir o resultado via gráfico animado (para cada uma das equações de sistemas de duas variáveis), via gráfico de convergência e via terminal até a sexta casa decimal, com o número de iterações realizadas.
- O código completo deve ser entregue em um único arquivo .M via Moodle no prazo determinado.

1. Encontre a raiz de $f(x_1, x_2) = \begin{cases} 4x_1 + x_2 - \sqrt[2]{x_2^3} - 0,25 = 0 \\ 8x_1^2 + 16x_2 - 8x_1x_2 - 5 = 0 \end{cases}$ utilizando o Método de Newton-Raphson na vizinhança de $x_1 = 10$ e $x_2 = 5$ e o máximo de 1000 iterações. Quantas iterações foram necessárias até a convergência? O método chegou nas raízes corretamente?

Resposta: $x_1 \approx 18,6383$ e $x_2 \approx 20,8412$ em onze iterações para uma tolerância de 10^{-5} .

2. Encontre a raiz de $f(x_1, x_2) = \begin{cases} 2x_1^2 - 4x_1x_2 - x_2^2 = 0 \\ 2x_2^2 + 10x_1 - x_1^2 - 4x_1x_2 - 5 = 0 \end{cases}$ utilizando o Método de Newton-Raphson na vizinhança de $x_1 = x_2 = 1$ e o máximo de 1000 iterações. Quantas iterações foram necessárias até a convergência? O método chegou nas raízes corretamente?

Resposta: $x_1 \approx 0,5807$ e $x_2 \approx 0,2610$ em cinco iterações para uma tolerância de 10^{-5} .

3. Encontre a raiz de $f(x_1, x_2) = \begin{cases} 2x_1 - 4x_1x_2 + 2x_2^2 = 0 \\ 3x_2^2 + 6x_1 - x_1^2 - 4x_1x_2 - 5 = 0 \end{cases}$ utilizando o Método de Newton-Raphson na vizinhança de $x_1 = x_2 = 1$ e o máximo de 1000 iterações. Quantas iterações foram necessárias até a convergência? O método chegou nas raízes corretamente?

Resposta: $x_1 \approx 1,0759$ e $x_2 \approx 1,3616$ em cinco iterações para uma tolerância de 10^{-5} .

4. Encontre a raiz de $f(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1 + x_2 - \sqrt{x_2} - 0,25 = 0 \\ 8x_1^2 + 16x_2 - 8x_1x_2 - 10 = 0 \end{cases}$ utilizando o Método de Newton-Raphson na vizinhança de $x_1 = x_2 = 1$ e o máximo de 1000 iterações. Quantas iterações foram necessárias até a convergência? O método chegou nas raízes corretamente?

Resposta: $x_1 \approx 0,3940$ e $x_2 \approx 0,6817$ em cinco iterações para uma tolerância de 10^{-5} .

5. Encontre a raiz de $f(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1^2x_2 + \cos(x_1x_2) - 4 = 0 \\ 4x_1^3x_2^2 - 8x_2^3 + 16x_1^2 - 31x_2^2 = 0 \end{cases}$ utilizando o Método de Newton-Raphson na vizinhança de $x_1 = 1,5$ e $x_2 = 3,5$ e o máximo de 1000 iterações. Quantas iterações foram necessárias até a convergência? O método chegou nas raízes corretamente?

Resposta: $x_1 \approx 1,7798$ e $x_2 \approx 1,5570$ em seis iterações para uma tolerância de 10^{-5} .

6. Encontre a raiz de $f(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1 \operatorname{sen}(x_1) + x_2 = 0 \\ 4x_1^3 \cos(x_2)^2 = 0 \end{cases}$ utilizando o Método de Newton-Raphson na vizinhança de $x_1 = 1,5$ e $x_2 = 3,5$ e o máximo de 1000 iterações. Quantas iterações foram necessárias até a convergência? O método chegou nas raízes corretamente?

Resposta: $x_1 \approx 0$ e $x_2 \approx 0$ em 24 iterações para uma tolerância de 10^{-5} com erros de matriz singular.

7. Encontre a raiz de $f(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} 2x_1 - x_2 - \cos(x_1) = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - \cos(x_2) = 0 \\ -x_2 + x_3 - \cos(x_3) = 0 \end{cases}$ utilizando o Método de Newton-Raphson na vizinhança de $x_1 = 1, x_2 = 2$ e $x_3 = 3$ e o máximo de 1000 iterações. Quantas iterações foram necessárias até a convergência? O método chegou nas raízes corretamente?

Resposta: $x_1 \approx 0,9513, x_2 \approx 1,3219$ e $x_3 \approx 1,4462$ em **seis** iterações para uma tolerância de 10^{-5} .

8. Encontre a raiz de $f(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1^2 - x_2 + 1 = 0 \\ x_1^2 + \frac{1}{4}x_2^2 - 1 = 0 \end{cases}$ utilizando o Método de Newton-Raphson na vizinhança de $x_1 = 1,5$ e $x_2 = 4$ e o máximo de 1000 iterações. Quantas iterações foram necessárias até a convergência? O método chegou nas raízes corretamente?

Resposta: $x_1 \approx 0,6813$ e $x_2 \approx 1,4641$ em **seis** iterações para uma tolerância de 10^{-5} .

9. Encontre a raiz de $f(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + e^{x_3} = 2 \\ \sin(x_1) - x_2 + x_3 = 0 \\ \sin(x_1) + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$ utilizando o Método de Newton-Raphson na vizinhança de $x_1 = 0,5, x_2 = 1$ e $x_3 = 0$ e o máximo de 1000 iterações. Quantas iterações foram necessárias até a convergência? O método chegou nas raízes corretamente?

Resposta: $x_1 \approx 0,2598, x_2 \approx 0,3027$ e $x_3 \approx 0,0459$ em **três** iterações para uma tolerância de 10^{-5} .