

MÉTODOS CUANTITATIVOS AVANZADOS

Entrega 3. Asignación de quirófanos en un hospital y generación
de columnas

Alumnos: Marta Edo

Jorge Lobato

Leire Olascoaga

Andrea Pisu

Profesor: Miguel Ángel Ortega Mier

08 de diciembre de 2024

Modelo 1

El objetivo del modelo 1 es minimizar los costes de asignación de operaciones a quirófanos en el servicio de Cardiología Pediátrica del Hospital Felipe VI. Este modelo considera los costes asociados a cada asignación específica y las restricciones de incompatibilidad entre operaciones.

Los datos de entrada también incluyen:

- Los horarios de inicio y fin de las operaciones, y su correspondiente equipo médico.
- La matriz de costes que detalla el coste de asignar cada operación a cada quirófano.

Para resolver el modelo propuesto en Python se filtraron los datos para considerar únicamente la especialidad de Cardiología Pediátrica. Para gestionar las incompatibilidades se generó un diccionario de conflictos (L), que identifica las operaciones son solapamientos de horario que no pueden compartir quirófano.

Se define la variable $x[(i,j)]$ como una variable binaria que indica 1 si la operación i se asigna al quirófano j y 0 si no se asigna. Además, hay que tener en cuenta que existen dos restricciones en la formulación de este:

- Cada operación debe ser asignada a al menos un quirófano, lo que garantiza que todas las operaciones sean programadas.
- Operaciones con conflicto de horario no pueden ser asignadas al mismo quirófano.

Tras definir el modelo completo en Python se obtienen los siguientes resultados:

- Result - Optimal solution found
- Coste de asignación total: 1510
- Se comprueba que todas las operaciones de Cardiología Pediátrica son asignadas a un quirófano:

```
Var: x_('20241204_OP_107',_Quirófano_50') Valor: 1.0
Var: x_('20241204_OP_12',_Quirófano_42') Valor: 1.0
Var: x_('20241204_OP_133',_Quirófano_23') Valor: 1.0
Var: x_('20241204_OP_138',_Quirófano_4') Valor: 1.0
Var: x_('20241204_OP_159',_Quirófano_61') Valor: 1.0
Var: x_('20241204_OP_18',_Quirófano_65') Valor: 1.0
Var: x_('20241204_OP_2',_Quirófano_40') Valor: 1.0
Var: x_('20241204_OP_44',_Quirófano_21') Valor: 1.0
Var: x_('20241204_OP_5',_Quirófano_24') Valor: 1.0
Var: x_('20241204_OP_57',_Quirófano_11') Valor: 1.0
Var: x_('20241204_OP_67',_Quirófano_58') Valor: 1.0
Var: x_('20241204_OP_68',_Quirófano_34') Valor: 1.0
Var: x_('20241204_OP_88',_Quirófano_71') Valor: 1.0
```

Modelo 2:

El **objetivo** del modelo 2 es minimizar los costes de asignación seleccionando las planificaciones de los quirófanos de entre las disponibles de manera que todas las operaciones estén cubiertas por un quirófano.

Para simplificar el problema y hacerlo manejable, el análisis se centra en cuatro servicios del hospital:

- Cardiología Pediátrica
- Cirugía Cardíaca Pediátrica
- Cirugía Cardiovascular
- Cirugía General y del Aparato Digestivo

Las operaciones de cada servicio deben asignarse a quirófanos, minimizando tanto los costes como el número de quirófanos necesarios.

Solución Implementada: Para abordar este problema, diseñamos un algoritmo que genera planificaciones diarias factibles para los quirófanos. La planificación se basa en las siguientes premisas:

- Una planificación factible es aquella donde las operaciones asignadas a un mismo quirófano no se solapan en el tiempo. Esto implica que la hora de fin de una operación debe ser menor que la hora de inicio de la siguiente.
- Cada quirófano puede albergar múltiples operaciones, siempre que estas no entren en conflicto horario.

El algoritmo sigue un enfoque iterativo:

1. Asignación inicial: La primera operación se asigna al primer quirófano disponible.
2. Conflicto horario: Para cada operación siguiente, el algoritmo verifica si existe un conflicto horario con las operaciones ya asignadas al quirófano actual.
 - a. Si no hay conflicto, la operación se asigna al mismo quirófano.
 - b. Si hay conflicto, se abre un nuevo quirófano y se asigna la operación a este.
3. Iteración completa: Este proceso se repite hasta que todas las operaciones estén asignadas.

Resultados: El modelo permitió asignar todas las operaciones quirúrgicas a un número mínimo de quirófanos, cumpliendo con las restricciones de compatibilidad horaria.

Var: y_Quirófano_1	Valor: 1.0	Var: y_Quirófano_20	Valor: 1.0
Var: y_Quirófano_10	Valor: 1.0	Var: y_Quirófano_21	Valor: 1.0
Var: y_Quirófano_11	Valor: 1.0	Var: y_Quirófano_22	Valor: 1.0
Var: y_Quirófano_12	Valor: 1.0	Var: y_Quirófano_23	Valor: 1.0
Var: y_Quirófano_13	Valor: 1.0	Var: y_Quirófano_3	Valor: 1.0
Var: y_Quirófano_14	Valor: 1.0	Var: y_Quirófano_4	Valor: 1.0
Var: y_Quirófano_15	Valor: 1.0	Var: y_Quirófano_5	Valor: 1.0
Var: y_Quirófano_16	Valor: 1.0	Var: y_Quirófano_6	Valor: 1.0
Var: y_Quirófano_17	Valor: 1.0	Var: y_Quirófano_7	Valor: 1.0
Var: y_Quirófano_18	Valor: 1.0	Var: y_Quirófano_8	Valor: 1.0
Var: y_Quirófano_19	Valor: 1.0	Var: y_Quirófano_9	Valor: 1.0
Var: y_Quirófano_2	Valor: 1.0	23	

Problemas encontrados:

- Definición de planificaciones factibles: Fue necesario determinar una estructura clara para identificar operaciones incompatibles. Esto se llevó a cabo comparando las horas de inicio y fin de cada operación.
- Construcción del algoritmo en Python: La lógica del bucle que iteraba por todas las operaciones y asignaba quirófanos fue compleja, especialmente al optimizar para minimizar el número de quirófanos. Se diseñó una función específica para identificar y marcar las operaciones incompatibles, asegurando que no se asignaran al mismo quirófano.

Modelo 3

Este modelo busca minimizar el número de quirófanos necesarios para realizar un conjunto de operaciones planificadas, garantizando que cada operación sea asignada a un quirófano sin solapamientos temporales. El enfoque implementado se basa en la técnica de generación de columnas, que permite resolver problemas de gran escala dividiéndolos en partes manejables y optimizando iterativamente.

Para resolver el modelo se ha utilizado programación lineal para resolver el problema maestro relajado y generación de combinaciones óptimas (columnas) mediante un subproblema dual.

El objetivo principal del modelo es minimizar el número de quirófanos activados x_k , sujeto a las siguientes restricciones:

1. Cada operación debe asignarse al menos a un quirófano.
2. No se permite solapamiento temporal entre operaciones asignadas al mismo quirófano.

Función Objetivo:

$$\min \sum_{k \in K} x_k$$

Donde x_k es una variable binaria que indica si el quirófano k está activado.

Restricciones:

$$\sum_{k \in K} B_{ik} \cdot x_k \geq 1$$
$$x_k \in \{0,1\} \forall k \in K$$

Donde:

- $B_{ik} = 1$ si la operación i está asignada al quirófano k ; de lo contrario, $B_{ik} = 0$.

El método de generación de columnas combina:

- Problema maestro relajado: Resuelve la asignación inicial de operaciones y calcula precios sombra.

- Subproblema dual: Genera nuevas combinaciones de operaciones compatibles que pueden reducir el número de quirófanos.

Iterativamente, el maestro y el dual se resuelven hasta que no sea posible mejorar la solución.

Resultados Obtenidos

- Número mínimo de quirófanos necesarios: El modelo determinó que el número mínimo de quirófanos activados es 93.
- Asignaciones de operaciones:
 - Las operaciones fueron distribuidas entre los quirófanos de acuerdo con los horarios disponibles y las restricciones de compatibilidad. El modelo de Python devuelve las operaciones programadas en cada quirófano.

```
In [5]: sol_final, quirofanos_act = maestro(operaciones, planificacion)
...: print(f'Usaremos {sol_final} quirófanos')
Usaremos 93.0 quirófanos
```

sol_final	float	1	93.0
-----------	-------	---	------

Problemas y observaciones

Inicialmente, las columnas generadas contenían siempre la misma combinación de operaciones. Esto ocurría porque el subproblema dual generaba soluciones con combinaciones ya existentes.

Aunque el modelo garantiza que todas las operaciones están asignadas, algunas aparecen duplicadas en distintos quirófanos. Esto es debido a que el algoritmo no filtra los duplicados en las combinaciones generadas. En una planificación real:

- No tiene sentido realizar una operación más de una vez. Esto implicaría que uno de los quirófanos asignados quedaría vacío para dicha operación.

La solución propuesta por el modelo es teóricamente óptima según la formulación matemática, ya que minimiza el número de quirófanos activados. Sin embargo:

1. Duplicación de operaciones: Algunas operaciones se asignan a más de un quirófano, lo cual no tiene sentido en la realidad.
2. Interpretación en la realidad:
 - Aunque estas duplicaciones no afectan la validez matemática del modelo, en la vida real uno de los quirófanos con operaciones duplicadas quedaría vacío.