ENTREGA 3

Asignación de quirófanos en un hospital y generación de columnas

María Alonso Barciela
Inés Lizarraga Aldaz
MCA-I

1. Modelo 1 **40 % de la nota**

En la formulación clásica de este problema se define el conjunto $\mathcal{I}$ de equipos médicos que se tienen que asignar al conjunto $\mathcal{J}$ de quirófanos. Se asumen unos costes, C_{ij}, por asignar un equipo $i \in \mathcal{I}$ a un quirófano $j \in \mathcal{J}$. Estos costes pueden variar, por ejemplo, por que las operaciones son distintas o porque un determinado quirófano puede disponer de distintas máquinas que ayuden o no a la operación concreta.

Para cada operación que $i \in \mathcal{I}$ (realizada por un equipo de cirugía concreto) se tienen programadas la hora de inicio de la operación, I_i, y la hora de finalización, F_i. La decisión, asociada con la variable x_{ij}, es si se asigna (o no) el equipo de cirugía i al quirófano j.

Los datos correspondientes a las operaciones (y sus costes en función del quirófano) están disponibles en la carpeta de Github de cada equipo.

El modelo de programación lineal entera asociado es el siguiente:

$$
\begin{aligned}
&\text{min.} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in |} C_{ij} x_{ij} \\
&s.a.: \\
&\sum_{j \in |} x_{ij} \geq 1 && \forall i \in \mathcal{I} \\
&\sum_{h \in L_i} x_{hj} + x_{ij} \leq 1 && \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in | \\
&x_{ij} \in \{0, 1\} && \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in |
\end{aligned}
$$

donde se define $L_i \in \mathcal{I}$ como el subconjunto de todas las operaciones tales que dado una operación específica i los elementos de L_i son todas las operaciones incompatibles con esa operación i porque están en proceso en algún quirófano cuando se inicia la operación i. Las operaciones del conjunto L_i no pueden estar asignadas, por lo tanto, en el mismo quirófano.

En la formulación clásica se busca minimizar los costes totales de asignación de operaciones a quirófanos. La primera restricción asegura que toda operación se asigna a un quirófano y la segunda restricción que dos operaciones incompatibles no pueden asignarse al mismo quirófano.

En este apartado se pide:

1. Construir en Python el **modelo 1**.
2. Resolver este modelo con los **datos relativos a las operaciones del servicio de Cardiología Pediátrica**.
3. Caracterizar la solución óptima.

MODELO 1

En este proyecto, se desarrolló un modelo de optimización para asignar operaciones quirúrgicas a quirófanos, minimizando los costos de asignación y asegurando que no haya solapamientos de tiempo entre operaciones incompatibles en el mismo quirófano. El enfoque incluye la carga y preparación de datos, construcción de parámetros y restricciones, y la resolución del modelo usando la librería **PuLP**.

$$
\begin{aligned}
& \text{min.} \; \sum_{i\in\mathcal{I}} \sum_{j\in|} C_{ij}x_{ij} \\
s.a.:& \\
& \sum_{j\in|} x_{ij} \geq 1 && \forall i \in \mathcal{I} \\
& \sum_{h\in L_i} x_{hj} + x_{ij} \leq 1 && \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in | \\
& x_{ij} \in \{0,1\} && \forall i \in \mathcal{I}, \forall j \in |
\end{aligned}
$$

En primer lugar se han cargado los documentos excel necesarios mediante pandas.

Después, se han creado los conjuntos y parámetros. Los conjuntos son las operaciones (I) y los quirófanos (J).

Para los parámetros que son los costes de realizar la operación *i* en el quirófano *j* se ha construído un diccionario. Para crear dicho parámetro de costes se han encontrado algunos problemas para iterar bien por los conjuntos y establecer bien los costes de cada operación.

A continuación, se creó una matriz de incompatibilidades Li. Donde se almacenarán que operaciones son incompatibles. Para esto, hubo que asegurarse de no comparar una operación consigo misma. Durante las primeras ejecuciones, algunas operaciones incompatibles estaban asignadas al mismo quirófano. Esto se debió a un error en la restricción de incompatibilidades, que fue corregido al asegurarse de que las restricciones se aplicarán para cada par de operaciones incompatibles y quirófanos.

Por otro lado, inicialmente, los horarios se tratan como cadenas. Se han tenido que convertir a formato datetime para poder compararlos y detectar solapamientos correctamente.

Después se determinó la función objetivo, las restricciones así como la variables xij que es una variable binaria.

2. Modelo 2 (homogéneo) **15 % de la nota**

Otro enfoque del problema de asignación de operaciones quirúrgicas a quirófanos está basado en los problemas de *set covering*.

En este caso cada operación está asignada a (o está *cubierta* por) una *planificación diaria del quirófano*, donde una *planificación* es una colección de operaciones que pueden ser asignadas a un quirófano determinado sin conflictos respecto a los solapes en el mismo quirófano. Una planificaci ón posible, muy mala, sería la siguiente planificación en la que sólo se han programado dos operaciones utilizando menos de 3 horas del día en operaciones y dejando sin utilizar el quirófano la mayor parte del día:

- 20241204 OP-141 Equipo Álvaro Pérez Cirugía Torácica 4-12-24 13:10 4-12-24 15:15

- 20241204 OP-148 Equipo Andrea Martín Cirugía Cardiovascular 4-12-24 18:15 4-12-24 19:40

Con esta idea, se define $\mathcal{K}$ como el conjunto de planificaciones factibles k para ese día de quirófano para cada quirófano. Para cada *planificación del quirófano* se define el parámetro B_{ik} y C_k de la siguiente manera:

$$B_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{si la operación } i \text{ está en la } \textit{planificación del quirófano } k \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$C_k = \sum_i B_{ik} \hat{C}_i$$

$\hat{C}_i$: coste medio de una operación i

En este caso los costes de asignación de operaciones a quirófanos son independientes del quirófano de manera que los costes de asignación dependen sólo del coste de cada operación ($\hat{C}_i$ se calcula hayando la media del coste de una operación en todos los quirófanos) .

Con esto, se puede definir el modelo (2) en el que se busca minimizar el coste del uso de los quirófanos utilizando un enfoque *Set Covering* de la siguiente manera:

$$\min. \sum_{k \in \mathcal{K}} \hat{C}_k y_k$$

$$s.a.:$$

$$\sum_{j \in \mathcal{K}} B_{ik} y_k \geq 1 \qquad \forall i$$

$$y_k \in \{0, 1\} \qquad \forall k \in \mathcal{K}$$

En este modelo se busca minimizar los costes de asignación seleccionando las *planificaciones de los quirófanos* de entre las disponibles de manera que todos las operaciones estén cubiertas por un *quirófano*.

La sencillez del modelo se ve complicada por la complejidad inherente a la generación de los *planificaciones diarias de los quirófanos*. No cualquier *planificación diaria de un quirófano* es factible y el número de todos las *planificaciones* factibles puede ser muy grande.

Para este apartado se utilizará un conjunto de datos relativos a las operaciones del servicio de:

- Cardiología Pediátrica.

- Cirugía Cardíaca Pediátrica.
- Cirugía Cardiovascular.
- Cirugía General y del Aparato Digestivo.

En este apartado se pide:

1. Construir en Python el **modelo 2**.
2. Resolver este modelo para los **cuatro servicios** indicados. Para ello se tendrá que generar un conjunto de *planificaciones diarias de quirófanos* mínimo.
3. Caracterizar la solución óptima encontrada.

MODELO 2

Modelo 2

Modelo 2

En este modelo, se ha trabajado con un enfoque de set covering para asignar operaciones quirúrgicas a quirófanos minimizando los costes totales. En primer lugar, se cargaron los datos necesarios desde los archivos Excel, utilizando la biblioteca pandas. Se filtraron las operaciones correspondientes a los servicios quirúrgicos indicados (Cardiología Pediátrica, Cirugía Cardíaca Pediátrica, Cirugía Cardiovascular y Cirugía General y del Aparato Digestivo), asegurando que todas tuvieran costes definidos en la tabla de costes.

A continuación, se generaron planificaciones diarias factibles para los quirófanos, garantizando que las operaciones en cada planificación no se solaparan temporalmente. Estas planificaciones se representaron en una matriz binaria Bik, y se calcularon sus costes como la suma de los costes medios de las operaciones incluidas.

Luego, se construyó el modelo de optimización utilizando pulp. La función objetivo buscó minimizar el coste total asociado a las planificaciones seleccionadas. Se definió una restricción que aseguraba que cada operación estuviera cubierta por al menos una planificación, y se utilizaron variables de decisión binarias para representar la selección de las planificaciones.

Tras resolver el modelo, se obtuvo una solución óptima que identificó las planificaciones necesarias para cubrir todas las operaciones quirúrgicas con el menor coste posible.