05/12/24

Entrega 3– Generación de columnas – MCA - Grupo P

- Modelo 1- Asignación de operaciones a quirófanos para minimizar los costes

En este primer problema, el objetivo es asignar todas las operaciones a los quirófanos minimizando los costes. Como las operaciones tienen horas de inicio y fin predefinidas, también es importante comprobar que no se programan en el mismo quirófano dos operaciones cuyos horarios se solapan. Aquí nos centramos en las operaciones de cardiología pediátrica.

Para minimizar los costes, tenemos que minimizar la siguiente función objetivo:

$$\min \sum_{i,j} C_{ij} x_{ij}$$

Con Cij, el coste de la operación i en el quirófano

Con xij, una variable binaria que vale 1 si la operación i tiene lugar en el bloque j y 0 en caso contrario

Tenemos las siguientes restricciones :

$$\sum_{j} x_{ij} \geq 1 \ porque\ cada\ operación\ debe\ asignarse\ a\ un\ quirófano$$

$$\sum_{h} x_{hj} + x_{ij} \leq 1$$

Esto se debe a que dos operaciones incompatibles (en términos de programación) no pueden asignarse a la misma sala de operaciones. H pertenece a Li, el conjunto de operaciones incompatibles con la operación i.

Li es, por tanto, un diccionario que, para cada operación i, devuelve las operaciones incompatibles. Para crearlo, necesitamos todas las operaciones que no tienen una hora de finalización anterior a la hora de inicio de la operación i ni una hora de inicio posterior a la hora de finalización de la operación i.

Una vez creado este diccionario, y definidas correctamente las variables y restricciones, el código se ejecutó y devolvió un resultado óptimo con un coste global de 1.510 euros.

05/12/24

```
Status del problema Optimal

Objetivo: 1510.0

Asignacion de las operaciones a los quirofanos :
          Operacion     Quirófano
0    20241204 OP-68  Quirófano 34
1    20241204 OP-57  Quirófano 11
2   20241204 OP-133  Quirófano 23
3    20241204 OP-12  Quirófano 42
4   20241204 OP-159  Quirófano 61
5    20241204 OP-18  Quirófano 65
6    20241204 OP-67  Quirófano 58
7     20241204 OP-2  Quirófano 40
8   20241204 OP-138   Quirófano 4
9     20241204 OP-5  Quirófano 24
10   20241204 OP-44  Quirófano 21
11  20241204 OP-107  Quirófano 50
12   20241204 OP-88  Quirófano 71
```

- Modelo 2 (Homogéneo)

En esta pregunta, el objetivo vuelve a ser minimizar el coste total de las asignaciones, pero esta vez mediante la generación de planificación. A diferencia de la primera pregunta, aquí el coste de las operaciones es independiente del quirófano al que se asignan. Así pues, introducimos Ci, el coste medio de la operación i, y Bik, una variable binaria que es 1 si la operación i está en la programación del bloque k y 0 en caso contrario. Definimos Ck como el coste de todas las operaciones del quirófano k tales que:

$$C_k = \sum_i B_{ik} C_i$$

A continuación, introducimos la función de coste objetivo para cada programa:

$$\min \sum_k C_k y_k$$

Con la siguiente restricción:

$$\sum_k B_{ik} y_k \geq 1$$

Que indica que cada operación 1 debe estar en al menos uno de los horarios utilizados, siendo yk la variable binaria que es 1 si se utiliza la planificación k y 0 en caso contrario.

Una vez definidas las variables y las restricciones, se utiliza el modelo, que arroja los siguientes resultados:

- Cardiología pediátrica (óptima), Valor: 14211 euros
- Cirugía Cardiaca Pediátrica (optima), Valor: 13785 euros
- Cirugía cardiovascular (óptima), Valor: 16319 euros

- Cirugía general y digestiva (óptima), Valor: 13610 euros

- Modelo 3 – Generación de columnas

1- Utilizaremos un método de generación de columnas que implementamos en Python. Este método nos permitirá minimizar el número de quirófanos necesarios para planificar las cirugías. Dividimos el problema principal en un problema maestro y en un subproblema:
   - el problema maestro selecciona los quirófanos (= columnas) para minimizarles
   - el subproblema genera las nuevas columnas correspondientes con combinaciones optímales de operaciones compatibles

   Esto método tiene un acercamiento iterativo: resolvemos el problema maestro, luego se resuelve el subproblema hasta que convergen los resultados.

   El problema maestro minimiza el número de quirófanos necesarios para todas las operaciones respectando una restricción de asignación de cada operación a una planificación:

$$min \sum_{k \in K} y_k$$

$$s.a.: \sum_{k \in K} A_{ik} \cdot y_k \geq 1 \; \forall i \in I$$

$$y_k = \begin{cases} 1 \text{ si está } utilizado \text{ el quirófano } k \text{ de todos los } K \text{ quirófanos disponibles} \\ 0 \; sino \end{cases}$$

$$A_{ik} = \begin{cases} 1 \text{ si la operación } i \text{ se planifica en el quirófano } k \\ 0 \; sino \end{cases}$$

   El subproblema permite optimizar el coste de la programación propuesta y mejorar la solución, lo implementamos maximizando los costes con la restricción de la evitación de solapamientos:

$$max \sum_{i \in I} \pi_i \cdot z_i$$

$$s.a.: \sum_{k \in K} A_{ik} \cdot y_k \geq 1 \; \forall i \in I$$

05/12/24

$$Coût\ réduit\ =\ C_k\ -\sum_{i\in I}\pi_i\cdot B_{ik}$$

$$avec\ c_k le\ cout\ total\ assigné\ à\ la\ planification\ k$$

$$\pi_i\ la\ valeur\ duale\ associée\ à\ la\ contrainte\ de\ couverture\ de\ l'opération\ i\ dans\ le\ problème\ maître$$

$$B_{ik}$$