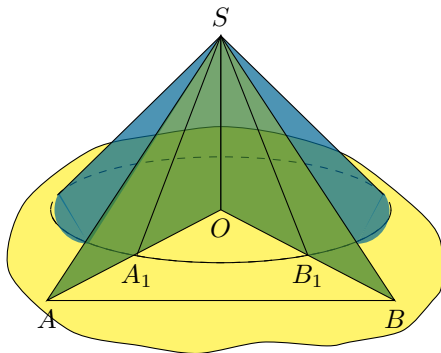


Университет ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Информатика»

Лабораторная работа №6
Работа с системой компьютерной вёрстки L^AT_EX
Вариант №15

Выполнил:
Мальшев Михаил Александрович
Преподаватель:
Мальшева Татьяна Алексеевна



$\angle OSB = \beta, \angle OSA_1 = \angle OSB_1 = \varphi$. Вычислим косинус угла A_1OB_1 , являющегося линейным углом двугранного угла, образованного плоскостями треугольников OSA и OSB . Для этого найдем $A_1B_1^2$ по теореме косинусов из треугольника A_1SB_1 и из треугольника A_1OB_1 , а затем приравняем полученные выражения. Получим

$$\begin{aligned} A_1S^2 + B_1S^2 - 2A_1S \cdot B_1S \cdot \cos x &= \\ &= A_1O^2 + B_1O^2 - 2A_1O \cdot B_1O \times \\ &\times \cos \angle A_1OB_1. \end{aligned}$$

Так как $A_1S^2 = SO^2 + A_1O^2, B_1S^2 = SO^2 + B_1O^2$, то отсюда следует

$$\begin{aligned} 2A_1O \cdot B_1O \cdot \cos \angle A_1OB &= 2A_1S \times \\ &\times B_1S \cdot \cos x - 2OS^2. \end{aligned}$$

Подставим в это выражение $A_1O = B_1O = OS \cdot \operatorname{tg} \varphi, A_1S = B_1S = \frac{OS}{\cos \varphi}$ и после сокращения на $2OS^2$ получим

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^2 \varphi \cdot \cos \angle A_1OB_1 &= \frac{\cos x}{\cos^2 \varphi} - 1 \text{ или} \\ \cos \angle A_1OB_1 &= \frac{\cos x - \cos^2 \varphi}{\sin^2 \varphi}. \end{aligned} \quad (1)$$

Из треугольников ASB и AOB имеем

$$\cos \angle AOB = -\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta. \quad (2)$$

Так как $\angle AOB = \angle A_1OB_1$, то, приравнявая правые части равенств (1) и (2), получим

$$\cos x = \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta,$$

откуда окончательно:

$$x = \arccos (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta).$$

С этой задачей справились немногие поступающие.

Заметим, что формулы (1) и (2) выражают зависимость между внутренним двугранным углом и плоскими углами при вершине трехгранного угла. В общем случае, если A, B и C — внутренние двугранные углы, противолежащие соответственно плоским углам α, β и γ трехгранного угла, то справедливы формулы:

$$\begin{aligned} \cos A &= \frac{\cos \alpha - \cos \beta \cos \gamma}{\sin \beta \sin \gamma}, \\ \cos B &= \frac{\cos \beta - \cos \alpha \cos \gamma}{\sin \alpha \sin \gamma}, \\ \cos C &= \frac{\cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta}, \end{aligned}$$

которые выводятся так же, как и формула (1). Эти формулы могут оказаться полезными при решении многих стереометрических задач.

В заключение предлагаем самостоятельно решить следующий вариант, предлагавшийся на письменном экзамене.

Вариант 1

1. Определить все действительные значения a , при каждом из которых уравнение

$$\cos^4 x - (a+2) \cos^2 x - (a+3) = 0$$

имеет решения, и найти все эти решения.

2. Решить уравнение

$$\left| 1 - \log_{\frac{1}{6}} x \right| + 2 = \left| 3 - \log_{\frac{1}{6}} x \right|.$$

3. Из города A в город B , находящийся на расстоянии 105 км от A , с постоянной скоростью v км/ч выходит автобус. Через 30 мин вслед за ним из A со скоростью 40 км/ч выезжает автомобиль, который, догнав в пути автобус, поворачивает обратно и движется с прежней скоростью. Определить все те значения v , при которых автомобиль возвращается в A позже, чем автобус приходит в B .

4. В треугольнике ABC сторона BC служит основанием полукруга, площадь которого равна площади треугольника ABC . Угол A равен α . Найти углы B и C , считая, что $B \geq C$. Исследовать, при каких значениях угла α задача имеет решение.

5. В прямом круговом конусе с вершиной S угол между образующими SA и SB равен α , а угол между их проекциями на плоскость основания равен β . Вычислить угол между биссектрисами углов OSA и OSB , где точка O является центром круга, служащего основанием конуса.