

1 Центральная предельная теорема

Теорема 1.1 (Линдеберга). Пусть $\{\xi_k\}_{k \geq 1}$ — независимые случайные величины, $E\xi_k^2 < +\infty$, $\forall k$, обозначим $m_k = E\xi_k$, $\delta_k^2 = D\xi_k$; $S_n = \sum_{i=1}^n S_i$; $D_n^2 = \sum_{k=0}^n \delta_k^2$ и $F(x)$ — функция распределения ξ_k . Пусть выполнено условие Линдберга, т.е.

$$\forall \varepsilon > 0, \frac{1}{D_n^2} \sum_{k=1}^n \int_{\{x: |x-m_k| > \varepsilon D_n\}} (x - m_k)^2 dF(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

Тогда

$$\frac{S_n - ES_n}{\sqrt{DS_n}} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 1), \quad n \rightarrow \infty.$$

2 Гауссовский случайный вектор

Определение 1. Случайный вектор $\vec{\xi} \sim \mathcal{N}(\vec{m}, \Sigma)$ — гауссовский, если его характеристическая функция $\varphi_{\vec{\xi}}(\vec{t}) = e^{i(\vec{m}, \vec{t}) - \frac{1}{2}(\Sigma \vec{t}, \vec{t})}$, $\vec{m} \in \mathcal{R}^n$, Σ — симметрическая, неотрицательно-определенная матрица.

Определение 2. Случайный вектор $\vec{\xi}$ — гауссовский, если он представляется в следующем виде: $\vec{\xi} = A\vec{\eta} + \vec{B}$, где $\vec{B} \in \mathbb{R}^n$, $A \in \text{Mat}(n \times m)$ и $\vec{\eta} = \{\vec{\eta}_1, \dots, \vec{\eta}_m\}$ — независимые, $n \sim \mathcal{N}(0, 1)$

Определение 3. Случайный вектор $\vec{\xi}$ — гауссовский, если $\forall \lambda \in \mathbb{R}^n$ случайный вектор $(\vec{\lambda}, \vec{\xi})$ имеет нормальное распределение

Теорема 2.1 (об эквивалентности определений гауссовского вектора).
Предыдущие три определения эквивалентны

3 Задачи по астрономии

Задача №1. Загадочный круг

Установите астрономический азимут восхода звезды ϵ СМа ($6^{\text{h}} 58^{\text{m}} 38^{\text{s}}$, $-28^{\circ} 58'$) при наблюдении из самой северной равноудаленной от Санкт-Петербурга ($59^{\circ} 57'$ с.ш., $30^{\circ} 19'$ в.д.) и Красной поляны ($43^{\circ} 41'$ с.ш.,

$40^{\circ}11'$ в.д.) точки земной поверхности. Атмосферой пренебрегите, а Земля — шар.

Задача №2. К Сатурну!

Космический корабль запустили с поверхности Земли к Сатурну по наиболее энергетически выгодной траектории. При движении по орбите корабль пролетел мимо астероида-тройнца (624) Гектор.

Определите большую полуось и эксцентриситет полученной орбиты, скорость старта с поверхности, а также угол между направлением Солнце и на Сатурн в момент старта корабля. Орбиты планет считать круговыми. Оцените относительную скорость корабля и астероида в момент сближения

Задача №3. Н II

Предположим, что за пределами солнечного круга кривая вращения Галактики плоская, параметр плато $v = 240$ км/с. Пусть известно, что диск нейтрального водорода простирается до галакто-центрического расстояния $R_{\max} = 50$ кпк. Мы наблюдаем облако нейтрального водорода на галактической долготе $l = 140^{\circ}$. Оцените минимально возможное значение лучевой скорости этого облака.

Задача №4. Обратный комптон-эффект

Обратным комптон-эффектом (ОЭК) называют явление рассеяния фотона на ультрарелятивистском свободном электроне, при котором происходит перенос энергии от электрона к фотону. Рассмотрим ОЭК для фотонов реликтового излучения. При какой энергии электронов в направленном пучке рассеяное излучение можно будет зарегистрировать на фотоприёмнике?

4 Отзыв

- Наверное, один из самых полезных курсов на физтехе, который с большой вероятностью пригодится в жизни

- Хотелось бы побольше примеров. Теория всегда хорошо, но практика находится в большем приоритете.
- Самый лучший лектор — это твой сверстник: с ним всегда можно найти общий язык