

# 1 Центральная предельная теорема

**Теорема 1.1** (Линдеберга). Пусть  $\{\xi_k\}_{k \geq 1}$  — независимые случайные величины,  $E\xi_k^2 < +\infty$ ,  $\forall k$ , обозначим  $m_k = E\xi_k$ ,  $\delta_k^2 = D\xi_k$ ;  $S_n = \sum_{i=1}^n S_i$ ;  $D_n^2 = \sum_{k=0}^n \delta_k^2$  и  $F(x)$  — функция распределения  $\xi_k$ . Пусть выполнено условие Линдберга, т.е.

$$\forall \varepsilon > 0, \frac{1}{D_n^2} \sum_{k=1}^n \int_{\{x: |x-m_k| > \varepsilon D_n\}} (x - m_k)^2 dF(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

Тогда

$$\frac{S_n - ES_n}{\sqrt{DS_n}} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 1), \quad n \rightarrow \infty.$$

## 2 Гауссовский случайный вектор

**Определение 1.** Случайный вектор  $\vec{\xi} \sim \mathcal{N}(\vec{m}, \Sigma)$  — гауссовский, если его характеристическая функция  $\varphi_{\vec{\xi}}(\vec{t}) = e^{i(\vec{m}, \vec{t}) - \frac{1}{2}(\Sigma \vec{t}, \vec{t})}$ ,  $\vec{m} \in \mathcal{R}^n$ ,  $\Sigma$  — симметрическая, неотрицательно-определенная матрица.

**Определение 2.** Случайный вектор  $\vec{\xi}$  — гауссовский, если он представляется в следующем виде:  $\vec{\xi} = A\vec{\eta} + \vec{B}$ , где  $\vec{B} \in \mathbb{R}^n$ ,  $A \in \text{Mat}(n \times m)$  и  $\vec{\eta} = \{\vec{\eta}_1, \dots, \vec{\eta}_m\}$  — независимые,  $n \sim \mathcal{N}(0, 1)$

**Определение 3.** Случайный вектор  $\vec{\xi}$  — гауссовский, если  $\forall \lambda \in \mathbb{R}^n$  случайный вектор  $(\vec{\lambda}, \vec{\xi})$  имеет нормальное распределение

**Теорема 2.1** (об эквивалентности определений гауссовского вектора). Предыдущие три определения эквивалентны

## 3 Задачи по астрономии

### Задача №1. Загадочный круг

Установите астрономический азимут восхода звезды  $\epsilon$  СМа ( $6^h 58^m 38^s$ ,  $-28^\circ 58'$ ) при наблюдении из самой северной равноудаленной от Санкт-Петербурга ( $59^\circ 57'$  с.ш.,  $30^\circ 19'$  в.д.) и Красной поляны ( $43^\circ 41'$  с.ш.,  $40^\circ 11'$  в.д.) точки

земной поверхности. Атмосферой пренебрегите, а Земля — шар.

### **Задача №2. К Сатурну!**

Космический корабль запустили с поверхности Земли к Сатурну по наиболее энергетически выгодной траектории. При движении по орбите корабль пролетел мимо астероида-тройнца (624) Гектор.

Определите большую полуось и эксцентриситет полученной орбиты, скорость старта с поверхности, а также угол между направлением Солнце и на Сатурн в момент старта корабля. Орбиты планет считать круговыми. Оцените относительную скорость корабля и астероида в момент сближения

### **Задача №3. Н П**

Предположим, что за пределами солнечного круга кривая вращения Галактики плоская, параметр плато  $v = 240$  км/с. Пусть известно, что диск нейтроального водорода простирается до галакто-центрического расстояния  $R_{\max} = 50$  кпк. Мы наблюдаем облако нейтрального водорода на галактической долготе  $l = 140^\circ$ . Оцените минимально возможное значение лучевой скорости этого облака.

### **Задача №4. Обратный комптон-эффект**

Обратным комптон-эффектом (ОЭК) называют явление рассеяния фотона на ультрарелятивистском свободном электроны, при котором происходит перенос энергии от электрона к фотону. Рассмотрим ОЭК для фотонов реликтового излучения. При какой энергии электронов в направленном пучке рассеяное излучение можно будет зарегистрировать на фотоприёмнике?

## **4 Отзывы**

- Наверное, один из самых полезных курсов на физтехе, который с большой вероятностью пригодится в жизни
- Хотелось бы побольше примеров. Теория всегда хорошо, но практика приоритетнее
- Самый лучший лектор - это твой сверстник: с ним всегда можно найти общий язык