1 Центральная предельная теорема

Теорема 1.1 (Линдеберга). *Пусть* $\{\xi_k\}_{k\geqslant 1}$ *— независимые случайные величины,* $\mathsf{E}\xi_k^2 < +\infty$, $\forall k$, *обозначим* $m_k = \mathsf{E}\xi_k$, $\delta_k^2 = \mathsf{D}\xi_k$; $S_n = \sum\limits_{i=1}^{n} S_i$; $\mathsf{D}_n^2 = \sum\limits_{k=0}^{n} \delta_k^2$ *и* $F(x)$ *— функция распределения* ξ_k. *Пусть выполнено условие Линдербега, т.е.*

$$\forall\xi > 0, \frac{1}{\mathsf{D}^2}\sum_{k=1}^{n}\int\limits_{\{x:|x-m_k|>\varepsilon\mathsf{D}_n\}}(x-m_k)^2\,dF(x) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

Тогда

$$\frac{S_n - \mathsf{E}S_n}{\sqrt{\mathsf{D}S_n}} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0,1),\ n\to\infty.$$

2 Гауссовский случайный вектор

Определение 1. Слаучайный вектор $\overrightarrow{\xi} \sim \mathcal{N}(m, \sum)$ — гауссовский, если его характеристическая функция $\varphi_\xi(\overrightarrow{t}) = e^{i(\overrightarrow{m},\overrightarrow{t})-\frac{1}{2}(\sum\overrightarrow{t},\overrightarrow{t})}$, $\overrightarrow{m}\in\mathcal{R}^n$, $\sum$ — симметрическая, неотрицательно-определенная матрица.

Определение 2. Случайный вектор $\overrightarrow{\xi}$ — гауссовский, если он представляется в следующем виде: $\overrightarrow{\xi} = A\overrightarrow{\eta} + \overrightarrow{B}$, где $\overrightarrow{B}\in\mathbb{R}^n$, $A\in\mathrm{Mat}(n\times m)$ и $\overrightarrow{\eta} = \{\overrightarrow{\eta}_1,\ldots,\overrightarrow{\eta}_m\}$ — независимые, $n\sim\mathcal{N}(0,1)$

Определение 3. Случайный вектор $\overrightarrow{\xi}$ — гауссовский, если $\forall\lambda\in\mathbb{R}^n$ случайный вектор $(\overrightarrow{\lambda},\overrightarrow{\xi})$ имеет нормальное распределение

Теорема 2.1 (об эквивалентности определений гауссовского вектора). *Предыдущие три определния эквиваленты*

3 Задачи по астрономии

Задача №1. Загадочный круг

Установите астрономический азимут восхода звезды ε CMa ($6^h58^m38^s$, $-28°58'$) при наблюдении из самой северной равноудаленной от Санкт-Петербурга ($59°57'$ с.ш., $30°19'$ в.д.) и Красной поляны ($43°41'$ с.ш. , 40°11′ в.д.) точки земной поверхности. Атмосферой пренебрегите, а Земля — шар.

Задача №2. К Сатурну!

Космический корабль запустили с поверхности Земли к Сатурну по наиболее энергетически выгодной траектории. При движении по орбите корабль пролетел мимо астероида-троянца (624) Гектор.

Определите большую полуось и экцентреситет полученной орбиты, скорость старта с поверхности, а также угол между направлением Солнце и на Сатурн в момент старта корабля. Орбиты планет считать круговыми. Оцените относительную скорость корбля и астероида в момент сближения

Задача №3. H II

Предположим, что за пределами солнечного круга кривая вращения Галактики плоская, параметр плато $v = 240$ км/с. Пусть известно, что диск нейтроального водорода простирается до галакто-центрического расстояния $R_{\max} = 50$ кпк. Мы наблюдаем облако нейтрального водорода на галактической долготе $l = 140°$. Оцените минимально возможное значение лучевой скорости этого облака.

Задача №4. Обратный комптон-эффект

Обратным комптон-эффектом (ОЭК) называют явление рассеяния фотона на ултрарелятивистском свободном электроне, при котором происходит перенос энергии от электрона к фотону. Рассмотрим ОЭК для фотонов реликтового излучения. При какой энергии электронов в направленном пучке рассеяное излучение можно будет зарегистрировать на фотоприёмнике?

4 Отзыв

- **Наверное, один из самых полезных курсов на физтехе, который с большой вероятностью пригодится в жизни**
- **Хотелось бы побольше примеров. Теория всегда хорошо, но**

практика находится в большем приоритете.

- **Самый лучший лектор — это твой сверстник: с ним всегда можно найти общий язык**