1 Центральная предельная теорема

Теорема 1.1 (Линдеберга). *Пусть* $\{\xi_k\}_{k\geqslant 1}$ — *независимые случайные величины,* $\mathsf{E}\xi_k^2 < +\infty$, $\forall k$, *обозначим* $m_k = \mathsf{E}\xi_k$, $\delta_k^2 = \mathsf{D}\xi_k$; $S_n = \sum\limits_{i=1}^{n} S_i$; $\mathsf{D}_n^2 = \sum\limits_{k=0}^{n} \delta_k^2$ *и* $F(x)$ — *функция распределения* ξ_k. *Пусть выполнено условие Линдербега, т.е.*

$$\forall \xi > 0, \frac{1}{\mathsf{D}^2} \sum_{k=1}^{n} \int\limits_{\{x: |x-m_k| > \varepsilon \mathsf{D}_n\}} (x-m_k)^2 \, dF(x) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

Тогда

$$\frac{S_n - \mathsf{E}S_n}{\sqrt{\mathsf{D}S_n}} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0,1), \ n \to \infty.$$

2 Гауссовский случайный вектор

Определение 1. Слаучайный вектор $\overrightarrow{\xi} \sim \mathcal{N}(m, \sum)$ — гауссовский, если его характеристическая функция $\varphi_\xi(\overrightarrow{t}) = e^{i(\overrightarrow{m}, \overrightarrow{t}) - \frac{1}{2}(\sum \overrightarrow{t}, \overrightarrow{t})}$, $\overrightarrow{m} \in \mathcal{R}^n$, $\sum$ — симметрическая, неотрицательно-определенная матрица.

Определение 2. Случайный вектор $\overrightarrow{\xi}$ — гауссовский, если он представляется в следующем виде: $\overrightarrow{\xi} = A\overrightarrow{\eta} + \overrightarrow{B}$, где $\overrightarrow{B} \in \mathbb{R}^n, A \in \mathrm{Mat}(n \times m)$ и $\overrightarrow{\eta} = \{\overrightarrow{\eta}_1, \ldots, \overrightarrow{\eta}_m\}$ — независимые, $n \sim \mathcal{N}(0,1)$

Определение 3. Случайный вектор $\overrightarrow{\xi}$ — гауссовский, если $\forall \lambda \in \mathbb{R}^n$ случайный вектор $(\overrightarrow{\lambda}, \overrightarrow{\xi})$ имеет нормальное распределение

Теорема 2.1 (об эквивалентности определений гауссовского вектора). *Предыдущие три определния эквиваленты*

3 Задачи по астрономии

Задача №1. Загадочный круг

Установите астрономический азимут восхода звезды ε CMa ($6^{\mathrm{h}}\,58^{\mathrm{m}}\,38^{\mathrm{s}}$, $-28\,°58'$) при наблюдении из самой северной равноудаленной от Санкт-Петербурга ($59\,°57'$ с.ш., $30\,°19'$ в.д.) и Красной поляны ($43\,°41'$ с.ш. ,

$40\,^\circ 11\,'$ в.д.) точки земной поверхности. Атмосферой пренебрегите, а Земля — шар.

Задача №2. К Сатурну!

Космический корабль запустили с поверхности Земли к Сатурну по наиболее энергетически выгодной траектории. При движении по орбите корабль пролетел мимо астероида-троянца (624) Гектор.

Определите большую полуось и эксцентриситет полученной орбиты, скорость старта с поверхности, а также угол между направлением Солнце и на Сатурн в момент старта корабля. Орбиты планет считать круговыми. Оцените относительную скорость корабля и астероида в момент сближения

Задача №3. H II

Предположим, что за пределами солнечного круга кривая вращения Галактики плоская, параметр плато $v = 240$ км/с. Пусть известно, что диск нейтрального водорода простирается до галакто-центрического расстояния $R_{\max} = 50$ кпк. Мы наблюдаем облако нейтрального водорода на галактической долготе $l = 140\,^\circ$. Оцените минимально возможное значение лучевой скорости этого облака.

Задача №4. Обратный комптон-эффект

Обратным комптон-эффектом (ОЭК) называют явление рассеяния фотона на ултрарелятивистском свободном электроне, при котором происходит перенос энергии от электрона к фотону. Рассмотрим ОЭК для фотонов реликтового излучения. При какой энергии электронов в направленном пучке рассеяное излучение можно будет зарегистрировать на фотоприёмнике?

4 Отзыв

- **Наверное, один из самых полезных курсов на физтехе, который с большой вероятностью пригодится в жизни**

- **Хотелось бы побольше примеров. Теория всегда хорошо, но практика находится в большем приоритете.**
- **Самый лучший лектор — это твой сверстник: с ним всегда можно найти общий язык**