Работа 3.4.6

##### Параметрический резонанс

Цель работы: изучение параметрических колебаний в электриче­ской цепи.

В работе используются: параметрон (две тороидальных катушки, резисторы, интегрирующая цепочка, конденсаторы), генератор звуковых частот, реостат, сглаживающий дроссель, магазин ёмкостей, магазин сопротивлений, вольтметр, миллиамперметр, осциллограф.

Если периодически изменять ёмкость конденсатора или самоиндук­цию катушки, входящих в состав колебательного контура, то при определённых условиях в контуре возбуждаются незатухающие электриче­ские колебания. Такой способ возбуждения называется параметрическим, поскольку колебания возникают не под действием внешней ЭДС, а вследствие изменения параметров контура.

Рассмотрим колебательный контур, состоящий из последовательно соединённых ёмкости С, индуктивности L и сопротивления R. В силу неизбежных внешних влияний и тепловых флуктуаций в контуре всегда имеют место небольшие колебания с частотой ω0, которая при малых потерях зависит только от реактивных параметров L и С:

.

При этом средняя полная энергия W, запасённая в контуре, остаётся по­стоянной; происходит лишь её периодическая перекачка с частотой 2ω0 из электрической



в магнитную



и обратно. Здесь q — заряд на обкладках конденсатора, I — ток в ка­тушке индуктивности. Полную энергию системы можно изменить, если скачком поменять величину L (или С).

Рассмотрим, как изменяется энергия контура при быстром уменьше­нии L (например, растяжении катушки) в тот момент, когда ток в ка­тушке максимален. Сумма падений напряжения на элементах контура равна ЭДС самоиндукции:

Проинтегрируем это уравнение по времени за очень короткий проме­жуток Δt ((Δt<< 1/ω0), в течение которого изменяется индуктивность. Два первых интеграла при этом будут близки к нулю, поэтому можно считать, что магнитный поток Ф в катушке в течение этого времени не изменяется:

Или

ΔФ=Δ(LI)=0

или

Ф=LI =const. (2)

Уменьшение индуктивности в тот момент, когда ток в контуре максимален, ведёт к увеличению тока и магнитной энергии в катушке:



Уменьшение индуктивности в тот момент, когда ток в контуре мак­симален, ведёт к увеличению тока и магнитной энергии в катушке:

Если теперь через четверть периода вернуть индуктивность к преж­нему значению — энергия системы не изменится, так как ток в этот момент равен нулю. Ещё через четверть периода опять уменьшим L — снова возрастёт энергия. Процесс увеличения энергии системы за счёт работы внешних сил называют накачкой. Заметим, что индуктивность при этом меняется с частотой, вдвое превосходящей собственную часто­ту контура.

Энергия, которую получает контур за период,

,

должна превышать потери на активном сопротивлении, составляющие

.

При выполнении условия 2WМ > WR или ΔL > RT/2 амплитуда ко­лебаний в контуре возрастает с каждым периодом. С увеличением ам­плитуды всё более возрастает роль нелинейной зависимости В(Н), что ограничивает возрастание амплитуды. Поэтому со временем в конту­ре устанавливаются колебания максимально возможной постоянной ам­плитуды. Это явление называют параметрическим резонансом.

То, что амплитуда установившихся колебаний определяется имен­но нелинейностью, а не потерями, является принципиальным отличием параметрических колебаний от обычного резонанса.

Раскачка колебаний возможна при изменении С или L по любому периодическому закону с частотами Ωн, для которых справедливо соот­ношение



где п — целое число (1, 2, ...). Наиболее эффективная раскачка имеет место при п = 1, когда частота накачки (ΩН) равна частоте колебаний энергии WЭ и WМ (2ω0).

В том случае, когда индуктивность изменяется по синусоидальному закону, условие возбуждения колебаний имеет вид

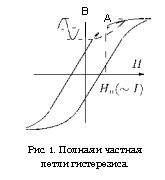
 (3)

Величиной индуктивности можно управлять током подмагничивания.

На рис. 1 показана зависимость В(Н) в ферромагнитном сердечнике — петля гистерезиса. Меняя поле Н, можно выбрать такую рабочую точку на петле, вблизи которой зависимость В(Н) обладает наиболее ярко выраженной нелинейностью. На рис. 1 это точка А.

Соответствующее подмагничивающее поле Нп задаётся постоянным током, проходящим через дополнительную (подмагничивающую) обмотку. Вблизи точки А особенно резко изменяется дифференциальная магнитная проницаемость:

. (4)



Небольшие колебания величины B вокруг рабочей точки можно создать, подав на вторую подмагничивающую обмотку переменный ток подмагничивания. Магнитная проницаемость µдиф, а с ней индуктивность L, будут меняться с той же частотой, что и пе­ременная составляющая подмагничивающего тока (из-за нелинейности В(Н) в кривой µ(t) присутствуют также колебания с кратными частота­ми, не представляющие для нас интереса). Если изменения индуктив­ности достаточно велики, то в контуре возбуждаются незатухающие колебания, частота которых вдвое меньше частоты изменения парамет­ров контура (в нашем случае — частоты изменения индуктивности, то есть частоты подмагничивания). Такое соотношение частот служит от­личительным признаком параметрических колебаний.

Экспериментальная установка. Для изучения параметрических ко­лебаний используется «параметрон» — установка с нелинейной индук­тивностью, схема которой представлена на рис. 2. «Параметрон» вклю­чает в себя две тороидальных катушки, интегрирующую ячейку r0, Со, резисторы г1 и r2, ключи K1 и К2 и колебательный контур. Колебатель­ный контур состоит из двух последовательно соединённых индуктивно­стей L1 и L2, ёмкости С и сопротивлений RМ и r2 .На рисунке контур заключён в пунктирную рамку.

Обе катушки L1 и L2 с одинаковым числом витков п1 намотаны на одинаковые тороидальные ферромагнитные сердечники. Длина каждо­го сердечника — l, сечение — S, магнитная проницаемость — μ. С помо­щью теоремы о циркуляции можно показать, что общая индуктивность катушек

(5)

Постоянный ток подмагничивания от источника постоянного напряже­ния 36 В проходит через две последовательно соединённые обмотки

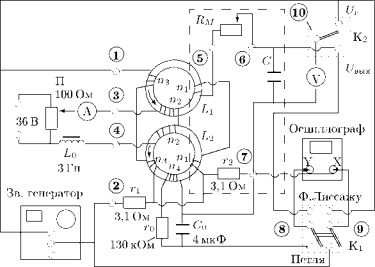


Рис. 2. Схема установки

с числом витков n2. Ток регулируется потенциометром П. Индуктив­ность Lo = 3 Гн поставлена для того, чтобы увеличить сопротивление цепи переменному току. Переменный ток в этой цепи практически от­сутствует, постоянный измеряется амперметром А.

Переменный ток подмагничивания, создаваемый генератором звуко­вых частот, проходит через последовательно соединённые обмотки n3. Обмотка n4 имеется всего на одном из сердечников. Она служит для измерения полного магнитного потока, проходящего через сердечник. Обмотки п1 соединены так, что возникающие в них ЭДС имеют про­тивоположные знаки, поэтому в колебательном контуре не возникают токи, имеющие частоту звукового генератора.

Для измерения напряжений в схему включён вольтметр перемен­ного тока. При переключении ключа К2 в верхнее положение вольт­метр измеряет напряжение UГ на выходе генератора, при переключении в нижнее — выходное напряжение на ёмкости С.

Осциллограф позволяет наблюдать петлю гистерезиса, фиксировать момент возникновения и срыва параметрических колебаний и опреде­лять их частоту с помощью фигур Лиссажу.

При верхнем положении ключа К1 на вход X осциллографа подаёт­ся падение напряжения между точками 1 и 7, практически равное на­пряжению U3Г на генераторе (падением напряжения на резисторах r1 ,г2 можно пренебречь, поскольку оно мало по сравнению с U3Г. На вход Y подаётся напряжение с ёмкости С колебательного контура. По фигурам Лиссажу, возникающим на экране, можно сравнить частоту накачки (частоту генератора) с частотой колебаний контура.

При нижнем положении ключа K1 на вход Y подаётся напряже­ние UY с ёмкости Со. Эта ёмкость входит в состав интегрирующей це­почки r0C0, подключённой к обмотке n4. ЭДС индукции, возникающая в обмотке n4, пропорциональна dB/dt:

.

Параметры интегрирующей цепочки подобраны так, что сопротивле­ние го заметно превышает сопротивление обмотки п4 и сопротивление ёмкости:

.

При этом условии ток в цепочке пропорционален :



а напряжение UY на конденсаторе Со пропорционально В:



На вход X осциллографа подаётся сумма падений напряжения на ре­зисторах r1 и r2. Напряжение, возникающее на r1, пропорционально току, протекающему через обмотки n3 от генератора. В отсутствие па­раметрических колебаний через r2 ток не течёт, и на вход X подаётся напряжение Ux, пропорциональное переменному току подмагничивания I, которым определяется поле Н в сердечнике:

.

Следовательно,

#### (7)

Таким образом, в отсутствие параметрических колебаний на экране по­является кривая гистерезиса ферромагнитного сердечника. При возник­новении колебаний в контуре через r2 начинает проходить ток, кривая резко искажается и для измерений непригодна. Но искажение петли поз­воляет отметить момент возникновения параметрических колебаний и даёт возможность измерить параметры петли при подходе к моменту самовозбуждения.

Зарисовав с экрана на кальку петлю гистерезиса, соответствующую границе возбуждения параметрических колебаний, можно эксперимен­тально проверить справедливость формулы (3) — условия самовозбуж­дения. Из (5) и (4) следует



Производные dB / dH следует взять из чертежа, проведя касательные к кривой В(Н) слева и справа от излома петли. Для расчёта масштабов выразим В и Н через напряжения UY и UX .- Подставляя (6) и (7) в (8), получим



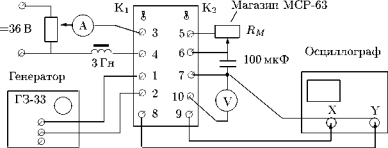
В нашей установке n3=n4 , так что . Параметры r0 , С0 приведены на схеме.

ЗАДАНИЕ.

В работе предлагается с помощью фигур Лиссажу найти критиче­ское сопротивление и определить частоту параметрических колебаний контура; с помощью кривых гистерезиса определить критическое сопро­тивление и проверить условие самовозбуждения; по кривой зависимо­сти напряжения на конденсаторе от частоты определить резонансную частоту и индуктивность колебательного контура.

1. Соберите схему согласно рис. 3. Сравните схему, изображённую на рис. 3, со схемой на рис. 2. Подготовьте приборы к работе.
2. Установите ёмкость С = 100 мкФ, сопротивление магазина Ru = 0. Поставьте движок потенциометра, регулирующего постоянный ток подмагничивания, на минимум выходного напряжения. Включите питание = 36 В и установите постоянный ток I =80 мА.

Переменный ток подмагничивания установите с помощью генерато­ра: частота v = 150 Гц; выходное напряжение на вольтметре генерато­ра U3T = 15 В.



“Параметрон”

1. Для наблюдения параметрических колебаний поставьте ключ K1 в по­ложение «Фигура Лиссажу». Увеличивая постоянный ток подмагничивания, определите момент возникновения параметрических колебаний (при U3Г = 15 В) по появлению на экране ЭО фигуры Лиссажу, имею­щей одно самопересечение (рис. 4а).

Оцените интервал ΔI, внутри которого эти колебания существуют. Используя показания генератора, определите по виду фигуры Лис­сажу частоту параметрических колебаний.

1. Убедитесь в том, что Вы наблюдаете именно параметрические коле­бания, внеся в контур дополнительное затухание — увеличивая сопро­тивление магазина Rм. Колебания, возбуждаемые внешним источни­ком, при увеличении затухания постепенно уменьшаются по амплитуде, в то время как параметрические колебания при критическом сопротивлении Rкрит срываются.

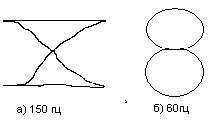


Рис.4. Фигуры Лиссажу при отношении частот 1:2(масштабы разные).

1. Определите Rкр для токов: I = 100 мА и I = 160 мА. Увеличивая сопротивление магазина, следите за постоянством напряже­ния на генераторе (U3Г = 15 В).
2. При фиксированных значениях: I = = 160 мА, U3Г = 15 В, Rm = 0 — проследите, как изменяется фигура Лиссажу при умень­шении частоты от 150 до 50 Гц. Определите резонансную частоту и частоту срыва колебаний.
3. Для наблюдения петли гистерезиса переключите ключ K1 в положе­ние «Петля». Снова задайте параметры: I = 160 мА, Rm = 0, ν = = 150 Гц, U3Г = 15 В. Подберите чувствительность осциллографа так, чтобы на экране была видна петля гистерезиса в удобном масштабе.

При наличии параметрических колебаний петля гистерезиса имеет сложную форму. Увеличьте сопротивление Rм до критического. В этом случае параметрические колебания срываются и на экране видна част­ная петля (на рис. 1 она выделена пунктиром).

Чтобы увидеть форму полной петли, уберите сопротивление RМ и ток I до нуля. При увеличении напряжения U3Г до 20-25 В полная петля становится предельной.

1. Увеличивая постоянный ток, проследите, как меняется форма пет­ли в момент возникновения и срыва параметрических колебаний, как перемещается частная петля.
2. Для тока I = 160 мА, U3T = 15 В определите RKp, выводя параметров на самую границу колебаний.
3. При сопротивлении чуть больше критического зарисуйте петлю. Для этого установите ручки плавной регулировки усиления по кана­лам X и Y в крайнее правое положение (до щелчка), тогда цифры возле дискретных переключателей усиления задают масштабы изобра­жения Кх и Ку в мВ/дел.

Подберите коэффициенты усиления так, чтобы петля занимала практически весь экран. Зарисуйте на кальку петлю, оси координат, деления шкалы и запишите на ней рабочие параметры схемы и коэф­фициенты Кх и Ку.

1. Исследуйте зависимость выходного напряжения параметрона от ча­стоты. Для этого уменьшите сопротивление магазина до нуля и поставь­те ключ К2 в положение «UвЫХ». Снимите зависимость напряжения на ёмкости С колебательного контура UBых = f(v), уменьшая частоту от 150 Гц до срыва колебаний. Напряжение U3Г = 15 В и ток I = 160 мА следует поддерживать постоянными.

Обработка результатов

1. Определите по рисунку петли максимальный и минимальный накло­ны касательных (ΔUY/ΔUх) и рассчитайте величину ΔL по форму­ле (9).

Проверьте справедливость условия (3). Полное сопротивление кон­тура включает в себя сопротивление магазина и сопротивление пара­метрона между точками 5 и 7, указанное на установке.

1. Постройте график Uвых = f(ν) и определите по нему резонансную частоту контура ν0. Рассчитайте индуктивность контура (Ω2 = 1/LC, Ω = ) и проверьте справедливость условия (3) на этой частоте, полагая ΔL ~ L.

Контрольные вопросы

1. Получите условие возбуждения колебаний (3), когда индуктивность меня­ется по гармоническому закону:

L = *L0(1-msin(2ω0t)).*

Напишите закон изменения тока, возбуждаемого в контуре.

1. Почему в нашем случае индуктивность пропорциональна дифференциаль­ной магнитной проницаемости?
2. Нарисуйте качественный график зависимости μдиф от величины подмагничивающего тока для петли гистерезиса, изображённой на рис. 1.
3. На каких ещё частотах (в принципе) могут возбуждаться колебания в кон­туре параметрона при больших изменениях индуктивности?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. III. Электричество — М.: Наука, 1983. Гл. III, 74; гл. X, 122, 123, 127, 135.
2. Калашников С.Г. Электричество. — М.: Наука, 1977. 226.
3. Кингсеп А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А. Основы Физики. Т. 1. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика. — М.: Физ- матлит, 2001. Ч. III, гл. 3, 3.1.

4\* Горелик Г.С. Колебания и волны. — М.: Физматгиз, 1959. Гл. III, 9.