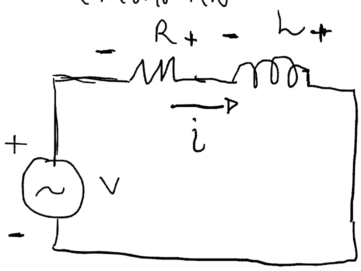
Circuito RL E.D.O.

sexta-feira, 22 de outubro de 2021 15:00

Circuito RL



Como descrever a corrente em cada instante de tempo?

- Sabemos que em cada componente há uma tensão que está relacionada à corrente e o componente.
- Sabemos que a soma de todas as tensões é 0.

Logo:

$$V - V_R - V_L = 0$$

$V \to$ tensão na fonte

$V_R \to$ tensão no resistor (Proporcional à corrente)

$V_L \to$ tensão no indutor (Proporcional à variação da corrente)

$$\left.\begin{array}{l} V_R = R \cdot i \\ V_L = L \cdot \frac{di}{dt} \end{array}\right\} \quad V - R i - L \cdot \frac{di}{dt} = 0$$

$$R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = V \Rightarrow \text{Dividimos tudo por } L \quad \frac{R \cdot i}{L} + \frac{di}{dt} = \frac{V}{L} \Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{V}{L}}$$

Temos uma equação diferencial linear de 1ª Ordem: $\boxed{\frac{dy}{dx} + P(x) i = f(x)}$

Podemos utilizar o fator integrante para resolver.

$$\boxed{\mu(x) = e^{\int P(x)dx}} \qquad \mu = e^{\int \frac{R}{L} dt} = \mu = e^{\frac{R}{L}t}$$

Multiplicamos ambos os lados por μ

$$\underbrace{e^{\frac{R}{L}t} \cdot \frac{di}{dt} + e^{\frac{R}{L}t} \frac{R}{L} i}_{\text{Derivada do Produto de } \mu \text{ e } i} = e^{\frac{R}{L}t} \cdot \frac{V}{L} \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(e^{\frac{R}{L}t} \cdot i\right) = \frac{R}{L} e^{\frac{R}{L}t} \cdot i + e^{\frac{R}{L}t} \cdot \frac{di}{dt}$$

$$\cancel{dt} \cdot \left[\frac{d}{\cancel{dt}}\left(e^{\frac{R}{L}t} \cdot i\right)\right] = \left[e^{\frac{R}{L}t} \cdot \frac{V}{L}\right] dt \longrightarrow \int d\left(e^{\frac{R}{L}t} i\right) = \int \frac{V}{L} e^{\frac{R}{L}t} \cdot dt \Rightarrow e^{\frac{R}{L}t} \cdot i = \frac{V}{L} \cdot \int e^{\frac{R}{L}t} dt$$

$$\rightsquigarrow e^{\frac{R}{L}t} \cdot i = \frac{V}{L}\left[\frac{L}{R} \cdot e^{\frac{R}{L}t} + C\right] \Rightarrow e^{\frac{R}{L}t} \cdot i = \frac{V}{R} e^{\frac{R}{L}t} + \frac{V}{L} \cdot C \Rightarrow \frac{e^{\frac{R}{L}t} \cdot i = \frac{V}{R} e^{\frac{R}{L}t} + \frac{V}{L} \cdot C}{e^{\frac{R}{L}t}}$$

$$\rightsquigarrow i = \frac{V}{R} + \frac{VC}{L \cdot e^{\frac{R}{L}t}} \to \boxed{i(t) = \frac{V}{R} + \frac{V}{L} \cdot C \cdot e^{-\frac{R}{L}t}}$$

Assumindo $t \geq 0$ e $i(0) = i_0$ podemos encontrar C.

$$i(0) = i_0 \Rightarrow i_0 = \frac{V}{R} + \frac{V}{L} \cdot C \Rightarrow R L i_0 = L V + R V C \to R L i_0 - L V = R V C$$

$$i(0) = i_0 \Rightarrow i_0 = \frac{V}{R} + \frac{V}{L} \cdot C \Rightarrow RLi_0 = LV + RVC \rightarrow RLi_0 - LV = RVC$$

$$RVC = RLi_0 - LV \Rightarrow C = \frac{\cancel{R}Li_0}{\cancel{R}V} - \frac{L\cancel{V}}{R\cancel{V}} \Rightarrow C = \frac{L}{V} \cdot i_0 - \frac{L}{R}$$

$$i(t) = \frac{V}{R} + \left(\frac{L}{V} i_0 - \frac{L}{R}\right) \cdot \frac{V}{L} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \Rightarrow i(t) = \frac{V}{R} + e^{-\frac{R}{L}t}\left(\frac{\cancel{L} \cdot \cancel{V}}{\cancel{V} \cdot \cancel{L}} \cdot i_0 - \frac{\cancel{L} \cdot V}{R \cdot \cancel{L}}\right)$$

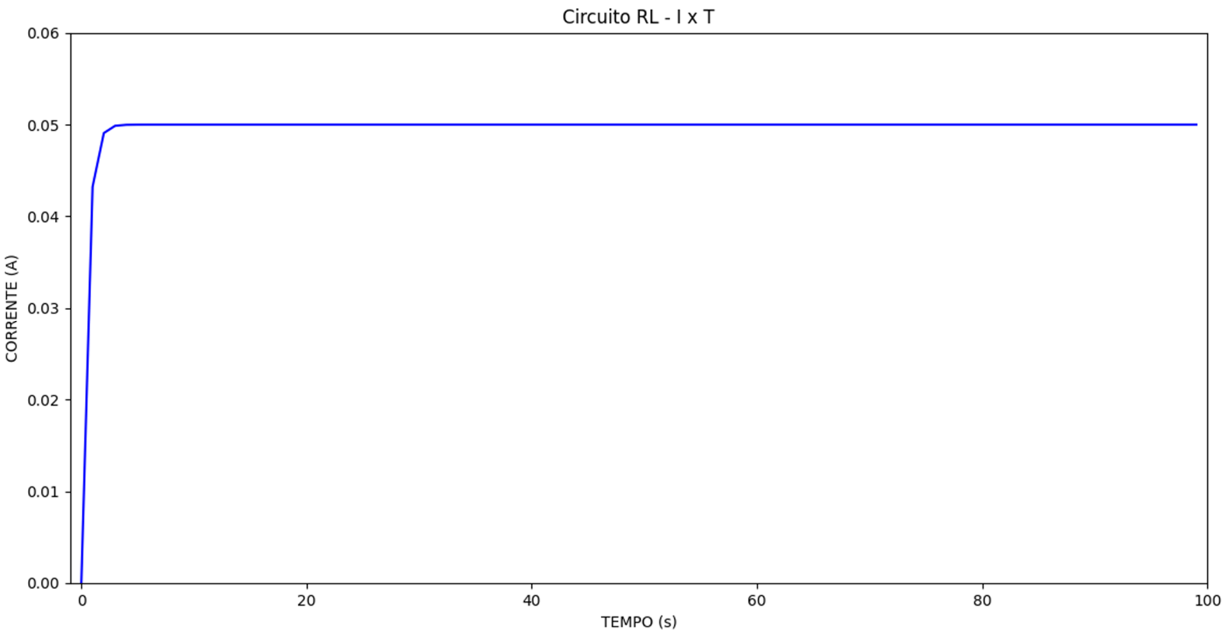
$$\boxed{i(t) = \frac{V}{R} + e^{-\frac{R}{L}t}\left(i_0 - \frac{V}{R}\right) \qquad t \to \infty \quad i(t) \to \frac{V}{R}}$$

1)

a) Um sistema é dito estável se para cada entrada limitada resultar em uma saída limitada (LATHI, 2007). Como foi provado anteriormente, por meio dos cálculos, nota-se que com o passar do tempo, independentemente de qual valor finito seja colocado como entrada para a tensão (V), resistência (R) e indutor (L), teremos uma saída limitada, pois o termo: $e^{\frac{-R}{L}*t}(i_o - \frac{V}{R})$ tenderá a 0 com o passar do tempo, considerando sempre $t \geq 0$, dessa forma faz sentido quando estudamos no ensino médio que $i = \frac{V}{R}$, pois, com o passar do tempo o outro termo da equação diferencial tende a 0. Dessa forma podemos admitir que estamos trabalhando com um sistema estável, pois, atende ao critério de estabilidade citado anteriormente.

b) V=10V, R=200 ohms, L=100H, utilizando io=0

Figura 1-Circuito RL - io=0A

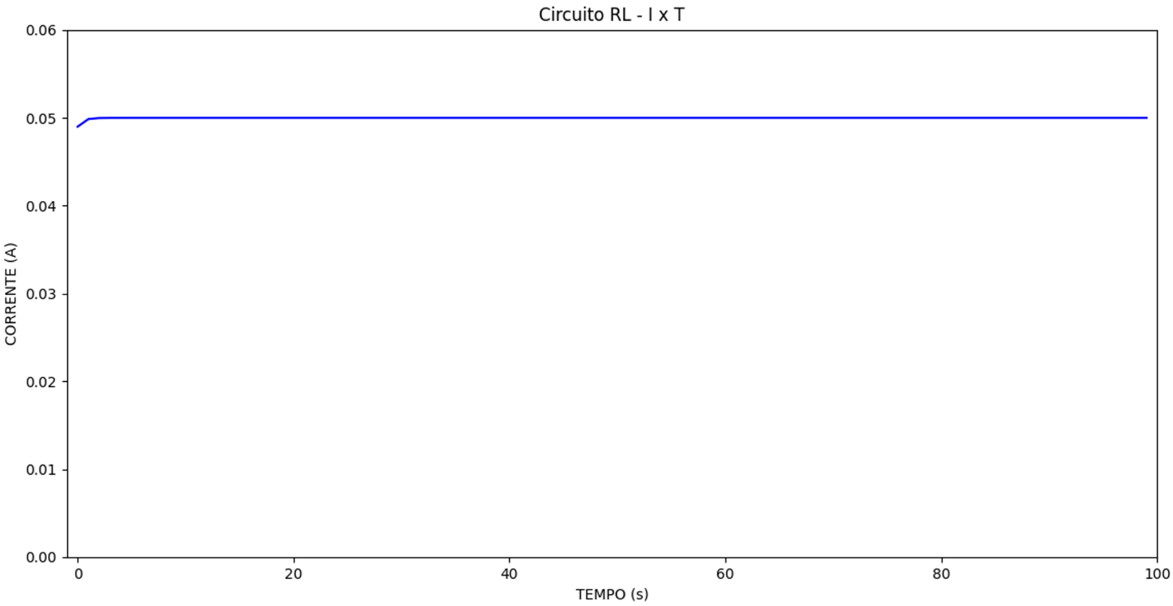


É válido também a discussão que ao observarmos o gráfico notamos um ponto de equilíbrio em torno de **0.05 ampères**, um ponto onde a corrente se estabiliza, o que faz bastante sentido pois ao dividirmos 10V/200Ohms obtemos exatamente 0.05 ampères, caracterizando o regime estacionário do sistema. A pequena curva ascendente até o sistema se estabilizar é marcada pelo período transitório, porém assim como esperado após uma certa quantidade de tempo o sistema torna-se estável.

Como o ponto de estabilidade é dado por uma corrente de 0.05 ampères, qualquer valor inicial de corrente maior ou igual a zero e menor que 0.05 resultará em um gráfico onde a corrente cresce até se estabilizar.

Exemplo: io=0.049

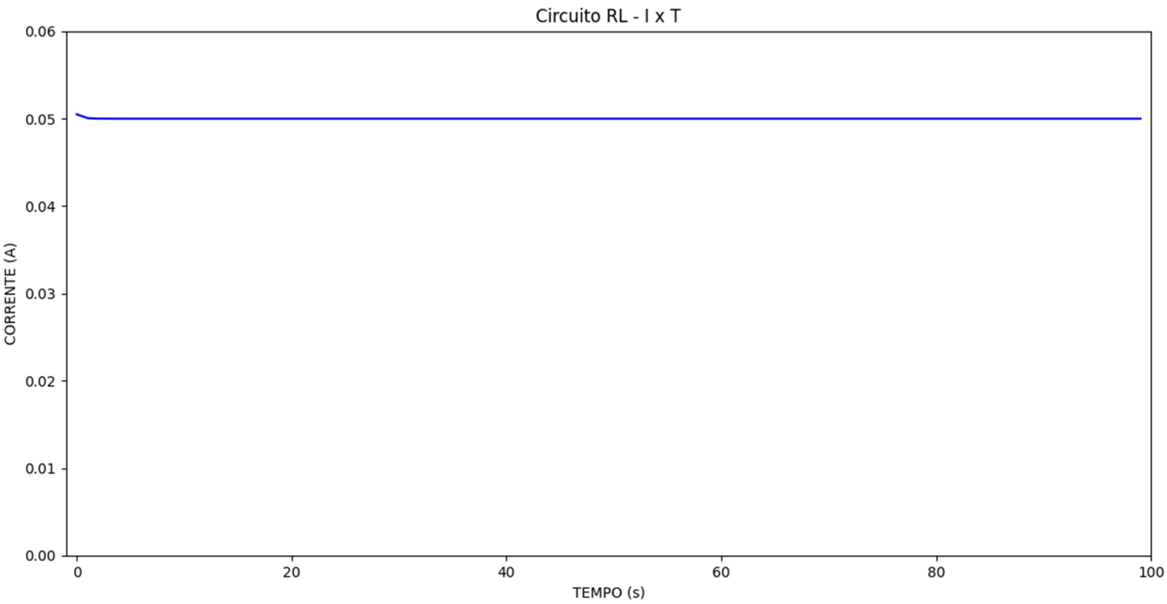
Figura 2-Circuito RL - io=0.049A



Ao utilizarmos qualquer valor superior ao ponto de equilíbrio, notamos que o sistema tem um decréscimo na corrente até atingir seu ponto de equilíbrio.

Exemplo: io=0.0505

Figura 3-Circuito RL - io=0.0505A



Códigos Utilizados:

File Edit Format Run Options Window Help

```python
from matplotlib import pyplot as plt
import numpy as np

io=0 #corrente inicial, logo em t=0 io=0
v=10 #tensão constante de 10 volts
r=200 #resistência de 200 ohms
l=100 #indutor de 100 Henry

t=np.arange(0,100) #eixo x, tempo variando de 0 a 100 segundos
i=(v/r) + (np.exp((-r/l)*t)*(io-v/r)) #equação para a corrente do ciruito em cad

plt.plot(t,i,color='blue')
plt.ylabel('CORRENTE (A)') #texto do eixo Y
plt.xlabel('TEMPO (s)') #texto do eixo X
plt.title('Circuito RL - I x T') #título
plt.axis([-1,100,0,0.06]) #limite dos eixos
#plt.rcParams["figure.figsize"] = (200,200)
plt.show()
```

Ln: 4 Col: 4