DEST

Inferência Estatística
Lista 1

Lista de Exercícios 1 - Resolução

Nome: Miqueias T.
Data: 23 de agosto de 2025

Questão 1

Para cada uma das distribuições de probabilidade abaixo escreva a função de probabilidade ou densidade de probabilidade, identifique o suporte, a esperança, a variância, os parâmetros e o espaço paramétrico.

a) Distribuição Poisson de parâmetro λ

- **Função de Probabilidade (FMP):** $P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$
- **Suporte:** $S = \{0, 1, 2, \dots\}$
- **Esperança:** $E[X] = \lambda$
- **Variância:** $Var(X) = \lambda$
- **Parâmetro:** λ (taxa média de ocorrência)
- **Espaço Paramétrico:** $\lambda > 0$

b) Distribuição Binomial de parâmetros n e p

- **Função de Probabilidade (FMP):** $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
- **Suporte:** $S = \{0, 1, 2, \dots, n\}$
- **Esperança:** $E[X] = np$
- **Variância:** $Var(X) = np(1-p)$
- **Parâmetros:** n (número de ensaios) e p (probabilidade de sucesso)
- **Espaço Paramétrico:** $n \in \{1, 2, \dots\}$, $p \in [0, 1]$

c) Distribuição Exponencial de parâmetro λ

- **Função de Densidade de Probabilidade (FDP):** $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$
- **Suporte:** $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$
- **Esperança:** $E[X] = \frac{1}{\lambda}$
- **Variância:** $Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$
- **Parâmetro:** λ (taxa de ocorrência)
- **Espaço Paramétrico:** $\lambda > 0$

d) Distribuição Normal de parâmetros μ e σ^2

- **Função de Densidade de Probabilidade (FDP):**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- **Suporte:** $S = \{x \in \mathbb{R}\}$
- **Esperança:** $E[X] = \mu$
- **Variância:** $Var(X) = \sigma^2$
- **Parâmetros:** μ (média) e σ^2 (variância, **com** $\sigma^2 > 0$)
- **Espaço Paramétrico:** $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 > 0$

e) **Distribuição Gama de parâmetros α e β** (Parametrização forma-taxa)

- **Função de Densidade de Probabilidade (FDP):** $f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}$
- **Suporte:** $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
- **Esperança:** $E[X] = \frac{\alpha}{\beta}$
- **Variância:** $Var(X) = \frac{\alpha}{\beta^2}$
- **Parâmetros:** α (forma) e β (taxa)
- **Espaço Paramétrico:** $\alpha > 0$, $\beta > 0$

f) **Distribuição Uniforme de parâmetros a e b**

- **Função de Densidade de Probabilidade (FDP):** $f(x) = \frac{1}{b-a}$
- **Suporte:** $S = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$
- **Esperança:** $E[X] = \frac{a+b}{2}$
- **Variância:** $Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$
- **Parâmetros:** a (mínimo) e b (máximo)
- **Espaço Paramétrico:** $a, b \in \mathbb{R}$ com $a < b$

Questão 2

Para cada uma das situações abaixo proponha uma distribuição de probabilidade adequada e justifique sua escolha baseado em aspectos do fenômeno aleatório e características da distribuição. Descreva quais aspectos da inferência estatística podem estar associados com cada uma das situações mencionadas.

a) Situação: Itens em uma linha de produção classificados como "conforme"ou "não-conforme".

- **Distribuição Proposta:** Distribuição Binomial.
- **Justificativa:** O fenômeno consiste em um número fixo (n) de ensaios (itens inspecionados), onde cada ensaio tem apenas dois resultados possíveis (conforme ou não-conforme). Assumindo que a probabilidade (p) de um item ser não-conforme é constante e que os itens são independentes, a Binomial é o modelo exato para contar o número total de itens não-conformes.
- **Aspectos da Inferência:** O principal interesse seria estimar o parâmetro p, a proporção de itens defeituosos na produção. Poderíamos construir um intervalo de confiança para p ou realizar um teste de hipótese para verificar se p está acima de um certo limite de qualidade.

c) Situação: Número de carros que chegam a um caixa automático durante uma hora.

- **Distribuição Proposta:** Distribuição de Poisson.
- **Justificativa:** Estamos contando o número de ocorrências de um evento (chegada de um carro) em um intervalo fixo (uma hora). Se as chegadas ocorrem de forma independente e a uma taxa média constante, a distribuição de Poisson é o modelo padrão para este tipo de processo de contagem.
- **Aspectos da Inferência:** O objetivo seria estimar o parâmetro λ, a taxa média de chegada de carros por hora. Essa estimativa é crucial para a teoria das filas, permitindo ao banco otimizar o atendimento, por exemplo, decidindo se precisa de mais caixas para evitar longas esperas.

e) Situação: Medidas de peso e altura de crianças do nono ano.

- **Distribuição Proposta:** Distribuição Normal (ou Bivariada Normal).
- **Justificativa:** Medidas antropométricas como peso e altura em uma população homogênea tendem a seguir uma distribuição em forma de sino, simétrica em torno da média. A distribuição Normal é o modelo clássico para tais variáveis contínuas devido ao Teorema Central do Limite, que sugere que variáveis influenciadas por múltiplos fatores aleatórios convergem para a normalidade. Para modelar peso e altura juntos, uma Normal Bivariada seria adequada para capturar também a correlação entre as duas medidas.
- **Aspectos da Inferência:** A inferência se concentraria em estimar a média (μ) e a variância (σ^2) do peso e da altura na população de estudantes. Com esses parâmetros, seria possível construir curvas de crescimento, definir "faixas de normalidade"e projetar equipamentos escolares (como carteiras e cadeiras) adequados para a maioria dos alunos.

f) Situação: Número de horas que um equipamento funciona antes de apresentar defeitos.

- **Distribuição Proposta:** Distribuição Exponencial ou Weibull.
- **Justificativa:** A variável de interesse é o tempo até a ocorrência de um evento (falha), que é contínua e positiva. A distribuição Exponencial é o modelo mais simples, útil se a taxa de falha for constante ao longo do tempo (ou seja, o equipamento não envelhece). A distribuição de Weibull é mais flexível e realista, pois permite que a taxa de falha aumente, diminua ou permaneça constante, modelando melhor o desgaste ou defeitos de fabricação.
- **Aspectos da Inferência:** O objetivo é estimar os parâmetros da distribuição (a taxa λ para a Exponencial, ou os parâmetros de forma e escala para a Weibull). Com base no modelo ajustado, pode-se calcular a probabilidade de um equipamento falhar antes de um tempo t, o que é fundamental para definir um prazo de garantia que equilibre a satisfação do cliente e os custos para a empresa.