SID: 810100290

HW#4 FLAT

حسین اسکندری

سؤال ۱)

a) $L = \{a^i b^j a^k : j > i + k\}$

$\rightarrow$ abbbaa, aabbbbbaa, aabbbbbaaa, aaabbbbbbaaa, abb, bba

$S \rightarrow AbB$

$A \rightarrow bA \mid aAb$

$B \rightarrow Bb \mid bBa$

b) $L = \{a^i b^j c^k : k = |i - j|\} \rightarrow \{\}, abcc, ac, bc, aabccc, abbccc, ab\}$

$\Rightarrow$ 1) $i \geq j$: $A \rightarrow aAc \mid B$, $B \rightarrow aBb \mid \varepsilon$

2) $j \geq i$: $A \rightarrow BC$

$B \rightarrow aBb \mid \varepsilon$

$C \rightarrow bCc \mid \varepsilon$

①,② $\Rightarrow$ $A \rightarrow D \mid E$

$D \rightarrow aDc \mid F$

$F \rightarrow aFb \mid \varepsilon$

$H \rightarrow FI$

$I \rightarrow bIc \mid \varepsilon$

c) مکمل؟ : $L = \{\underbrace{w\overset{1+x}{w^R}}_{O \text{ or } E} : w \in \{a,b\}^*\} \rightarrow$ (زبان هایی که اگر زوج هستند به صورت ww^R نباشند)

$A \rightarrow aB \mid bB \mid C$ $\rightarrow$ not Even

$B \rightarrow aBa \mid bBb \mid aBb \mid bBa \mid \varepsilon$

$C \rightarrow aCa \mid bCb \mid A$ $\rightarrow$ not ww^R form

merge $\Rightarrow$ $A \rightarrow aAa \mid bAb \mid C$

$C \rightarrow bBa \mid aBb$

$B \rightarrow aB \mid bB \mid \varepsilon$

d) $L = \{w\#x : w^R \text{ is a substring of } x \text{ for } w, x \in \{0,1\}^*\} = w\#(0+1)^* w^R (0+1)^*$

$\rightarrow \begin{cases} B = w\#(0+1)^* w^R \\ C = (0+1)^* \end{cases}$

$\Rightarrow A \rightarrow BC$

$B \rightarrow 0B0 \mid 1B1 \mid D$

$C \rightarrow 0C \mid 1C \mid \varepsilon$

$D \rightarrow \#C$

e) $L = \{a^i b^j c^k : i = j \text{ or } j = k \text{ where } i, j, k \geq 0\} \rightarrow \{\}, c, bc, ab, abbcc, a$

$\Rightarrow \begin{cases} B : i = k \\ C : i = j \end{cases} \Rightarrow$ $A \rightarrow B \mid C$

$B \rightarrow DE$

$C \rightarrow FG$

$D \rightarrow aDb \mid \varepsilon$

$E \rightarrow Ec \mid \varepsilon$

$F \rightarrow Fa \mid \varepsilon$

$G \rightarrow bGc \mid \varepsilon$

(سوال 2

گرامر سهل: $G=(V,E,R,S)$ if $A \rightarrow ax \Rightarrow$ ساده‌تری

$x \in V^*$ if there is a rule for each $(A,a) \rightarrow$ It's for both of them

$a \in \Sigma$ $S \rightarrow aS \mid bSS \mid c$ (Simple)

$A \in V$ $S \rightarrow aS \mid bSS \mid aSS \mid c$ (not that simple)

Reason

$\Rightarrow L = \{a^n b^n : n \geq 1\}$

$$a^n b^n \Rightarrow \begin{cases} A \rightarrow aB \\ B \rightarrow aBC \mid b \\ C \rightarrow b \mid \varepsilon \end{cases} \quad a^i b^j,\ j=i+1$$

$(A,a) \Rightarrow (A,a) = 1$ $(A,b) = X$

$(B,a) = 2$ $(B,b) = 2$

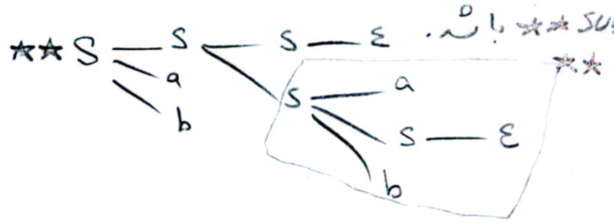
$(C,a) = 3$ $(C,b) = 3$

(سوال 3) الف

$L = \{w \in \{a,b\}^* : \ldots\}$ $G: S \rightarrow aSb \mid SS \mid \varepsilon$

$\Sigma = \{a,b\} \Rightarrow L = \{w \in \Sigma^* \mid n(a) \leq n(b) \Leftarrow$ number of $a=b$ & per each $w\}$

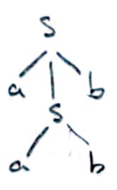
سوال 3) ب) خیر، می‌توان درخت ★ رخ دهد و یا فقط subtree ★★ باشد.



سوال 3) ج) بالعکس نمودار ب، درخت به یک جواب محدود می‌شود.

$S \rightarrow G \mid \varepsilon$

$G \rightarrow aGb \mid GG \mid ab$



سوال ۴) الف)

if $G=(V,\Sigma,R,S)$ has no rule like $\begin{cases} A \to \varepsilon \;\star \\ A \to B \;\star\star \end{cases}$ $(A,B\in V)$

We could have an algorithm that for each String $(w\in\Sigma^*)$ has atleast $2|w|$ Steps if there is a string named $L(G)$ { Show that L doesn't have that Str / Show a decomposition

الف) Prove it: از آنجایی که برای هر قدم اگر شامل ★ نباشد پس هر قدم یک کاراکتر از رشته را شامل می شود، از طرفی دیگر از آنجایی که ★★ نیز برقرار نیست پس حداقل یک کاراکتر استفاده می شود، که درنهایت اگر هر یک شامل یک عدد ترمینال باشند، $2|w|$ قدم برقرار است.

ب) $G' \to L(G') = L(G'')$ $\quad S\to aAB \quad A\to bBb \quad B\to A|\varepsilon$

$A\to\varepsilon$ X

$A\to B$ X

قانون سوم می تواند این نظریه را حذف کند پس برای رفع ابهام مقدار B را جای می دهیم.

$\Rightarrow S\to aAA \mid aA \quad B:(A|\varepsilon)$

$A\to bBb \Rightarrow A\to b(A|\varepsilon)b \Rightarrow A\to bAb \mid bb \mid \varepsilon$

سوال 5) ۱) برای زبان های تکمیل گیری فرض می کنیم که CFL ها بسته هستند، پس $\bar{L_2}$ و $\bar{L_1}$ می توانند CLF باشند.

همچنین می دانیم در CLF، در عمل اجتماع بسته هستند پس از $\bar{L_2}$ و $\bar{L_1}$ اجتماع می گیریم و بعد از آن تکمیل گیری می کنیم و انتظار داریم که متمم آن نیز بسته باشد اما عمل اشتراک بسته نمی شود <= تناقض و برهان خلف ثابت می شود

اشتراک:

$L=\{a^i b^j c^k \mid i,j\geq 0\}$

① $\begin{cases} A\to BC \\ B\to bBc \mid \varepsilon \\ C\to aC \end{cases}$ → معادل شامل ② $\begin{cases} S\equiv A \\ X\equiv C \\ Y\equiv B \end{cases}$ $\xrightarrow{①\cap②}$ CLF X

← معادلات:

CLF ✓ CLF ✓

تفاضل:

فرض می کنیم L و Σ^*، CLF هستند، پس می توانیم نتیجه گیری کنیم $\Sigma^* - L$ نیز CLF است پس $\bar{L}$ نیز باید CFL باشد است پس با توجه به تناقض آشکار $\bar{L}$ نمی تواند CFL باشد.

سوال 6) $S\to aB \mid bA \quad A\to a \mid aS \mid bAA \quad B\to b \mid bS \mid aBB$

L:

$S\to aB$

$aaBB$

$aaaBBB$

$aaabBB$

$aaabbSB$

$aaabbaBB$

$aaabbabB$

$aaabbabbS$

$aaabbabbbA$

$aaabbabbbA$

R:

$S\to aB$

aBB

$aBbS$

$aaBbbA$

$aaaBBbba$

$aaaBbSbba$

$aaaBbabba$

$aaaBbabbba$

$aaabbabbba$