

سوال (a)

$$L = \{0w_00w_10...w_n0 \mid w_i = 1^{P_i}, P_i \in \text{Prime}\}$$

$$P_i \in \{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots\}$$

$$\Rightarrow 0 \underbrace{1010110111011110111110}_{x} \underbrace{1110}_{y} \underbrace{1110}_{z}$$

① $\forall \text{int } p \geq 1: L \text{ نامنظم است اگر}$

② $\exists \text{ str } w \in L \text{ with } |w| \geq p$

③ $\forall x, y, z \quad w = xyz \begin{cases} |xy| \leq p \\ |y| > 0 \end{cases}$

④ $\exists \text{int } i > 0, xy^iz \in L \mid |y| > 0$

$\Rightarrow xy^iz \notin L$
چون این تعداد مشخص در این زبان تکرار نمی شود.

$$L = \{w \in \{1\}^* \mid f \in \text{Fibonacci}\}$$

$$f = 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \dots \Rightarrow F_k \geq p \Rightarrow S = xyz \begin{cases} |xy| \leq p \rightarrow \text{در هر عنصر ایستد} \\ |y| > 0 \rightarrow |y| = m \end{cases} \quad \text{سوال (b)}$$

که تنها یک عنصر با n بار تکرار

$$\star \Rightarrow S = xyz = 1^{F_k} \Rightarrow S = 1^{F_k + (i-1)m} \quad i \geq 0 \Rightarrow \text{سری ط ۱۴ تابع حساب مرتبه}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow F_{k+1} = F_k + F_{k-1} \Rightarrow \text{تفسیر برای تکرار اعداد به اندازه ی} \Rightarrow xy^iz$$

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{1}, \frac{11}{2}, \frac{111}{3}, \frac{1111}{5}, \frac{111111}{7}$$

سوال (c) زبان L با الفبای $\{a, 1, 0\}$ شامل تمام رشته هایی به شکل uv به طوری که $u, v \in (0+1)^*$ و گذاره ی

$$|u| = |v| \Leftrightarrow u = v \text{ گذاره صحیح باشد.}$$

$$\text{if } |v| = |u| \Rightarrow u, v \text{ یک به هم هستند} \left\{ \begin{array}{l} u = v = 0 \Rightarrow S = 000 \\ u = v = 01 \Rightarrow S = 0101 \\ u = 1, v = 0 \Rightarrow S = 001 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ اگر } u, v \text{ دارای طول یک نباشند: } u \neq v \\ \bullet \text{ اگر } u, v \text{ دارای طول متفاوت باشد: } u \neq v \\ \bullet \text{ نیست که مقدار آن ها برابر باشد.} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow u = v = 0^p \Rightarrow S = uav = 00^p0^p \Rightarrow |S| = 1 + 2p \Rightarrow p \geq |xy| \rightarrow x, y = 0^k, 0 < k$$

$$\Rightarrow xy^2z = 00^p0^{p+k} \Rightarrow |u| = p, |v| = p+k \Rightarrow \text{تغییر گذاره}$$

سوال (d) زبان L شامل تمام رشته هایی به شکل ww^* به طوری که $w, w' \in \{0, 1\}^*$ و $w \neq w'$ و w, w' جایگزین از w باشد.

$$\text{if } w = 0 \rightarrow 0, 00 \quad \text{if } w = 0^p \Rightarrow S = ww^* = 0^p0^p = 0^{2p}$$

$$w = 01 \rightarrow 01, 0101 \quad \text{if } y \in \{0\}^* \Rightarrow y = 0^k, k > 0 \Rightarrow xy^2z = 0^{1x+2y+1z} = 0^{1x+2k+1z} = 0^{1x+2k+1z}$$

$$w = 10 \rightarrow 10, 100 \quad \text{if } n = |w| \Rightarrow ww^* \geq n$$

از این تباری متوجه می شویم که تعداد 0 ها در S با تعداد آن ها در w در 2 برابر است.

$$\text{اولیه برابر نیست در رشته جدید به نرم اولیه } ww^* \text{ نیز نخواهد بود.} \quad S = xy^iz \begin{cases} p \geq |xy| \\ 0 < |y| \end{cases} \rightarrow 0 \leq i, xy^iz \in L$$

✓ هر زیر رشته سه حرفی متوالی در آن شامل حداقل دو 1 و حداقل یک 0 است
این زبان منظم است زیرا آنجا به هر یک از رشته‌های سه حرفی عدد 1 است.

سوال 2 (b) $L = \{w_1 w_2 w_3 \mid |w_1| = |w_2| = |w_3| - \gamma \text{ and } \gamma \in \{0, 1, 2\} \text{ and } w_i \in (0+1)^* \times \text{ and } w_1 + w_2 = w_3\}$

از 1 می‌توانیم شروع کنیم به طول w_3 می‌تواند حداکثر دو رقم کمتر از w_1 و w_2 باشد
 \Rightarrow زبان L با طول P منظم است \Leftarrow اگر $w = w_1 w_2 w_3$ باشد
 $w_1 = 1^P, w_2 = 1^P$
 $w_3 = \text{Bin}(w_1 + w_2)$
 $|w_1| = |w_2| \neq |w_3|$ \Rightarrow L نامنظم است
 نقض رابطه 2 $\Rightarrow (10+11) = 101 \Rightarrow w_1 = 10, w_2 = 11 \Rightarrow w_1 + w_2 = w_3$
 ex) $w_1 = 22 \rightarrow |2| = |2| = |5| - 1$
 $w_2 = 3 \rightarrow |2+3| = 5$
 $|w_1| = |w_2| = |w_3| - 1$

سوال 2 (c) $L = \{w \mid \text{mod}(|w|, 3) = 0 \text{ and } w = a_1 b_1 c_1 a_2 b_2 c_2 \dots a_n b_n c_n \text{ and } a_i, b_i, c_i \in \{0, 1\}\}$

\Leftarrow زبان L با طول P منظم است $\Leftarrow \frac{|w|}{3} = 0$ $w \in \{0, 1\}^3$
 \Leftarrow زبان L نامنظم است \Rightarrow نقض 1 $\Rightarrow (11+11) = 0110 \neq (c_1 c_2 = 11) \Rightarrow$
 $a_i + b_i = c_i$
 $\Rightarrow a_1 b_1 c_1 a_2 b_2 c_2 = 1^6$
 $\Rightarrow \{a_1 b_1 c_1 = 1^3, a_2 b_2 c_2 = 1^3\} \rightarrow a_1 a_2 + b_2 b_1 = 11 + 11 = 0110 \neq (c_1 c_2 = 11)$
 \Rightarrow زبان نامنظم \Rightarrow نقض 1

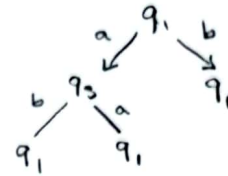
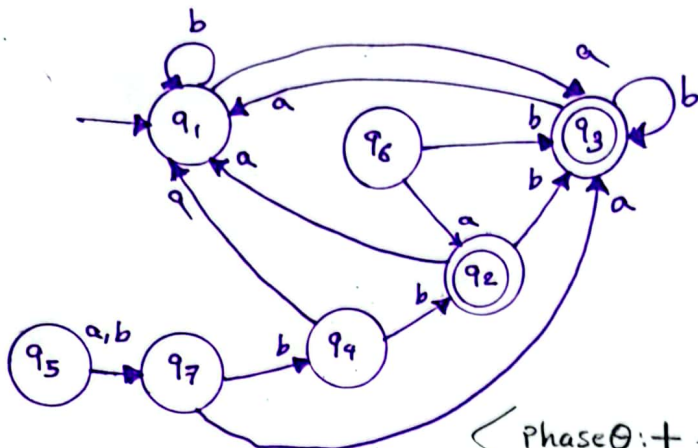
$L = \{ww^* \mid w \in (0+1)^*\}$

سوال 2 (d)

زبان L با طول P منظم است

$w = 1^P 0^P$ $\Leftarrow ww^* = 1^P 1^P 0^P 0^P$

\Leftarrow گزین این منظم نرم ww^* را به هم می‌زنند \Leftarrow نامنظم



a^* ✓
 ab^* ✓
 ab^*a ✓
 aa^* ✓
 b^* ✓
 ba ✓

Phase 0: + → حالت 2

Phase 1: ○ ○ ○

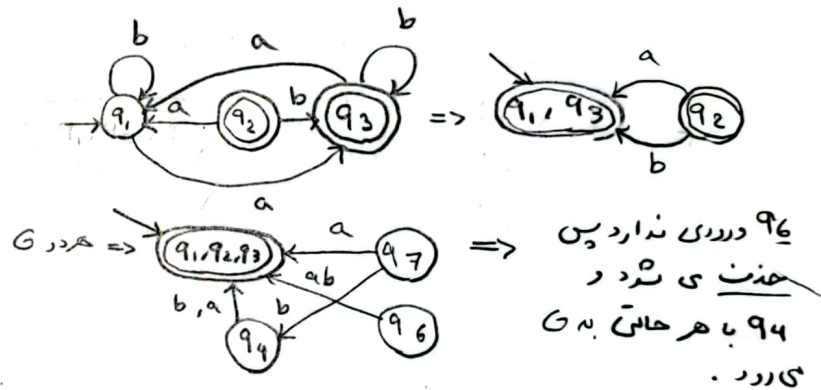
Phase 2: X

Phase 3: Alphabet

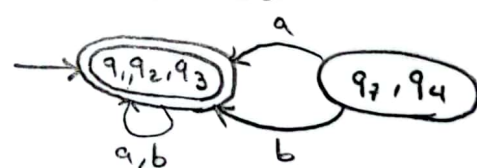
q ₁					
○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○
X	○	X	X	X	X
A	A	A	X	X	X
X	○	○	B	B	B
X	X	○	X	B	B

q ₅	a	b
q ₁	q ₃ ✓	q ₁
q ₂ G	q ₁	q ₃ G
q ₃ G	q ₁	q ₃ G
q ₄	q ₁	q ₂ G
q ₅	q ₇	q ₇
q ₆	q ₂ G	q ₃ G
q ₇	q ₃ G	q ₄

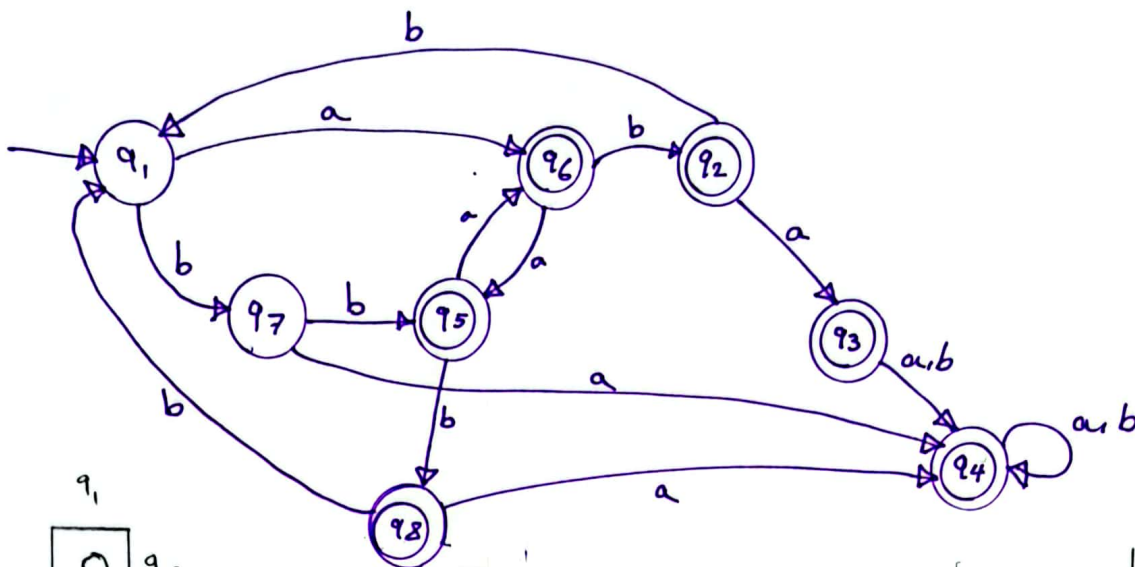
q₅ را حذف می کنیم چون هیچ ورودی ندارد
 q₂ و q₃ را ادغام می کنیم زیرا خروجی هر دو مشابه است و q₁ دیتا حالت q₃ است
 ← q₂ و q₃ ادغام می شوند و q₁ نیز با آن ها هم دریا حذف می شود.



← q₇ و q₄ ادغام می شوند. ← دو حالت می ماند.



← فقط یک حالت می ماند در این ماشین هر نوع ورودی پذیرفته می شود.



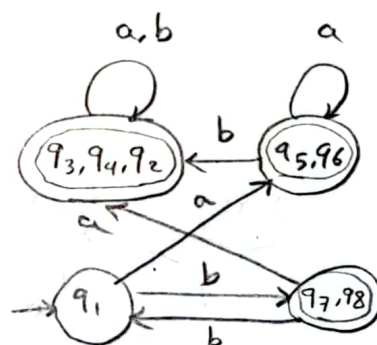
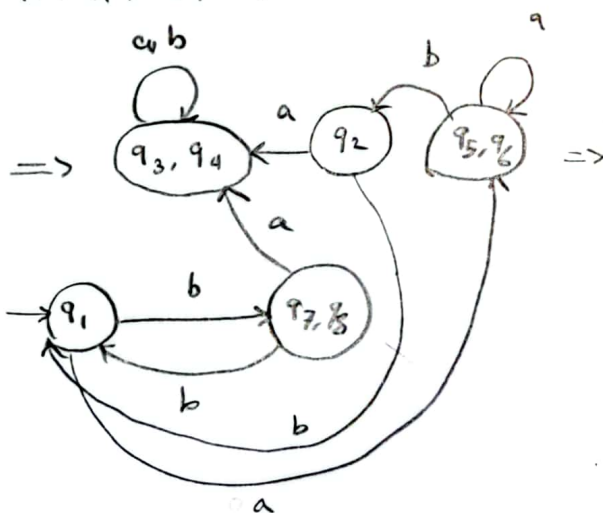
q ₁	q ₂	q ₃	q ₄	q ₅	q ₆	q ₇	q ₈
○	○	○	○	○	○	○	○
A	○	○	○	○	○	○	○
A	X	○	○	○	○	○	○
X	X	A	X	○	○	○	○
○	○	X	B	○	○	○	○
○	A	A	○	○	X	○	○
○	A	A	○	○	X	X	○

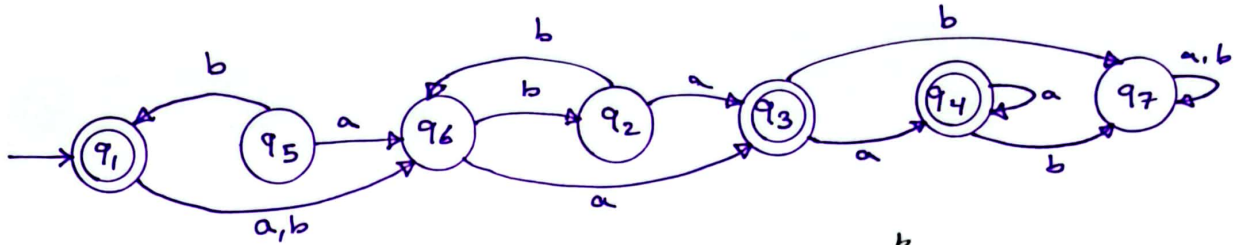
Phase 1 ○
Phase 2 X
Phase 3 Alphabet

q ₅	a	b
q ₁	q ₆	q ₇
q ₂	q ₃	q ₁
q ₃	q ₄	q ₄
q ₄	q ₄	q ₄
q ₅	q ₆	q ₈
q ₆	q ₅	q ₂
q ₇	q ₄	q ₅
q ₈	q ₄	q ₁

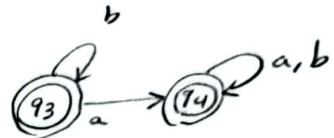
⇒ B: q₄, q₆

A = q₁, q₂, q₃





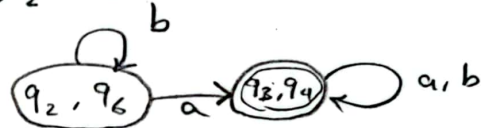
① حذف q_7



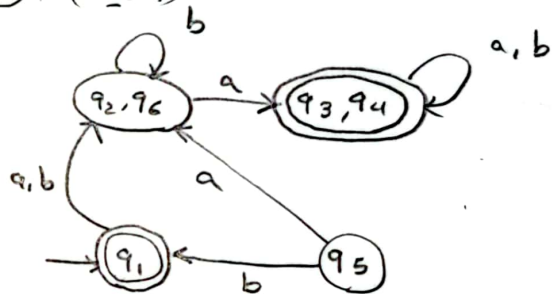
② ادغام q_3, q_4



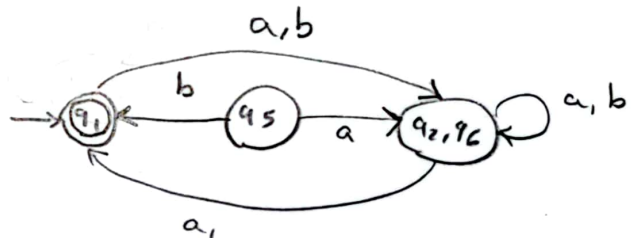
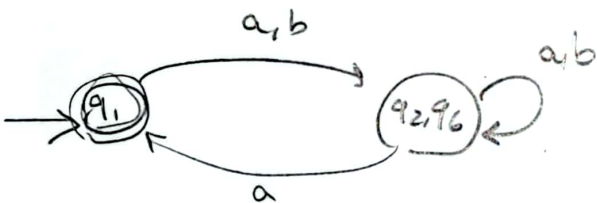
③ ادغام q_2, q_6



④ (بازنویس)



⑤ حذف q_5 \Leftarrow (حذف q_4, q_3)



q_5	a	b
q_1	q_6	q_6
q_2	q_3	q_6
q_3	q_4	q_7
q_4	q_4	q_7
q_5	q_6	q_1
q_6	q_3	q_2
q_7	q_7	q_7

ی قوانین ادغام

ی قوانین حذف

سوال 4 (ا)

$$L = \{w \in (0+1)^* \mid \text{mean}(\text{Indices}_1(s)) = \lfloor \frac{|w|}{2} \rfloor\}$$

$$\text{if } w = 10^{P-1}1^P \Rightarrow \text{mean}(I_1(w)) = \frac{P + (2P+1)}{2} = \frac{3P-1}{2}$$

یعنی اگر تعداد 0 ها بیشتر باشد مکان میانگین 1 ها تغییر می کند و دیگر برابر با متوسط داده نمی شود

$$L = \{w \in (0+1)^* \mid n_1(w) \geq 2 \text{ \& } \text{Range}(\text{Indices}_1(s)) = \text{Min}(\text{Indices}_1(s))\}$$

سوال 4 (ب)

$$\text{if } w = 10^{\frac{P-1}{2}}1^P \Rightarrow \text{Range}(I_1(w)) = \text{min}(I_1(w)) = 1 \Rightarrow$$

0 ها فقط از پیش قبل را تغییر می دهد و جواب یک ن خواهد بود \Rightarrow نامنتظم

$$L = \{w \in (0+1)^* \mid n_1(w) \geq 2 \text{ \& } \frac{\text{Max}(\text{Indices}_1(s)) + \text{Min}(\text{Indices}_1(s))}{\text{Range}(\text{Indices}_1(s))}\}$$

سوال 4 (ج)

$$\frac{\text{max}(I_1(w)) + \text{min}(I_1(w))}{\text{Range}(I_1(w))} = \frac{P+1+1}{P} = \frac{P+2}{P} \rightarrow$$

$w = 10^{P-1}1^P \Rightarrow$ اگر در تعداد 0 ها بیشتر ایجاد شود دیگر جواب درست $\text{int} + 1$ نخواهد بود و انشائی خورد \Rightarrow نامنتظم

سوال 5) \leftarrow بر اساس لم نزدیک \leftarrow از زبان منظم به طول P است :

$$\text{if } w = va^P \& (\text{odd } 1s) \Rightarrow \begin{cases} x=a^P \\ y=a \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow$$

از اینجا می بینیم که تعداد 1 ها در $i=2$ با اینده 1 یا عدد باقیه 1 فرد است اما a^P می تواند این منظم را تغییر دهد \Rightarrow نامنتظم