

Albúm de figuritas

Probabilidad y Estadística

Integrantes	LU	Correo electrónico
Antony Suarez	792/21	sebastuar@gmail.com
Rafael Montero	1546/21	rafamontero1000@gmail.com



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

Tabla de contenido

1	Introducción	2
2	Marco teórico	2
3	Primera simplificación.	3
3.1	Ejercicio 1	3
3.2	Ejercicio 2.	3
3.3	Ejercicio 3.	4
3.4	Ejercicio 4.	4
3.5	Ejercicio 5.	5
4	Con paquetes.	5
4.1	Ejercicio 6.	5
4.2	Ejercicio 7.	6
4.3	Ejercicio 8.	6
4.4	Ejercicio 9.	6
5	Conclusiones	7

1 Introducción

En este trabajo práctico, exploraremos conceptos de probabilidad a través de la simulación del llenado de un álbum de figuritas. El fenómeno de llenar un álbum coleccionable con figuritas es un escenario interesante que nos permite aplicar y visualizar varios conceptos probabilísticos.

Durante la simulación, abordaremos preguntas como: ¿Cuántas figuritas necesitamos comprar en promedio para completar el álbum?, ¿Cuál es la probabilidad de completar el álbum comprando k número de figuritas?. Estas preguntas nos ayudarán a comprender mejor la distribución de probabilidad asociada con este tipo de proceso de colección.

Para llevar a cabo esta simulación, utilizaremos técnicas de modelado probabilístico y programación para simular el llenado del álbum bajo diferentes escenarios y analizar los resultados.

2 Marco teórico

En este trabajo vamos a simular el llenado de un álbum de figuritas. Para contextualizar nuestro estudio, es importante comprender algunos aspectos fundamentales del problema.

- **Cantidad de Figuritas y Repartición en Paquetes.**

El álbum de figuritas consta de un total de N figuritas únicas que los coleccionistas intentan reunir completando su álbum. Cada paquete de figuritas contiene k figuritas, donde k es una cantidad fija. Por lo general, la selección de figuritas en cada paquete se considera un proceso aleatorio, lo que puede generar repeticiones de figuritas ya obtenidas.

- **Distribución Aleatoria de Figurita.**

Cuando se adquiere un paquete de figuritas, las k figuritas dentro del paquete se seleccionan aleatoriamente de un conjunto de N figuritas únicas. Es importante destacar que este proceso aleatorio puede resultar en la obtención de figuritas repetidas, lo que afecta directamente el progreso de completar el álbum.

- **Notación:**

FigusTotal : número total de figuritas que componen el álbum.

paquete : cantidad de figuritas por paquete.

X : cantidad de paquetes necesarios para completar el álbum. (variable aleatoria)

k : cantidad de paquetes necesarios para completar el álbum, $k \in \mathbb{R}$

Nrep : cantidad de repeticiones de la simulación

resultados : vector de dimensión *Nrep*, en el cual a cada componente i , le asignamos la i -ésima simulación.

Por último, vamos a definir una función general para simplificar la lectura y comprensión a la hora de simular.

```

simuFiguritas <- function(figusTotal, figusPaquete=1, Nrep=10, tipoSimu=F){
  vec <- c()
  if(tipoSimu){
    for (i in 1:Nrep){
      experimento <- cuantosPaquetes(figusTotal, figusPaquete)
      vec[i] <- experimento
    }
  }else{
    for (i in 1:Nrep){
      experimento <- cuantasFigus(figusTotal)
      vec[i] <- experimento
    }
  }
  return(vec)
}

```

3 Primera simplificación.

Suponemos que las figuritas se compran individualmente.

3.1 Ejercicio 1

Simular el número de una figurita elegida al azar si el álbum es de 6 figuritas.

Parámetros : *figusTotal* = 6, *paquete* = 1

```

figurita <- sample(1:6,1)

> 2

```

3.2 Ejercicio 2.

Simular el llenado de un álbum de 6 figuritas e indicar cuántas figuritas se debieron comprar para completarlo.

```

resultados <- cuantasFigus(figusTotal = 6)

>[1] 18

```

$k = 18$

3.3 Ejercicio 3.

Implementar una función `cuantasFigus(figusTotal)` que, dado el tamaño del álbum (`figusTotal`), simule su llenado y devuelva la cantidad de figuritas que se debieron adquirir para completarlo.

```
cuantasFigus <- function(figusTotal){
  # Generamos album vacio
  album <- rep(T,times=figusTotal)
  cantFiguras <- 0
  vacias <- figusTotal
  while (vacias>0) {
    figura <- sample(1:figusTotal,1,replace = T)
    if(album[figura]){album[figura] <- F} # figura encontrada
    vacias <- sum(album)
    cantFiguras <- cantFiguras + 1
  }
  return(cantFiguras)
}
```

3.4 Ejercicio 4.

Calcular $Nrep=1000$ veces la función anterior utilizando `figusTotal=6` y guarde los resultados obtenidos en cada repetición. Con los resultados obtenidos para un álbum de seis figuritas, estimar:

Parámetros : $Nrep = 1000$, $figusTotal = 6$, $paquete = 1$

1. El número de figuritas hay que comprar, en media, para completar el álbum.

```
resultados <- simuFiguritas(figusTotal = 6,Nrep = 1000)
media <- mean(resultados)

> 14. 751
```

La cantidad de figuras promedio para completar el álbum de figuritas es :
14. 751

2. La probabilidad de completar el álbum comprando 16 figuritas.

```
k <-length(resultados[resultados<=16])

> 0.697
```

$$\mathbb{P}(X \leq 16) = 0.679$$

3. El número de figuritas que hay que comprar para tener probabilidad del 90% de completar el álbum.

```
# ordenamos el vector
resultados_ord <- sort(resultados)
# Buscamos 0.9 cuantil
k <- resultados_ord[900]

> 23
```

l número buscado puede interpretarse como buscar el cuantil 0.9
 $\mathbb{P}(X \leq k_{0.9}) = 0.9 \implies k_{0.9} = 23$

3.5 Ejercicio 5.

Calcular $N_{rep}=100$ veces la función `cuantasFigus(figusTotal=640)` utilizando `figusTotal=640` y guardar los resultados obtenidos en cada repetición en una lista. Con los resultados obtenidos estimar cuántas figuritas hay que comprar, en promedio, para completar el álbum (de 640 figuritas).

```
resultados <- simuFiguritas(figusTotal = 640, Nrep = 100)
media <- mean(resultados)

> 4530.16
```

4 Con paquetes.

Ahora suponemos que las figuritas se compran por paquetes cuyo contenido de figuritas es mayor a uno.

4.1 Ejercicio 6.

Simular la generación de un paquete con 5 figuritas, sabiendo que el álbum es de 640. Notemos que, cómo en la vida real, pueden haber figuritas repetidas en un paquete.

Parámetros : *paquete* = 5

```
paquete <- sample(1:640, 5, replace = T)

> [1] 212 427 167 450 101
```

Paquete = [212, 427, 167, 450, 101]

4.2 Ejercicio 7.

Implementar una función `genPaquete(figusTotal, figusPaquete)` que dado el tamaño del álbum (`figusTotal`) y la cantidad de figuritas por paquete (`figusPaquete`) genere un paquete de figuritas al azar. Notemos que, cómo en la vida real, pueden haber figuritas repetidas en un paquete.

```
genPaquete <- function(figusTotal, figusPaquete){  
  return(sample(1:figusTotal,figusPaquete, replace = T))  
}
```

4.3 Ejercicio 8.

Implementar una función `cuantosPaquetes(figusTotal, figusPaquete)` que dado el tamaño del álbum (`figusTotal`) y la cantidad de figuritas por paquete (`figusPaquete`) simule el llenado del álbum y devuelva cuántos paquetes se debieron adquirir para completarlo.

```
cuantosPaquetes <- function(figusTotal, figusPaquete){  
  album <- rep(T,times=figusTotal)  
  cantPaquetes <- 0  
  vacias <- figusTotal  
  while (vacias>0) {  
    paquete <- genPaquete(figusTotal, figusPaquete)  
    for (fig in 1:figusPaquete){  
      if (album[paquete[fig]]){album[paquete[fig]] <- F} # Exito  
    }  
    vacias = sum(album)  
    cantPaquetes <- cantPaquetes + 1  
  }  
  return(cantPaquetes)  
}
```

4.4 Ejercicio 9.

Calcular $Nrep=100$ veces la función `cuantosPaquetes`, utilizando `figusTotal=640`, `figusPaquete=5` y guarde los resultados obtenidos en una lista.

Parámetros : $Nrep = 100$, $figusTotal = 640$, $paquete = 5$

Calcular:

1. El número de figuritas hay que comprar, en media, para completar el álbum.

```
resultados <- simuFiguritas(figusTotal = 640,  
                             figusPaquete = 5,
```

```

                                Nrep = 100, tipoSimu = T)
media <- mean(resultados)

> 896.47

```

La cantidad de figuras promedio para completar el álbum de figuritas es :
 $5 \cdot 896.47 = 4482,35$

2. La probabilidad de completar el álbum comprando 300 paquetes figuritas.

```

k <- length(resultados[resultados<301])
p_k_300 <- k / 100

> 0

```

$$\mathbb{P}(X \leq 300) = 0$$

Obs : de hecho, al ordenar el vector de menor a mayor, observamos que a partir de 600 paquetes, existe una probabilidad muy pequeña de completar el álbum.

3. El número de figuritas que hay que comprar para tener probabilidad del 90% de completar el álbum.

```

# ordenamos el vector
resultados_ord <- sort(resultados)
# Buscamos 0.9 cuantil
k <- resultados_ord[90]

> 1100

```

El número buscado puede interpretarse como buscar el cuantil 0.9.

$$\mathbb{P}(X \leq k_{0.9}) = 0.9 \implies k_{0.9} = 1100.$$

Recordemos que cada paquete contiene 5 figuritas, por lo cual el número de figuritas que hay que comprar es de 5500

5 Conclusiones

Se necesitan aproximadamente 4500 figuritas para completar un album de 640 figuritas, lo que nos muestra que la mayoría de figuritas que vamos a comprar van a ser repetidas. Para 'ir por lo seguro', recién comprando 1100 paquetes aproximadamente tendremos prácticamente asegurado llenar el album, con un 90% de probabilidades de lograrlo con esa cantidad de paquetes, que resultan ser aproximadamente 5500 figuritas.