
CLASE 02/5: VECTORES ALEATORIAS II

Ejercicio 1. Sea (X, Y) un vector aleatorio con densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} 2xe^{-x^2} & \text{si } 0 \leq x, 0 < y \leq x^2 \\ 0 & \text{si no,} \end{cases}$$

- (a) Graficar el soporte de f_{XY} .
- (b) Hallar las marginales f_X y f_Y .
- (c) Decidir si X e Y son independientes.
- (d) Si $Z \sim \mathcal{U}[0, 1]$ independiente de Y , calcular $P(4Z \leq Y)$.

Ejercicio 2. Sea (X, Y) un vector aleatorio absolutamente continuo con función de densidad

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2x^2} & \text{si } |x| < 1, 0 < y < x^2 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- (a) Hallar $f_X y f_Y$. ¿Son X e Y independientes?
- (b) Probar que $\frac{Y}{X^2}$ tiene distribución $\mathcal{U}[0, 1]$ y es independiente de X .
- (c) Hallar la densidad conjunta del vector $(X^2, \frac{Y}{X^2})$.