

Một số bài toán cho đội tuyển

Dành cho đội tuyển THPT chuyên KHTN năm 2017

Bài toán 1

Cho tam giác ABC . Đường thẳng qua B vuông góc CA cắt đường tròn đường kính CA tại K, L sao cho K nằm giữa B, L . Đường thẳng qua C vuông góc AB cắt đường tròn đường kính AB tại M, N sao cho M nằm giữa C, N . Chứng minh rằng MK, NL và BC đồng quy.

Bài toán 2

Cho tam giác ABC trực tâm H . Đường tròn đường kính AB cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AHC tại E khác A . Đường tròn đường kính AC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AHB tại F khác A . Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác AEF . Chứng minh rằng AK đi qua tâm đường tròn Euler của tam giác ABC .

Bài toán 3

Cho tam giác ABC tâm nội tiếp I . AI cắt BC tại D . E đối xứng D qua IC . DE cắt IB tại F . EI cắt AB tại G . Chứng minh rằng AF, DG và IC đồng quy.

Bài toán 4

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) cố định, B, C cố định, A di chuyển trên (O) . Đường tròn nội tiếp (I) của tam giác ABC tiếp xúc CA, AB tại E, F . M, N là điểm đối xứng của I qua CA, AB . Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn tiếp xúc một đường tròn cố định khi A di chuyển.

Bài toán 5

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) , đường cao AD . AE là đường kính của (O) . ED cắt đường tròn (A, AD) tại F khác D . Chứng minh rằng FD là phân giác $\angle BFC$.

Bài toán 6

Cho tam giác ABC tâm ngoại tiếp O , phân giác AD . P di chuyển trên AD . PB, PC cắt CA, AB tại E, F . M là hình chiếu của P lên BC . PM cắt EF tại K . AK cắt OP tại L . Chứng minh rằng ML luôn đi qua một điểm cố định khi P di chuyển.

Bài toán 7

Cho tam giác ABC đường cao AD . M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng đường thẳng qua M vuông góc với phân giác góc A và trung trực MD cắt nhau trên đường tròn Euler của tam giác ABC .

Bài toán 8

Cho hình thang $ABCD$ với $\angle A = \angle D = 90^\circ$. M là trung điểm AD . N là giao của đường thẳng qua D vuông góc CM và đường thẳng qua A vuông góc BM . Chứng minh rằng MN vuông góc với BC .

Bài toán 9

Cho hình chữ nhật $ABCD$. Đường tròn (O) tiếp xúc ngoài đường tròn (K) ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ tại T . Lấy P, Q thuộc (O) sao cho $PQ \parallel AD$ và $PQ = AD$. AP giao DQ tại N . BP cắt CQ tại H . Chứng minh rằng K, H, T, N thuộc một đường tròn.

Bài toán 10

Cho tam giác ABC với P là một điểm trên BC . Gọi K, L là tâm nội tiếp của tam giác PAB, PAC . Gọi M, N là tâm bàng tiếp góc B, C của tam giác PAB, PAC . PA cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác PKL, PMN lần lượt tại R, Q . Chứng minh rằng A là trung điểm của R, Q .

Bài toán 11

Cho hình bình hành $ABCD$ và P là một điểm trên đoạn BD . Đường tròn tâm (P) đi qua A cắt AD tại Y khác A và cắt AB tại X khác A . AP cắt BC tại Q và cắt CD tại R . Chứng minh rằng $\angle XPY = \angle XQY + \angle XRY$.

Bài toán 12

Cho tam giác ABC , trực tâm H , trung tuyến AM . Y thuộc CA sao cho $YH \perp MH$. Q thuộc BH sao cho $QA \perp MA$. Chứng minh rằng đường tròn đường kính MY và MQ cắt nhau trên AH .

Bài toán 13

Cho tam giác ABC , đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H . Đường thẳng song song với EF qua B, C lần lượt cắt DE, DF, DE, DE tại P, Q, R, S . Chứng minh rằng PR, QS, EF đồng quy.

Bài toán 14

Cho tam giác ABC tâm ngoại tiếp O . J là một điểm nằm trên phân giác trong góc A . X, Y, Z là hình chiếu của J trên BC, CA, AB . JO cắt BC tại D . E thuộc AD sao cho $AJ \parallel EX$. EX cắt YZ tại V . Chứng minh rằng V là trung điểm EX .

Bài toán 15

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp AD giao BC tại P . AC cắt BD tại R . X, Y, Z là hình chiếu của D lên AC, BC, PR . Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác XYZ đi qua trung điểm CD .

Bài toán 16

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và đường tròn bàng tiếp góc A là (I_a) . Tiếp tuyến chung ngoài của (O) và (I_a) tiếp xúc (O) tại M, N . Gọi I_b, I_c là tâm bàng tiếp góc B, C của tam giác ABC . Chứng minh rằng M, N, I_b, I_c cùng thuộc một đường tròn.

Bài toán 17

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) tâm nội tiếp I . K đối xứng I qua O . D, E, F là hình chiếu của K lên BC, CA, AB . Phân giác ngoài tại các đỉnh A, B, C cắt (O) tại X, Y, Z khác A, B, C . Gọi L là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF . Chứng minh rằng các đường thẳng qua A, B, C lần lượt song song với XL, YL, ZL đồng quy.

Bài toán 18

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và tâm nội tiếp I . Trên tia AB, AC lấy các điểm D, E sao cho $AD = AE = BC$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE cắt (O) tại K khác A . AI cắt (O) tại P khác A . Chứng minh rằng các tam giác KBD, KCE, POI đồng dạng với nhau.