

Mỗi tuần một bài toán

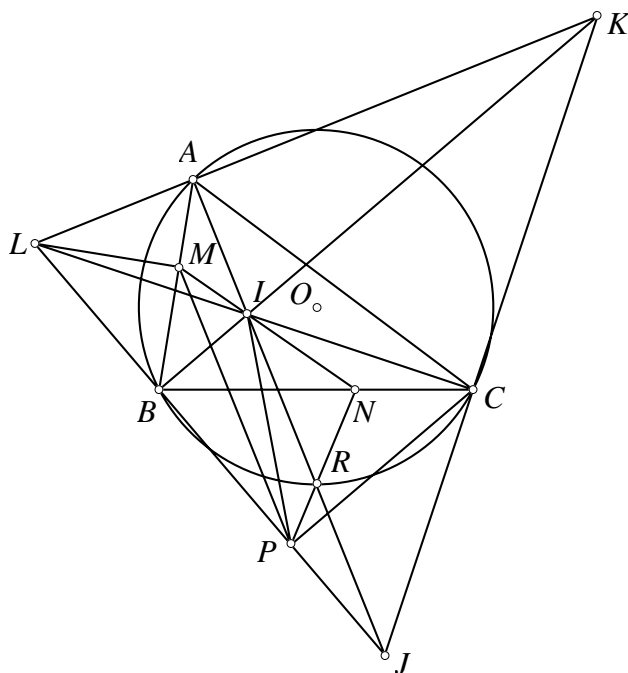
Trần Quang Hùng, Trường THPT chuyên KHTN, ĐHKHTN, ĐHQGHN

Dây sẽ là một chuyên mục hàng tuần trên blog "Hình học sơ cấp". Mỗi tuần tôi sẽ đưa lên một bài toán hình học do tôi sáng tác và những lời giải mà tôi thấy tâm đắc, đồng thời tôi cũng sẽ đề nghị một bài toán cho tuần sau.

Đề bài

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và tâm nội tiếp I . Đường tròn bàng tiếp (L) tại đỉnh C của tam giác ABC tiếp xúc với AB tại M . MI cắt BC tại N . P là hình chiếu của C lên LB . Chứng minh rằng AI và PN cắt nhau trên đường tròn (O) .

Lời giải



Gọi J, K là tâm bàng tiếp góc A, B của tam giác ABC . Do M, I, N thẳng hàng nên $P(BI, MN) = B(PI, MN) = B(JK, AC) = -1$. Ta lại dễ thấy tam giác BAL và BJC đồng dạng, có đường cao tương ứng là LM và CP nên $\frac{BM}{MA} = \frac{BP}{PJ}$, từ đó $PM \parallel AJ$. Kết hợp chùm $P(BI, MN) = -1$ ta suy ra PN chia đôi IJ . Mặt khác theo kết quả quen thuộc trung điểm IJ thuộc (O) . Từ đó ta có điều phải chứng minh.

Nhật xét

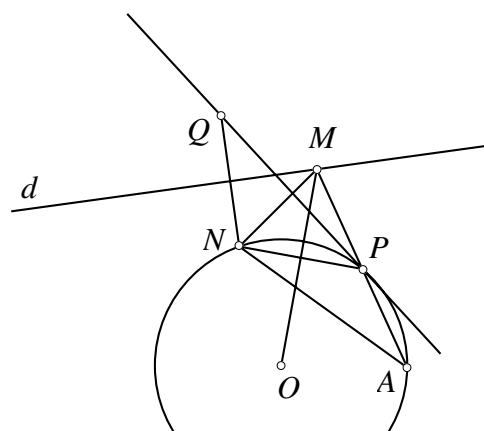
Ý tưởng tác giả tạo ra bài toán này là dùng hàng điểm điều hòa như trong lời giải trên, trong cách làm cần dựng thêm các tâm bàng tiếp, ý tưởng dựng ra thêm các tâm bàng tiếp khác cũng đã rất quen thuộc. Như vậy với cách làm này chúng ta thấy rằng chân đường cao không quan trọng. Vậy tôi đề xuất bài toán tổng quát sau

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và tâm nội tiếp I . M là một điểm thuộc AB . MI cắt BC tại N . P nằm trên phân giác ngoài góc B sao cho $MP \parallel AI$. Chứng minh rằng AI và PN cắt nhau trên đường tròn (O) .

Tác giả nhận được lời giải sớm nhất từ bạn **Nguyễn Tiến Dũng** sinh viên K50 Đại học Ngoại thương, bạn **Dũng** đã gửi tới tác giả hai lời giải trong đó có một lời giải thuần túy hình học rất đẹp mắt. Bài toán cũng được giải thuần túy hình học bởi bạn **Phạm Quang Toàn** và các bạn **Trần Nhân Trung**, lớp 11A2, trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Đà Nẵng, **Nguyễn Minh Quang** lớp 11 toán, THPT Chuyên Lương Văn Tụy, Ninh Bình tại đây. Tác giả còn nhận được các lời giải đúng của các bạn **Bùi Văn Bình**, **Trương Văn Hoàng**, **Bùi Công Minh**, lớp 12 Toán, **Lê Sỹ Quan**, lớp 11 Toán, trường THPT chuyên Quang Trung, Bình Phước. Ngoài ra bài toán cũng được tham gia giải ngay trên blog bởi bạn **Đình Lương** lớp 11T Lam Sơn.

Bài toán đề nghị

Cho A là một điểm cố định trên đường tròn (O) và d là một đường thẳng bất kỳ cố định. P là một điểm di chuyển trên (O) . AP cắt d tại M . N đối xứng P qua OM . Q đối xứng N qua d . Chứng minh rằng đường thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định khi P thay đổi.



Mọi trao đổi xin gửi về email analgeomatica@gmail.com.