UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL MAR DEL PLATA
SISTEMAS DE PROCESAMIENTO DE DATOS
1er Año – 1er Cuatrimesrte
PROFESORES: L. Chiessa - R. Soto - E. Monaco - G. Gimenez - V. Tomich

SISTEMAS NUMÉRICOS

REPRESENTACION DE NUMEROS BINARIOS CON SIGNO.

SUMA BINARIA: Las operaciones de suma binaria se realizan de la siguiente forma:

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 0 Llevo 1

Ejemplo: Dado los números binarios: W=111110001_2; T=1101110101_2; Obtener W+T

```
  0  1  1  1  1  1  0  0  0  0  1
+
  0  1  1  0  1  1  1  0  1  0  1
-------------------------------------
  1  1  1  0  1  0  1  0  1  1  0
```

Matemáticas Binarias y Representaciones de Signos

Representar números con bits es una cosa. Realizar operaciones con ellos es un asunto completamente diferente. Este capítulo trata algunos de las operaciones matemáticas básicas que las computadoras realizan en números binario junto con las representaciones binarias que soportan esas operaciones. Estos conceptos ayudarán a los programadores a comprender mejor el limitaciones de hacer cálculos matemáticos con un procesador y, por lo tanto, permitirles manejar mejor problemas como los límites superior e inferior de variable tipos, desbordamiento matemático y conversión de tipos.

1) Suma binaria

Independientemente del sistema de numeración, la suma de dos números con múltiples dígitos se realiza agregando los dígitos correspondientes de una sola columna juntos para producir un resultado de un solo dígito. Por ejemplo, 3 sumado a 5 usando el sistema de numeración decimal es igual a 8. El 8 es colocado en la misma columna del resultado de donde provienen los 3 y 5. Todos estos dígitos, 3, 5 y 8, existen en el sistema de numeración decimal,y por lo tanto puede permanecer en una sola columna.

En algunos casos, el resultado de la adición en una sola columna puede ser más de 9, por lo que es necesario colocar un desbordamiento '1' o llevarlo al columna inmediatamente a la izquierda. Si sumamos 6 a 5, por ejemplo, obtenemos 11 que es demasiado grande para caber en un solo dígito decimal. Por lo tanto, 10 es restado del resultado dejando 1 como el nuevo resultado para esa columna. La resta de 10 se compensa colocando un carry en el siguiente columna más alta, el lugar de los diez. Otra forma de decir esto es que 6 sumado a 5 es igual a 1 con un acarreo de 1. Es importante tener en cuenta que el

la adición de dos dígitos en decimal nunca puede dar como resultado un valor mayor que 18. Por lo tanto, el transporte a la siguiente posición más alta nunca será más grande de 1.
La suma binaria funciona de la misma manera, excepto que estamos limitados a dos dígitos Tres de las operaciones de suma, 0 + 0, 0 + 1 y 1 + 0, dan como resultado 0 o 1, dígitos que ya existen en el sistema de numeración binario. Esta significa que no se necesitará llevar.

Sin embargo, agregar 1 a 1 da como resultado un decimal 2, un dígito que no existe en binario. En este caso, necesitamos crear un carry o overflow eso irá a la siguiente columna.
La siguiente posición de bit más alta representa $2^1 = 2$. Tal como lo hicimos con decimal, restamos una instancia de la siguiente posición de bit más alta de Nuestro resultado. En el caso de 1 + 1 = 2, restamos 2 de 2 y obtenemos 0.
Por lo tanto, 0 es el resultado que se coloca en la columna actual, y el la resta de 2 se convierte en un acarreo a la siguiente columna. Por lo tanto, 1 + 1 en binario es igual a 0 con un acarreo de 1. Cada una de las posibles adiciones binarias de dos variables se muestra en la Figura 3-1.

Previous Carry →		1	1	1
	1	1	1	1
	0	0	1	1
	+ 0	+ 1	+ 0	+ 1
	1	10	10	11

Cuatro resultados posibles de agregar dos bits con Acarreo.

El segundo y tercer caso son similares al último caso presentado en Figura donde se suman dos 1 para obtener un resultado de 0 con un llevar. Sin embargo, el último caso en la Figura tiene tres 1 sumados lo que equivale a 3_{10}. Restar 2 de este resultado coloca un nuevo resultado de 1 en la columna actual y envía un carry a la siguiente columna. Y justo como en suma decimal, el carry en binario nunca es mayor que 1.
Ahora intentemos agregar números binarios con varios dígitos. El ejemplo que se muestra a continuación presenta la adición de 10010110_2 y 00101011_2. Los valores resaltados son los acarreos de la anterior suma de la columna, y al igual que en la suma decimal, se agregan al siguiente dígito / bit más significativo.

```
    1 1 1 1 1
  1 0 0 1 0 1 1 0
+ 0 0 1 0 1 0 1 1
  1 1 0 0 0 0 0 1
```

2) Complementos binarios

En aritmética decimal, cada número tiene un complemento aditivo, es decir, un valor que cuando se agrega al número original da como resultado un cero.
Por ejemplo, 5 y -5 son complementos aditivos porque 5 + (-5) = 0.
Esta sección describe los dos métodos principales utilizados para calcular el Complementos a un valor binario.

2.1 Complemento a uno

Cuando se le pide crear un patrón de unos y ceros que al agregar a un valor binario resulte cero, la mayoría de las personas responden con, "simplemente voltear cada bit en el valor original". Esta "inversión" de cada bit, sustituyendo 1 por todos los 0 y 0 por todos los 1, resulta en el Complemento a 1 del valor original. Un ejemplo se muestra a continuación.

Previous value	1	0	0	1	0	1	1	1
1's complement	0	1	1	0	1	0	0	0

El Complemento a 1 de un valor es útil para algunos tipos de funciones digitales, pero no proporciona muchos beneficios si está buscando el complemento aditivo. Vea lo que sucede cuando agregamos un valor a su Complemento a 1.

```
  1 0 0 1 0 1 1 0
+ 0 1 1 0 1 0 0 1
  1 1 1 1 1 1 1 1
```

Si los dos valores fueran complementos aditivos, el resultado debería ser cero, ¿verdad? Bueno, eso nos lleva al Complemento a 2.

2.2 Complemento a dos

El resultado de agregar un número de n bits a su complemento es siempre un número de n bits con unos en cada posición. Si agregamos 1 a eso como resultado, nuestro nuevo valor es un número de n bits con ceros en cada posición y un desbordamiento o transporte a la siguiente posición más alta, la $(n + 1)^{th}$ columna que corresponde a 2^n. Para nuestro ejemplo de 8 bits anterior, el el resultado de agregar 10010110_2 a 01101001_2 es 11111111_2. Agregar 1 a este número nos da 00000000_2 con un

desbordamiento de 1 a la novena o 2^8 columnas. Si nos restringimos a 8 bits, este desbordamiento puede ser ignorado.

Esto nos da un método para encontrar el complemento aditivo, llamado representación del Complemento a 2. El Complemento a 2 de un el valor se encuentra primero tomando el Complemento a 1, luego incrementando ese resultado en 1. Por ejemplo, en la sección anterior, determinamos que el Complemento a 1 de 10010111_2 es 01101000_2. Si agregamos 1 a esto valor, obtenemos:

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 \\ +\qquad\qquad\qquad 1 \\ \hline 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1 \end{array}$$

Por lo tanto, el Complemento a 2 de 10010111_2 es 01101001_2. Veamos qué sucede cuando intentamos agregar el valor al Complemento a 2.

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \\ +\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \end{array}$$

¡El resultado es cero! Bien, la mayoría de ustedes captaron el hecho de que yo no he desplegado el último acarreo que habría hecho el resultado 100000000_2.

Esto no es un problema, porque en el caso de la aritmética con signo, el acarreo tiene un propósito diferente al de agregar un dígito adicional representando el próximo poder de dos. Siempre y cuando nos aseguremos de que dos números que se agregan tienen el mismo número de bits, y que nosotros mantenga el resultado en el mismo número de bits, luego cualquier acarreo que vaya más allá de eso debe descartarse.

En realidad, descartado no es el término correcto. En algunos casos le haremos uso al acarreo como una indicación de un posible error matemático. Sin embargo, no se incluirá en el resultado de la adición. Esto es simplemente la primera de muchas "anomalías" que deben observarse cuando se trabaja con un número limitado de bits.

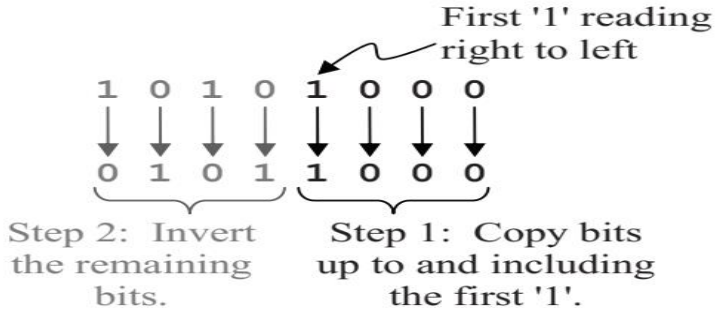
A continuación se muestran dos ejemplos más de Complementos a 2.

Original value (10_{10})	0	0	0	0	1	0	1	0
1's complement	1	1	1	1	0	1	0	1
2's complement (-10_{10})	1	1	1	1	0	1	1	0

Original value (88_{10})	0	1	0	1	1	0	0	0
1's complement	1	0	1	0	0	1	1	1
2's complement (-88_{10})	1	0	1	0	1	0	0	0

Ahora veamos si la representación del Complemento a 2 se destaca cuando se debe realizar sumas. Si $88_{10} = 01011000_2$ y $-10_{10} = 11110110_2$, entonces la suma de estos dos números debe ser igual a $78_{10} = 01001110_2$.

```
  1  1  1  1
     0  1  0  1  1  0  0  0
+    1  1  1  1  0  1  1  0
-------------------------------
     0  1  0  0  1  1  1  0
```



Simplificación del Complemento a dos

Este resultado coincide con el resultado del ejemplo anterior.

En decimal, el negativo de 5 es -5. Si tomamos el negativo una segunda vez, volvemos al valor original, por ejemplo, el negativo de -5 es 5. ¿Es lo mismo para tomar el Complemento a 2 de un Complemento a 2 de un número binario? Bien, veamos.

El valor binario para 45_{10} es 00101101_2. Observe lo que sucede cuando tomamos el complemento a 2 dos veces.

Original value = 45	0	0	1	0	1	1	0	1
1's complement of 45	1	1	0	1	0	0	1	0
2's complement of 45 = -45	1	1	0	1	0	0	1	1
1's complement of -45	0	0	1	0	1	1	0	0
2's complement of -45 = 45	0	0	1	0	1	1	0	1

¡Funcionó! La segunda vez que se tomó el Complemento a 2, el patrón de unos y ceros volvió a sus valores originales. Resulta que esto es cierto para cualquier número binario de un número fijo de bits.

2.3 Bit más significativo como indicador de signos

Como se dijo anteriormente, el complemento a 2 se utiliza para permitir que la computadora pueda representar el complemento aditivo de un número binario, es decir, números negativo. Pero hay un problema. Como hemos mostrado anteriormente en esta sección,

tomando el Complemento a 2 de $45_{10} = 00101101_2$ nos da $-45_{10} = 11010011_2$. Pero con lo visto hasta el momento, el valor de ocho bits 11010011_2 mostró ser igual a 27 + 26 + 24 + 21 + 20 = 128 + 64 + 16 + 2 + 1 = 211_{10}. Así pues ¿acabamos de probar que -45_{10} es igual a 211_{10}? O tal vez 00101101_2 es en realidad -211_{10}.

Resulta que cuando se utiliza el Complemento a 2 de la representación binaria, la mitad de los patrones de bits binarios deben perder su asociación positiva para representar números negativos. ¿Así 11010011_2 es -45_{10} o 211_{10}?

Resulta que 11010011_2 es uno de los patrones de bits destinados a representar un número negativo, por lo que en la notación del Complemento a 2, $11010011_2 = -45_{10}$.

Pero cómo podemos decir si un patrón de bits binarios representa un positivo o un número negativo?

De la descripción anterior del Complemento a 2 simplificado, usted puede ver que a excepción de dos casos, el MSB de los Complemento a 2 es siempre el inverso del valor original. Los dos casos donde esto no es verdad es cuando todos los bits del número excepto el bit más significativo igual a 0 y el bit más significativo es un 0 o un 1. En ambos casos, el Complemento a 2 es igual al valor original.

En todos los demás casos, cuando aplicamos el método simplificado siempre encontrará un 1 antes de llegar a la MSB al leer de derecha a izquierda.

Puesto que cada pedacito después de éste será invertido, entonces el más significativo debe ser invertido alternando su valor original. Si el original tiene un cero en el MSB, entonces su complemento de 2 debe tener un uno y viceversa. Debido a esta característica, el MSB de un valor se utilizará para indicar si un número es positivo o negativo y llamado un poco señal.

Un valor binario con un 0 en la posición MSB se considera positivo y un valor binario con un 1 en la posición MSB se considera negativo.

Esto hace que sea vital para declarar el número de bits que un binario utiliza. Si esta información no se da, entonces el ordenador o el el usuario que mira un número binario no sabrá qué bit es el MSB.

Dado que el MSB se está utilizando para indicar el signo de un número binario, no se puede utilizar para representar una potencia de 2, es decir, si un número dice que representa un valor complementario a 2, sólo n-1 de sus n bits puede ser utilizado para determinar la magnitud, ya que el MSB se utiliza para el signo.

Esto reduce a la mitad el número de enteros positivos con n bits que pueden representar.

¿Y los casos especiales? Bueno, un número binario con todos los ceros es igual a un decimal 0. Tomando el negativo de cero todavía nos da cero. El otro caso es un poco más complicado. En la sección de mínimos y máximos, se verá que un valor de n-bit con un MSB igual a uno y todos los demás bits igual a cero es un número negativo, específicamente, $-2^{(n-1)}$. El mayor número positivo representado en el complemento de 2 tiene un MSB de 0 con todos los bits restantes ajustados a uno. Este valor es igual a $2^{(n-1)} - 1$. Por lo tanto, ya que $2^{(n-1)} > 2^{(n-1)} - 1$, podemos ver que no hay equivalente positivo a el número binario 100… 002.

2.4 Signo-Magnitud

Una segunda forma, menos útil para representar números binarios positivos y negativos es tomar el MSB y usarlo como un bit de signo, al igual que un plus o menos señal, y dejar los bits restantes para representar la magnitud.

La representación se llama representación de signo-magnitud. Para ejemplo, -45 y +45 serían idénticos en binario excepto para el MSB que se establecería en un 1 para -45 y un 0 para +45. Esto se muestra a continuación para una representación de 8 bits.

$+45_{10}$ in binary	0	0	1	0	1	1	0	1
-45_{10} using signed magnitude	1	0	1	0	1	1	0	1

2.5 MSB y número de bits

Dado que el MSB es necesario para indicar el signo de un valor binario, es vital que sepamos cuántos bits está siendo representado un número en particular con lo que sabremos exactamente dónde está la MSB. En otros palabras, los ceros principales de un valor binario pueden haber sido eliminados haciendo que parezca que el valor binario es negativo ya que comienza con un uno.
Por ejemplo, si se asume que el valor binario 10010100_2 es de 8 bits número usando la representación del Complemento a 2, luego convirtiéndolo a decimal nos daría -108_{10}. (Discutiremos la conversión decimal más adelante en este capítulo.) Si, sin embargo, era un número de 10-bits, entonces el MSB sería 0 y se convertiría en el positivo valor 148_{10}.

2.6 Cuestiones que rodean la conversión de números binarios

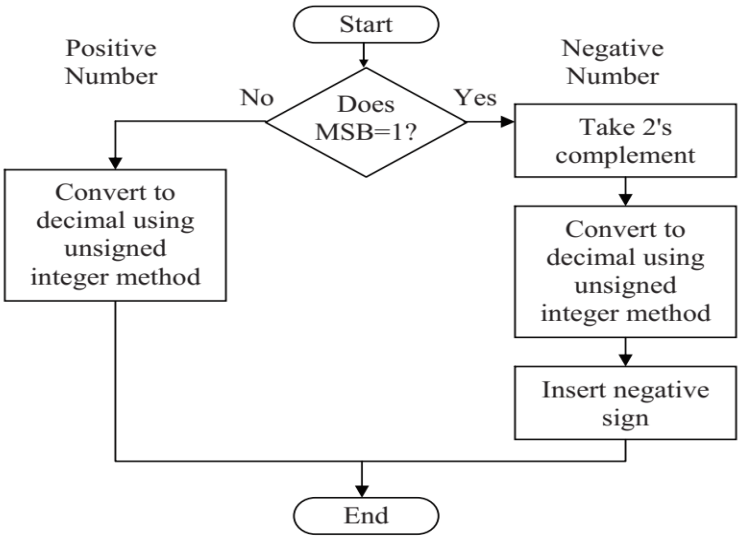
Dado que las computadoras no utilizan un número infinito de bits para representar valores, el software debe saber dos cosas antes de que pueda interpretar un valor binario: el número de bits y el tipo de representación binaria que se va a utilizar. Esto suele ser confuso para el principiante.
Identificar 10100110_2 como un número de 8 bits no es suficiente. Tenga en cuenta que el
MSB es igual a 1. Por lo tanto, este valor representa un número en binario sin signo, otro número en el Complemento a 2, y un tercero en signo-magnitud.
Primero, hagamos la conversión de 10100110_2 asumiendo que es un 8-bit, binario sin signo.

$$10100110_2 = 2^7 + 2^5 + 2^2 + 2^1 = 128 + 32 + 4 + 2 = 166_{10}$$

Ahora vamos a hacer la conversión en complemento a 2. Antes de hacerlo, vamos a examinar el proceso. Primero, si el MSB es igual a 0, entonces el valor es un número positivo. En la notación del Complemento a 2, números positivo parecen binarios sin signo y deben ser tratados exactamente igual cuando se realiza una conversión al decimal.
Si el MSB es igual a 1, entonces el valor representado por este patrón de unos y ceros es negativo. Para convertirlo en un número negativo, alguien tuvo que aplicar el proceso de tomar los Complemento a 2 al valor positivo original. Por lo tanto, debemos eliminar el signo negativo antes de hacer la conversión.
Se mostró anteriormente como una segunda aplicación que el Complemento a 2 de los 2 procesos de conversión devuelve el número a su positivo original valor. Si toma el Complemento a 2 de un número negativo vuelve a su valor positivo, entonces el valor positivo se puede convertir a decimal usando el mismo proceso usado para un valor binario sin signo. Añadiendo un signo negativo al resultado decimal

completa la conversión. La figura 3-4 presenta un diagrama de flujo que muestra este proceso gráficamente.

Un segundo método para convertir el valor del Complemento a 2 de n-bit a decimal es realizar la conversión como lo haría un binario sin signo excepto que el dígito MSB se trata como $-2^{(n-1)}$ en lugar de $2^{(n-1)}$. Para ejemplo, el MSB de un valor complementario de 8-bit 2 representaría $-2^7 = -128$.



Convertir un número de complemento de dos a un decimal

En el caso de 10100110_2, el MSB es un 1. Por lo tanto, es un número negativo. Siguiendo la rama derecha del diagrama de flujo en la Figura 3-4, vemos que debemos tomar el complemento de los dos para encontrar el positivo contrapartida de nuestro número negativo.

Negative value	1	0	1	0	0	1	1	0
1's comp. of negative value	0	1	0	1	1	0	0	1
2's comp. of negative value	0	1	0	1	1	0	1	0

Ahora que tenemos la contraparte positiva para el complemento de los 2 valores del número negativo 10100110_2, lo convertimos a decimal sólo como hicimos con el valor binario sin signo.

$$01011010_2 = 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^1 = 64 + 16 + 8 + 2 = 90_{10}$$

Dado que el valor del Complemento a 2 original fue negativo para empezar, el valor 10100110_2 en forma de Complemento a 2 de 8-bit, es -90.

Podemos duplicar este resultado usando el segundo método de conversión, es decir, convertir 10100110_2 utilizando el método binario sin signo mientras el MSB lo tomamos como -2^7. En este caso, hay un 1 en el -2^7, 2^5, 2^2, y 2^1 posiciones.

$$10100110_2 = -2^7 + 2^5 + 2^2 + 2^1 = -128 + 32 + 4 + 2 = -90_{10}$$

A continuación, vamos a hacer la conversión suponiendo 10100110_2 está en 8-bit Signo-Magnitud donde el MSB representa el bit de signo. Al igual que en Complemento a 2, el MSB en 1 significa que el número es negativo.
La conversión de un número binario de Signo-Magnitud a decimal es diferente del Complemento a 2. En el caso de Signo-Magnitud, eliminamos el MSB y convertimos los bits restantes utilizando los mismos métodos de convertir binario sin signo a decimal. Cuando esté hecho, colocar un negativo delante del resultado decimal sólo si el MSB era igual a 1.

Meaning of bit position	Sign	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Binary value	1	0	1	0	0	1	1	0

Para convertir este valor a un número positivo, elimine el bit de signo.
A continuación, calcule la magnitud tal como lo haríamos para el caso sin signo.

$$0100110_2 = 2^5 + 2^2 + 2^1 = 32 + 4 + 2 = 38_{10}$$

Dado que el MSB del valor original fue igual a 1, el Signo-Magnitud era un número negativo para empezar, y tenemos que añadir un signo negativo. Por lo tanto, 10100110_2 en 8-bit, en Signo-Magnitud se representa igual a -38_{10}.
Pero ¿qué pasa si este número binario era en realidad es un número de 10 bits y no un número de 8 bits? Bueno, si es un número de 10 bits (00101001102), el MSB es 0 y por lo tanto es un número positivo. Esto hace que nuestra conversión mucho más fácil. El método para convertir un valor binario positivo a un valor decimal es el mismo para las tres representaciones. La conversión dice algo como esto:

Bit position	MSB	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Binary value	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0

$$0010100110_2 = 2^7 + 2^5 + 2^2 + 2^1 = 128 + 32 + 4 + 2 = 166_{10}$$

Esta discusión muestra que es posible para un patrón binario de unos y ceros pueda tener tres interpretaciones. Todo depende de cómo se le ha dicho a la computadora que interprete el valor.
En un lenguaje de programación como C, la forma en que un ordenador trata una variable depende de cómo se declare. Variables declaradas como int sin signo se almacenan en notación binaria sin signo. Variables declaradas como int se tratan como complemento de 2 o signo-magnitud dependiendo del procesador y/o compilador.

3.3.7 Mínimos y Máximos

Cuando se utiliza un número finito de posiciones de bits para almacenar información, es necesario poder determinar los valores mínimos y máximos que cada representación binaria puede manejar. Un fallo al hacer esto podría resultar en errores en el software que se crea. Esta sección calcula el mínimo

y valores máximos para cada una de las tres representaciones discutidas en este y el capítulo anterior usando un número fijo de bits, n.
Vamos a empezar con la representación más básica, binario sin signo. El valor más pequeño que se puede representar con binario sin signo se produce cuando todos los bits son iguales a cero. Conversión desde binario a decimal en 0 + 0 + ... + 0 = 0. Por lo tanto, para un número de n bits:

Número binario sin signo de n-bit mínimo = 0

El valor más grande que se puede representar con binario sin signo se alcanza cuando todos los n bits son iguales. Cuando convertimos este valor de binario a decimal, obtenemos $2^{n-1} + 2^{n-2} + ... + 2^0$. Como era se muestra en el capítulo 2, añadiendo uno a esta expresión resulta en 2^n.
Por lo tanto, para un número binario sin signo de n-bit, el máximo es:

Número binario máximo n-bit sin signo = 2^{n-1}

A continuación, vamos a examinar los valores mínimos y máximos para representación de complemento a 2 con n-bit. A diferencia del caso sin signo, el más bajo valor decimal que se puede representar con n-bits en representación de complemento a 2 no es obvio. Recuerde, Complemento a 2 utiliza el MSB como bit de signo. Dado que el valor más bajo será negativo, el MSB se debe establecer en 1 (un valor negativo). Pero ¿que se debe hacer con todo los bits restantes? Una inclinación natural es establecer todos los bits después de el MSB a uno. Este debe ser un gran número negativo, ¿verdad? Bueno, convertirlo a decimales resulta algo como el ejemplo de 8 bits de abajo:

2's comp. value	1	1	1	1	1	1	1	1
Intermediate 1's complement	0	0	0	0	0	0	0	0
Positive value of 2's comp.	0	0	0	0	0	0	0	1

Esto no es exactamente lo que esperábamos. Usando el método de complemento a 2 para convertir 111111_2 a un número decimal resulta en -1_{10}. Esto no podría ser el valor más bajo que se puede representar con complemento a 2.
Resulta que el valor más bajo posible de Complemento a 2 es el MSB de 1 seguido de todos los ceros como se muestra en el ejemplo de 8 bits a continuación. Para el conversión al trabajo, debe seguir estrictamente la secuencia presentada en Figura 3-4 para convertir el valor del complemento de un 2 negativo a decimal.

2's comp. value	1	0	0	0	0	0	0	0
Intermediate 1's complement	0	1	1	1	1	1	1	1
Positive value of 2's comp.	1	0	0	0	0	0	0	0

Conversión del valor positivo a decimal utilizando el método sin signo muestra que $10000000_2 = -2^7 = -128$. Traducir esto a n-bits nos da:

El valor máximo es un poco más fácil de encontrar. Es un número positivo, es decir, una MSB de 0. Los restantes n-1 bits se tratan como sin firmar representación de magnitud. Por lo tanto, para n bits:

$$\text{Número máximo del complemento a 2 de n-bit} = 2^{(n-1)} - 1$$

Por último, tenemos la representación de magnitud firmada. Para determinar la magnitud de un valor de Signo-Magnitud, ignorar la MSB y utilizar los bits n-1 restantes para convertir a decimales como si estuvieran en representación sin signo. Esto significa que los valores más grandes y más pequeños representado con un número de magnitud firmado n-bit es igual al positivo y valores negativos de un número binario sin signo (n-1)-bit.

$$\text{Número de signo-magnitud mínimo de n-bit} = -(2^{(n-1)} - 1)$$

$$\text{Número de signo-magnitud máximo de n-bit} = (2^{(n-1)} - 1)$$

Por ejemplo, en el cuadro 3-1 se comparan el mínimo y el máximo valor de un número de 8 bits para cada una de las representaciones binarias. La última columna muestra el número de valores enteros distintos posible con cada representación. Por ejemplo, hay 256 valores enteros entre 0 y 255, lo que significa que la representación binaria sin signo de 8 bits tiene 256 posibles combinaciones de 1 y 0, cada una de las cuales representa un diferente número entero en el rango.

Tabla 3-1 Comparación de representación para números binarios de 8 bits

Representation	Minimum	Maximum	Number of integers represented
Unsigned	0	255	256
2's Complement	-128	127	256
Signed Magnitude	-127	127	255

Así que ¿por qué signo-magnitud con 8-bit sólo puede representar 255 en lugar de 256? Es porque en la signo-magnitud 00000000_2 y 10000000_2 ambos representan el mismo número, un decimal 0.

REPRESENTACIÓN NUMÉRICA EN COMPLEMENTO A DOS.

En el sistema binario, la forma más utilizada para representar los números enteros con signo es la de complemento a dos. Los circuitos microprocesadores poseen internamente unidades de procesamiento aritmético que trabajan bajo este formato, el cual puede estar constituido por n bits múltiplos de la potencia de base dos. Por ejemplo, para representar los números positivos y negativos se definen datos con tamaño estándar: ocho bits, 16 bits, 32 bits, etc.

En este formato, el bit más significativo (MSB) del dato se utiliza para indicar el signo y los bits restantes representan la magnitud del número. En la figura 1.2 se puede apreciar la representación del formato utilizado para 16 bits, donde el más significativo (B15) indica que el signo es negativo si vale uno o positivo si vale cero. Las cantidades positivas se encuentran en binario normal mientras que los números negativos están en complemento a dos, esto significa que estos últimos, se deben complementar para poder hallar su verdadero valor.

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL MAR DEL PLATA
SISTEMAS DE PROCESAMIENTO DE DATOS
1er Año – 1er Cuatrimesrte
PROFESORES: L. Chiessa - R. Soto - E. Monaco - G. Gimenez - V. Tomich

OPERACIONES ARITMÉTICAS EN COMPLEMENTO A DOS.

La suma y resta son las operaciones básicas realizadas por los microprocesadores, cualquiera otra operación, es consecuencia **recursiva** de éstas. A continuación se describen estas dos operaciones aritméticas, realizadas con números binarios en complemento a dos utilizando formato de signo y magnitud de 16 bits.

SUMA EN COMPLEMENTO A DOS.

Son cuatro casos que se presentan al sumar dos datos en formato con signo de complemento a dos:

I) SUMA DE DOS NÚMEROS POSITIVOS. El resultado debe ser positivo, y el bit más significativo de la suma, siempre dará cero.

Ejemplo: A = 100011111000100_2; B = 10010110111011_2.

```
  0 1 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0₂ +
  0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1₂
  0 1 1 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 1 1₂
```

Acarreo del 16vo bit = 0; A>0; B>0

Antes de realizar la suma binaria se debe tener la precaución de sumar en decimal los números. De esta manera se puede chequear el resultado de la suma para tener la certeza de que no exceda el valor $+32767_{10}$ y por lo tanto no sobrepasar el formato de 16 bits (Esto se conoce como OVERFLOW). También el 16vo bit en uno señala el sobreflujo de la operación.

II) SUMA DE UNO NEGATIVO Y OTRO POSITIVO. El resultado debe poseer el signo del que tenga mayor valor absoluto. En este caso el resultado es positivo y el 16vo bit vale cero.

Ejemplo: A = 1101011001010110_2; B = 110110110111011_2

```
  1 1 0 1 0 1 1 0 0 1 0 1 0 1 1 0₂ +
  0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1₂
1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1₂
```

Acarreo del 16vo bit = 0; A<0; B>0

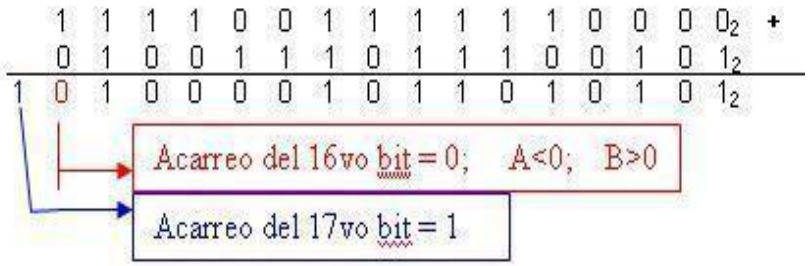
III) SUMA DE UNO POSITIVO Y OTRO NEGATIVO. El resultado debe poseer el signo del que tenga mayor valor absoluto. En este caso el resultado es negativo y el 16vo bit vale cero; del mismo modo no se debe tomar en cuenta el acarreo del 17vo bit.

Ejemplo: A = 11011011010101_2; B = 1001011011101001_2

```
  0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1₂ +
  1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 0 0 1₂
0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0₂
```

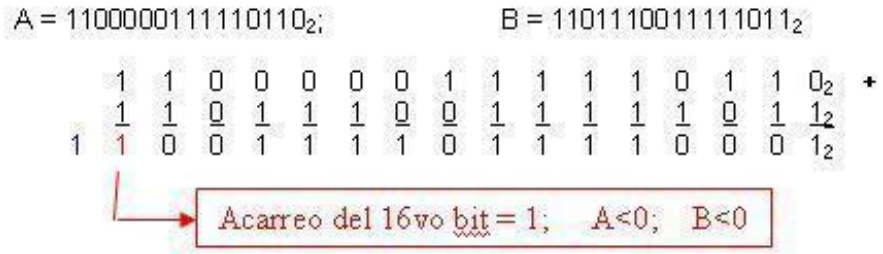
Acarreo del 16vo bit = 0; A>0; B<0

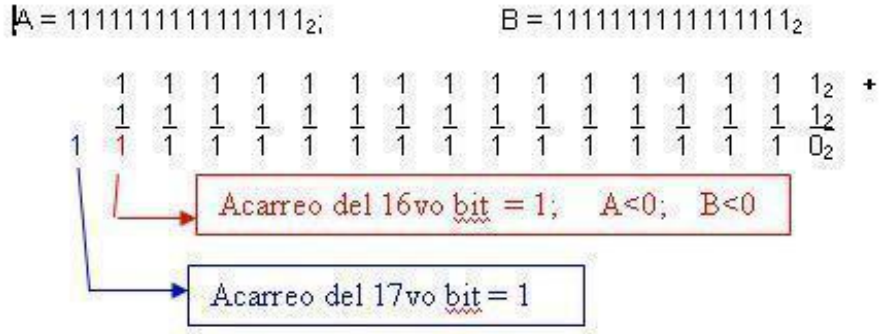
A = 1111001111110000_2; B = 100111011100101_2



Con dos números de distintos signos se dan los casos de acarreo en el 17vo bit. Si éste acarreo es cero significa que el resultado es negativo y se debe complementar para hallar su verdadero valor de la otra forma, si el acarreo es uno, entonces el signo del resultado es mayor o igual a cero y se encuentra en verdadero valor.

IV) SUMA DE DOS NÚMEROS NEGATIVOS. El resultado debe ser negativo, por lo tanto el bit más significativo de la suma siempre dará uno.





Antes de realizar la suma binaria se debe tener la precaución de sumar en decimal los números. De esta manera se puede chequear el resultado de la suma para tener la certeza de que no exceda el valor -32767_{10} y por lo tanto no sobrepasar el formato de 16 bits (Esto se conoce como OVERFLOW). También el 16vo y/o 17vo bits en cero señalan el sobreflujo de la operación.

RESTA EN COMPLEMENTO A DOS.

La resta en complemento a dos resuelve el problema de esta operación con los signos. Por ejemplo, el sustraendo negativo y minuendo positivo produce un resultado positivo; la resta de dos números A y B negativos puede dar resultados positivos o negativos. Para realizarla se procede con la fórmula definida de la siguiente forma: $A - B = A + N_2^{C-1}(B) + 1 = A + N_2^{C}(B)$ **(Ec.1.5)**; La diferencia de dos números, **A menos B** es equivalente a la suma de **A** más el complemento a dos de **B**.

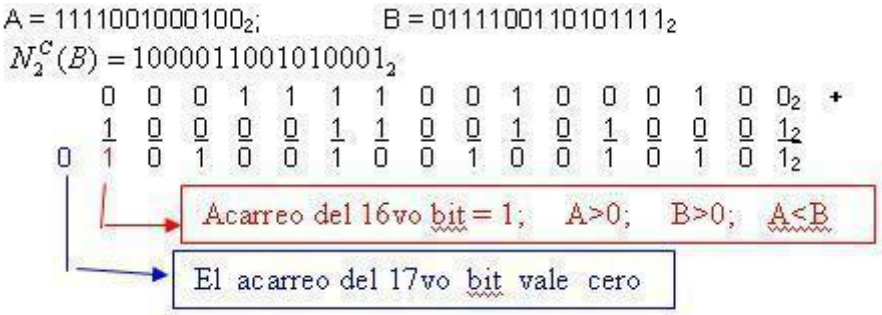
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL MAR DEL PLATA
SISTEMAS DE PROCESAMIENTO DE DATOS
1er Año – 1er Cuatrimesrte
PROFESORES: L. Chiessa - R. Soto - E. Monaco - G. Gimenez - V. Tomich

I) Resta de dos números positivos. El resultado puede presentar varias formas que se determinan con los siguientes casos:

(A <u>mayor o igual que</u> B):

De está manera, el resultado queda en forma binaria normal y es igual a valor del 17vo bit no se toma en cuenta para el resultado. En decimal A=23751_{10} y B=15186_{10}; entonces A-B=8565_{10} = 0010000101110101_2

(A <u>menor que</u> B):



De está manera, el resultado es negativo y queda en forma de complemento a dos, el acarreo del 17vo bit no se toma en cuenta. Sin embargo, para saber el verdadero valor, el resultado se debe complementar a dos. Este es un número binario negativo de 16 bits, lo cual tiene un valor de: $N_2^C(N_2^C(B)) = 0101101101101011_2$. En decimal la operación se efectúa: A = 7748_{10} y B = 31151_{10} entonces el resultado es A-B = -23403_{10}.

II) RESTA DE DOS NÚMEROS NEGATIVOS Y DE DISTINTO SIGNO. El resultado puede presentar varias formas que se determinan aplicando los mismos casos de la suma en formato de 16 bits.

Tabla. Resumen de las operaciones suma y resta binaria con los datos A y B, utilizando el formato de 16 bits.

Operación	***Acarreo 17vo bit***	***Acarreo 16vo bit***	***Resultado***	***Observaciones***
A+B A>0; B>0	0	0	Positivo en binario normal	Chequear para no exceder el formato de 16 bits.
A+B A>0; B<0 **(**)**	0	1	Negativo en complemento a dos	Complementar los 16 bits para obtener el verdadero valor.
A+B A<0; B>0 **(**)**	1	0	Positivo en binario normal	El 17vo bit no se toma en cuenta para el resultado.
A+B A<0; B<0	1	1	Negativo en complemento a dos	Complementar los 16 bits para obtener el verdadero valor, Chequear para no exceder el formato de 16 bits y el 17vo bit no se toma en cuenta.
A-B A>0; B>0 A>=B	1	0	Positivo en binario normal	El 17vo bit no se toma en cuenta para el resultado.
A-B A>0; B>0 A<B	0	1	Negativo en complemento a dos	Complementar los 16 bits para obtener el verdadero valor.
A-B A>0; B<0	0	0	Positivo en binario normal	Chequear para no exceder el formato de 16 bits.
A-B A<0; B>0	1	1	Negativo en complemento a dos	Complementar los 16 bits para obtener el verdadero valor, Chequear para no exceder el formato de 16 bits y el 17vo bit no se toma en cuenta.
A-B A<0; B<0 **(**)**	0	1	Negativo en complemento a dos o positivo normal	Complementar los 16 bits para obtener el verdadero valor o dejarlo igual. Todo depende de la magnitud de A y B.
	(**) Se producen resultados negativos o positivos dependiendo del mayor entre A y B.			