**Ασκηση 1**

**Ερώτηση 1** Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

**Απάντηση:**

Έχουμε Α(θ) , δηλαδή ομοιόμορφη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ,άρα η στοχαστική μέση τιμή θα είναι ίση με το μηδέν.

Συγκεκριμένα :

**Ερώτηση 2** Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *rand(·)* της MATLAB δημιουργήστε K υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

**Απάντηση:**

Η αριθμητική μέση τιμή της στοχαστικής διαδικασίας για Κ=10 υλοποιήσεις είναι 0.1216 αρκετα κοντά στην στοχαστική μέση τιμή που υπολογίσαμε προηγουμένως που είναι μηδέν. Αυτό που παρατηρούμε καθώς αυξάνουμε τις Κ υλοποιήσεις είναι ότι η αριθμητική μέση τιμή πλησιάζει όλο και περισσότερο την στοχαστική.

|  |
| --- |
|  |
|  |

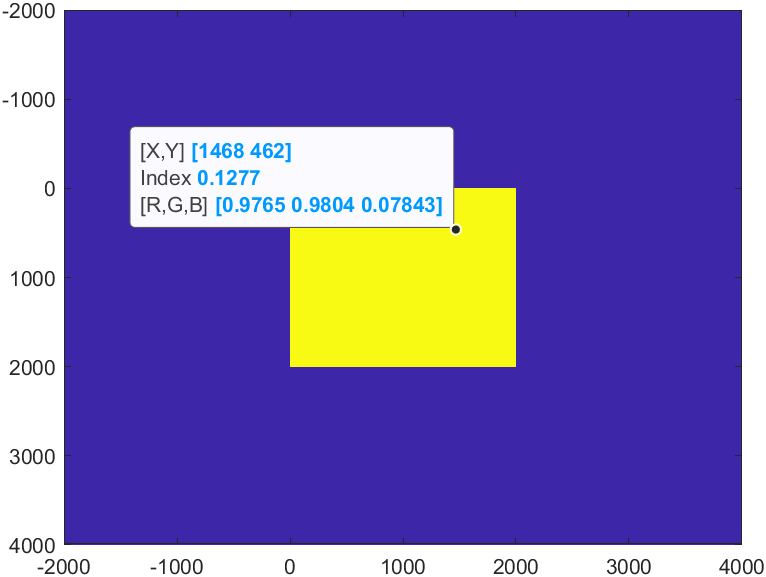
**Ερώτηση 3** Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Είναι η παραπάνω διαδικασία “λευκή”; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

**Απάντηση:**

Για να είναι μία διαδικασία λευκή θα πρέπει η αυτοσυσχέτιση των στοιχείων ανα δύο να είναι ίση με το μηδέν

*Οπότε συμπεραίνουμε ότι η παραπάνω διαδικασία δεν είναι λευκή!*

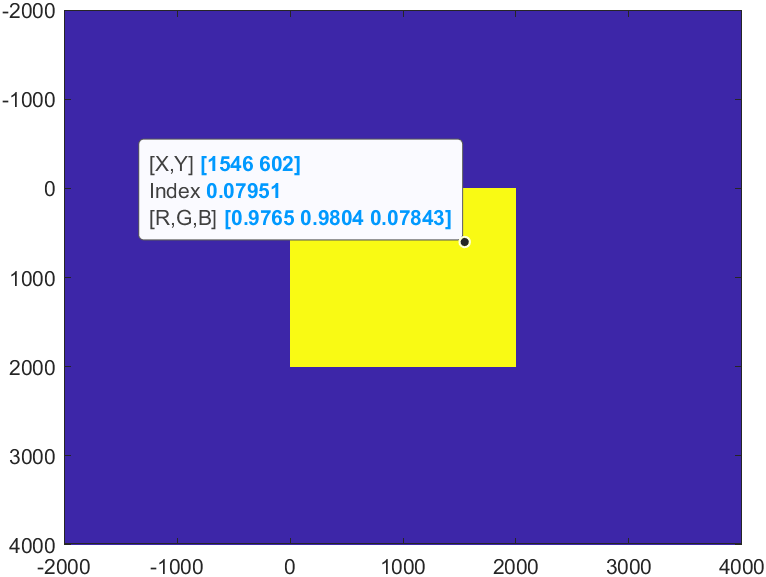
Αυτό μπορούμε να το παρατηρήσουμε και από την απεικόνιση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης, όπου θα έπρεπε να έχω μη-μηδενικές τιμές μόνο επί τις διαγωνίου για να θεωρηθεί η διαδικασία λευκή.



**Ερώτηση 4** Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Ερωτήματος 2, εκτιμήστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης. Τι παρατηρήτε καθώς αυξάνει ο αριθμός K των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;

**Απάντηση:**

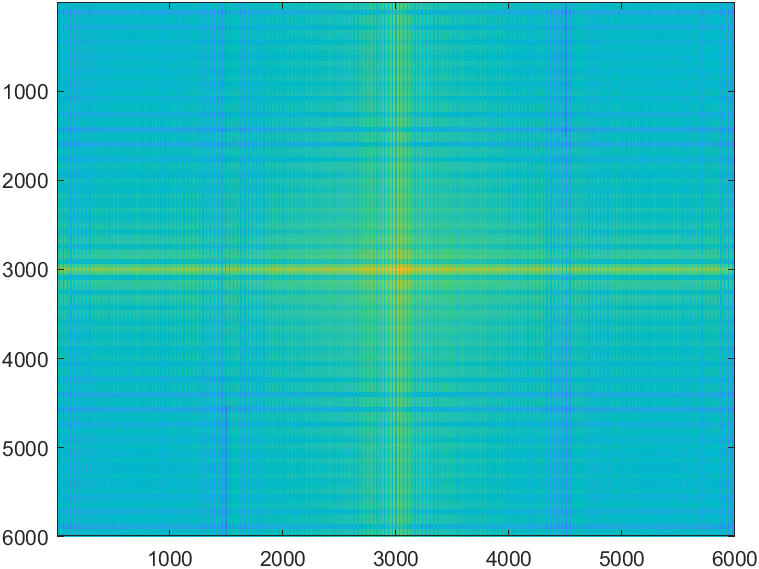
Καθώς αυξάνεται ο Κ αριθμός των υλοποιήσεων βλεπουμε πως δεν αλλάζει σχεδόν τίποτα. Η αυτοσυσχέτιση των μη-μηδενικών σημείων κυμαίνεται κοντά στο 0.08 , η διαδικασία που έχουμε λοιπόν δεν είναι λευκή. Έχουμε λοιπόν την παρακάτω απεικόνιση για Κ=1000.



**Ερώτηση 5** Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το K;

**Απάντηση:**

Για να υπολογίσουμε την πυκνότητα φάσματος τις διαδικασίας, χρησιμοποιούμε τον μετασχηματισμό Fourier στην ακολουθία αυτοσυσχέτισης. Δηλαδή :

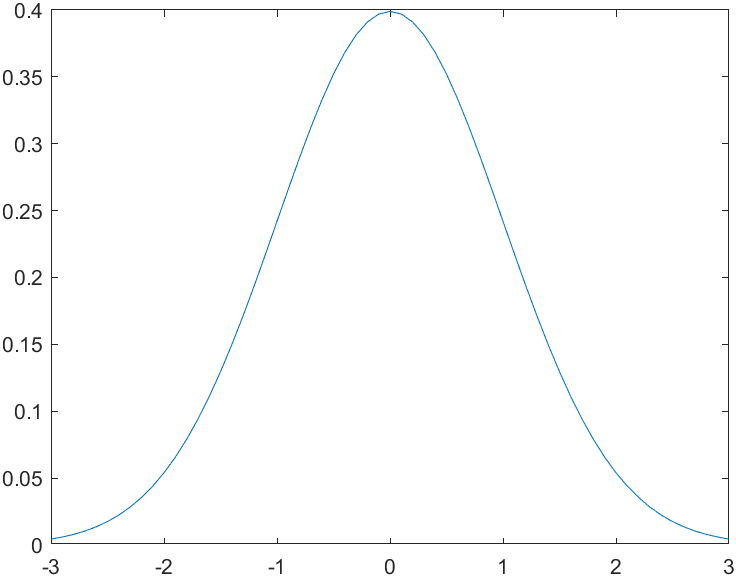


**Ασκηση 2**

**Ερώτηση 1** Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

**Απάντηση:**

Γνωρίζουμε ότι Χ(n,θ)=A(θ)(u(n)-u(n-1999)) όπου Α(θ)~Ν(0,1), δηλαδή η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας έχει αυτή την μορφή



Αφού από την pdf ξέρουμε ότι Ε{Α(θ)}=0

**Ερώτηση 2** Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *randn(·)* της MATLAB δημιουργήστε K υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρήτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

**Απάντηση:**

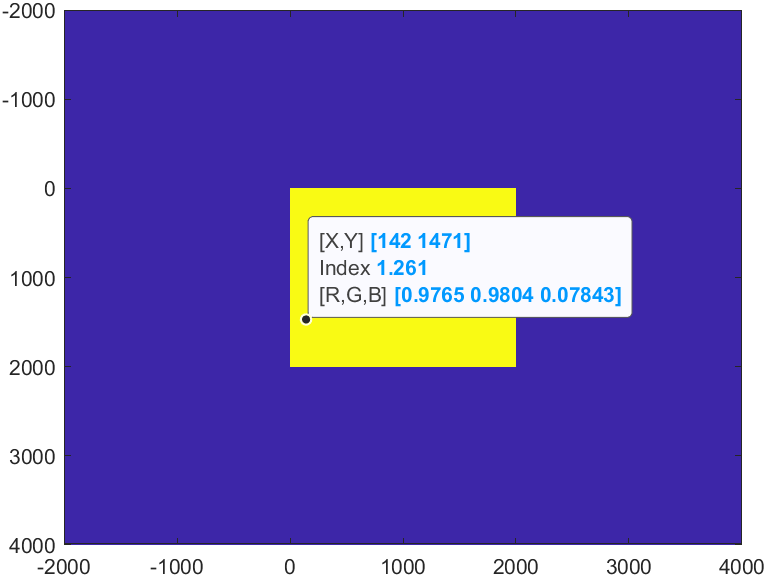
|  |
| --- |
|  |
|  |

Καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων η αριθμητική μέση τιμή πλησιάζει στο -0.5

**Ερώτηση 3** Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Είναι η παραπάνω διαδικασία “λευκή”; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

**Απάντηση:**

Η διαδικασία δεν είναι λευκή για τους ίδιους λόγους όπως και στην ασκηση 1. Κάνοντας τις πράξεις όπως και στην ασκηση 1 έχουμε:



**Ερώτηση 4** Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Ερωτήματος 2, εκτιμήστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης. Τι παρατηρήτε καθώς αυξάνει ο αριθμός K των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;

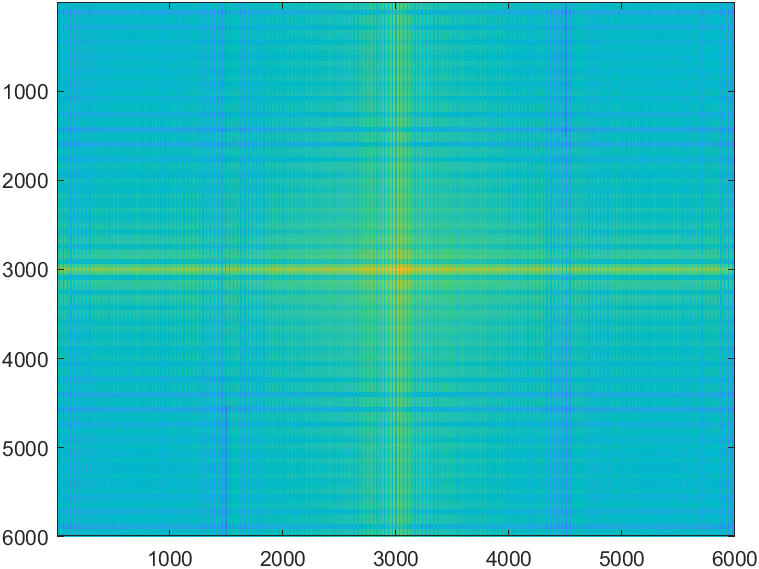
**Απάντηση:**

Καθώς αυξάνει ο αριθμός Κ των υλοποιήσεων η ακολουθία αυτοσυσχέτησης πλησιάζει όλο και περισσότερο στην τιμή 1.

**Ερώτηση 5** Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το K;

**Απάντηση:**

Για να υπολογίσουμε την πυκνότητα φάσματος τις διαδικασίας, χρησιμοποιούμε τον μετασχηματισμό Fourier στην ακολουθία αυτοσυσχέτισης. Την υπολογίζουμε με τον ίδιο τρόπο όπως και στην άσκηση 1. Άρα:

****

**Ασκηση 3**

**Ερώτηση 1** Χρησιμοποιήστε αποδοτικά τον Νόμο των Μεγάλων Αριθμών και αποκαλύψτε την εικόνα που κρύβεται στην ακολουθία. Εκτιμήστε την διασπορά του θορύβου καθώς και την κατανομή του.

**Απάντηση:**

|  |
| --- |
|  |
|  |

**Ερώτηση 2** Χρησιμοποιώντας την εικόνα που αποκαλύψατε, επιβεβαιώστε το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα.

**Απάντηση:**