

Raffinamento della progettazione di Basi di Dati

Dipendenze funzionali e Chiavi

Introduzione

- La modellazione concettuale ci fornisce un insieme di relazioni e di vincoli di integrità che costituiscono una buona base di partenza per la progettazione di una base di dati relazionale
- Tuttavia, i vincoli di integrità possono essere utilizzati per un ulteriore raffinamento dello schema relazionale
- Questo raffinamento permette di evitare alcune anomalie molto generali che possono rendere inconsistente o difficile da mantenere la nostra base di dati

Possibili anomalie della base di dati

- Immaginiamo di avere la seguente tabella:

<u>Impiegato</u>	Stipendio	<u>Progetto</u>	Bilancio	Funzione
Rossi	20	Marte	2	tecnico
Verdi	35	Giove	15	progettista
Verdi	35	Venere	15	progettista
Neri	55	Venere	15	direttore
Neri	55	Giove	15	consulente
Neri	55	Marte	2	consulente
Mori	48	Marte	2	direttore
Mori	48	Venere	15	progettista
Bianchi	48	Venere	15	progettista
Bianchi	48	Giove	15	direttore

Esempio

Impiegato	Stipendio	Progetto	Bilancio	Funzione
Rossi	20	Marte	2	tecnico
Verdi	35	Giove	15	progettista
Verdi	35	Venere	15	progettista
Neri	55	Venere	15	direttore
Neri	55	Giove	15	consulente
Neri	55	Marte	2	consulente
Mori	48	Marte	2	direttore
Mori	48	Venere	15	progettista
Bianchi	48	Venere	15	progettista
Bianchi	48	Giove	15	direttore

- Lo stipendio per ciascun impiegato è unico ed è funzione del solo impiegato, indipendentemente dai progetti cui partecipa
- Il bilancio per ciascun progetto è unico ed è funzione del solo progetto, indipendentemente dagli impiegati che vi partecipano.
- Ogni impiegato, in ciascun progetto cui partecipa, svolge una sola funzione, eventualmente diversa da progetto a progetto

Esempio

Impiegato	Stipendio	Progetto	Bilancio	Funzione
Rossi	20	Marte	2	tecnico
Verdi	35	Giove	15	progettista
Verdi	35	Venere	15	progettista
Neri	55	Venere	15	direttore
Neri	55	Giove	15	consulente
Neri	55	Marte	2	consulente
Mori	48	Marte	2	direttore
Mori	48	Venere	15	progettista
Bianchi	48	Venere	15	progettista
Bianchi	48	Giove	15	direttore

Questa relazione può causare «anomalie»:

- **Ridondanza:** lo stipendio di un impiegato si ripete in ogni tupla in cui compare l'impiegato
 - **Aggiornamento:** Se cambia lo stipendio di un impiegato, devo aggiornare tutte le tuple in cui compare quell'impiegato
- **Inserimento:** non posso inserire un nuovo impiegato senza un progetto a cui è assegnato
- **Cancellazione:** se un impiegato non partecipa più ad alcun progetto devo cancellarlo dalla tabella (!!)

Esempio

Anomalia di cancellazione: Se un impiegato interrompe la partecipazione a tutti i progetti senza lasciare l'azienda, dobbiamo cancellarlo definitivamente, a meno di ammettere valori nulli sulla chiave *Progetto*, il che è **inammissibile**.

Anomalia di inserimento: Un nuovo impiegato senza progetto non può essere inserito.

<u>Impiegato</u>	Stipendio	<u>Progetto</u>	Bilancio	Funzione
Rossi	20	Marte	2	tecnico
Verdi	35	Giove	15	progettista
Verdi	35	Venere	15	progettista
Neri	55	Venere	15	direttore
Neri	55	Giove	15	consulente
Neri	55	Marte	2	consulente
Mori	48	Marte	2	direttore
Mori	48	Venere	15	progettista
Bianchi	48	Venere	15	progettista
Bianchi	48	Giove	15	direttore

Ridondanza: Lo stipendio di ciascun impiegato è ripetuto in tutte le tuple relative.

Anomalia di aggiornamento: Se lo stipendio di un impiegato varia, è necessario andarne a modificare il valore in diverse tuple.

Causa delle anomalie

- L'origine delle anomalie è che abbiamo informazioni diverse in un'unica relazione:
 - gli impiegati e i loro stipendi;
 - i progetti con i relativi bilanci;
 - Il legame tra i progetti e gli impiegati (e il loro ruolo in ogni progetto)
- Per studiare in maniera sistematica questi aspetti, introduciamo il concetto di dipendenza funzionale (DF)
 - Una DF descrive legami di tipo funzionale tra gli attributi di una relazione

Esempio

<u>Impiegato</u>	<u>Stipendio</u>	<u>Progetto</u>	<u>Bilancio</u>	<u>Funzione</u>
Rossi	20	Marte	2	tecnico
Verdi	35	Giove	15	progettista
Verdi	35	Venere	15	progettista
Neri	55	Venere	15	direttore
Neri	55	Giove	15	consulente
Neri	55	Marte	2	consulente
Mori	48	Marte	2	direttore
Mori	48	Venere	15	progettista
Bianchi	48	Venere	15	progettista
Bianchi	48	Giove	15	direttore

- Lo **Stipendio** di un **Impiegato** è unico, indipendentemente dai progetti a cui collabora o dalla funzione nel progetto
 - Di conseguenza, il valore dell'attributo **Impiegato** *determina funzionalmente* il valore dell'attributo **Stipendio** (in altri termini, dato il valore di impiegato, il valore di stipendio è definito)
- Lo **Bilancio** di un **Progetto** è unico, indipendentemente dai progetti a cui collabora o dalla funzione nel progetto
 - Di conseguenza, il valore dell'attributo **Progetto** *determina funzionalmente* il valore dell'attributo **Bilancio**

Definizione formale di DF

Il concetto di dipendenza funzionale può essere formalizzato come segue:

- sia r una relazione sullo schema $R(X)$
- Siano Y e Z due sottoinsiemi non vuoti di X
- Z dipende funzionalmente da Y ($Y \twoheadrightarrow Z$) se per ogni coppia di tuple t_1 e t_2 di r vale che:

se $t_1[Y]=t_2[Y]$, allora $t_1[Z]=t_2[Z]$

[Ovvero se t_1 e t_2 hanno gli stessi valori su Y , allora hanno gli stessi valori anche su Z]

Come si identificano le DF?

- In generale, sono derivate da vincoli del mondo reale sul significato degli attributi di una relazione R
- Da notare:
 - data un'istanza di una relazione, è possibile solo inferire che una certa DF *potrebbe sussistere* tra certi attributi
 - viceversa, se si verifica la presenza di tuple che violano una certa DF, quello che si può inferire con certezza è che una certa DF non sussiste

Esempio

Teacher	Course	Text
Smith	Data Structures	Bartram
Smith	Data Management	Martin
Hall	Compilers	Hoffman
Brown	Data Structures	Horowitz

- Prendiamo la tabella popolata qui sopra:
 - da un lato, possiamo inferire che la dipendenza funzionale **Text** \square **Course** *potrebbe sussistere*, poiché non ci sono tuple che con identici valori di Text abbiamo diversi valori di Course (ma nulla esclude che potrebbero esserci in un'altra istanza della relazione!)
 - dall'altro, possiamo concludere con assoluta certezza che le DF **Teacher** \square **Course** , **Teacher** \square **Text** e **Course** \square **Text** *non possono sussistere*, dato che ci sono tuple con valori identici per l'attributo a sinistra della DF e valori diversi per l'attributo a destra

Esercizio

- Quali DF potrebbero sussistere per la seguente istanza di relazione?
- Quali invece non possono sussistere con certezza?

A	B	C	D
a1	b1	c1	d1
a1	b2	c2	d2
a2	b2	c2	d3
a3	b3	c4	d3

DF banali

- Prendiamo la possibile DF:

Impiegato, Stipendio \square Stipendio

- Essa è sicuramente verificata, in quanto il valore di Stipendio nella stessa tupla non può mai essere diverso da se stesso!
- Si dice quindi che si tratta di una DF *banale* (è sempre soddisfatta)
 - Una DF $Y \square A$ è banale se A appartiene a Y
 - Una DF $Y \square Z$ è non banale se nessun attributo in Z appartiene a Y
- Essendo le DF banali sempre soddisfatte, d'ora in poi ci riferiremo sempre e soltanto a DF non banali.

DF e chiavi

- Se prendiamo una chiave K di una relazione R si può facilmente verificare che esiste una DF tra K e ogni altro attributo dello schema di R :
 - per definizione, in R non possono esistere due tuple con lo stesso valore su K , e quindi una DF che ha K al primo membro sarà sempre soddisfatta.
 - perciò, esisterà sempre una DF tra una chiave di una relazione e tutti gli attributi dello schema della relazione (esclusi quelli della chiave stessa)
- Per questo si dice che **il concetto di DF generalizza quello di vincolo di chiave**
- Più precisamente, una DF $Y \twoheadrightarrow Z$ su uno schema $R(X)$ **degenera in un vincolo di chiave** se $Y \cup Z = X$. In tal caso, infatti, Y è (super)chiave per lo schema $R(X)$.

Esercizio

Quali DF *non banali* possiamo derivare dal fatto che gli attributi **Impiegato**, **Progetto** formano la chiave di questa tabella?

<u>Impiegato</u>	Stipendio	<u>Progetto</u>	Bilancio	Funzione
Rossi	20	Marte	2	tecnico
Verdi	35	Giove	15	progettista
Verdi	35	Venere	15	progettista
Neri	55	Venere	15	direttore
Neri	55	Giove	15	consulente
Neri	55	Marte	2	consulente
Mori	48	Marte	2	direttore
Mori	48	Venere	15	progettista
Bianchi	48	Venere	15	progettista
Bianchi	48	Giove	15	direttore

DF e anomalie

- Abbiamo detto che
 - **Impiegato** \square **Stipendio**
 - **Progetto** \square **Bilancio**
 - **Impiegato, Progetto** \square **Funzione**sono intuitivamente DF della Tabella esempio
- Tuttavia, tutte le anomalie discusse in precedenza appaiono legate solo alle prime due DF e non alla terza.
- Come possiamo spiegare questa differenza?

DF e anomalie

- Osservazione:
 - **Impiegato** \square **Stipendio** e **Progetto** \square **Bilancio** non contengono una chiave nella parte sinistra
 - **Impiegato**, **Progetto** \square **Funzione** invece sì (la coppia di attributi $\langle \text{Impiegato}, \text{Progetto} \rangle$ è una chiave)
- Una DF che contiene una chiave nella sua parte sinistra per definizione non può generare ridondanze,
- Ovvero non è possibile che alla coppia $\langle \text{Impiegato}, \text{Progetto} \rangle$ corrispondano funzioni diverse (altrimenti $\langle \text{Impiegato}, \text{Progetto} \rangle$ non sarebbe una chiave!)
- Le anomalie sono perciò causate solo dalle DF $Y \square Z$ tali che Y non contiene una chiave

Un po' di teoria delle DF

- Prima di vedere come risolvere in modo generale i problemi appena discussi, è necessario introdurre alcuni concetti e algoritmi generali su DF e chiavi di una relazione:
 - chiusura di un insieme di dipendenze funzionali
 - chiusura di un insieme di attributi
 - individuazione delle superchiavi di una relazione
 - copertura minimale per un insieme di dipendenze funzionali
- Questo ci fornirà gli strumenti teorici per affrontare la normalizzazione delle relazioni

Chiusura di un insieme di dipendenze funzionali

- Dato un insieme F di dipendenze funzionali (DF), è possibile calcolare altre DF che sono logicamente implicate da F .
 - Esempio: se $X \rightarrow Y$ e $Y \rightarrow Z$, allora $X \rightarrow Z$
- Un insieme F di DF **implica logicamente** una DF se ogni istanza che soddisfa F soddisfa anche
- L'insieme di **tutte** le DF logicamente implicate da F si chiama la **chiusura** di F e viene indicata con la notazione F^+

Problema: come facciamo a calcolare la chiusura di un insieme di dipendenze funzionali F ?

Assiomi di Armstrong

- F^+ può essere calcolato mediante gli **Assiomi di Armstrong (AA)**:
 - **Assioma di riflessività**: se $Y \twoheadrightarrow X$, allora $X \twoheadrightarrow Y$
 - **Assioma di aumento**: se $X \twoheadrightarrow Y$, allora $XZ \twoheadrightarrow YZ$
 - **Assioma di transitività**: se $X \twoheadrightarrow Y$ e $Y \twoheadrightarrow Z$, allora $X \twoheadrightarrow Z$
- Dagli AA si possono ottenere altre due regole derivate:
 - **Unione**: Se $X \twoheadrightarrow Y$ e $X \twoheadrightarrow Z$, allora $X \twoheadrightarrow YZ$
 - **Scomposizione**: Se $X \twoheadrightarrow YZ$, allora $X \twoheadrightarrow Y$ e $X \twoheadrightarrow Z$

Assiomi di Armstrong: correttezza e completezza

- Gli Assiomi di Armstrong (AA) sono:
 - **Corretti (sound)**: se gli AA generano una nuova dipendenza funzionale f a partire da un insieme F , allora f è logicamente implicata da F
 - **Completi (complete)**: se una dipendenza funzionale f è logicamente implicata da F , allora gli AA sono in grado di generarla

Questo equivale a dire che gli AA sono in grado di generare **TUTTE e SOLE** le dipendenze funzionali che sono logicamente implicate da F

Esempio di applicazione degli AA

- Assumiamo di avere una relazione R con l'insieme di DF:

$R = (A, B, C, G, H, I)$

$F = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, CG \rightarrow H, CG \rightarrow I, B \rightarrow H\}$

- Alcuni membri di F^+ sono:

- $A \rightarrow H$

- $AG \rightarrow I$

- $CG \rightarrow HI$

Esempio di applicazione degli AA

- Assumiamo di avere una relazione R con l'insieme di DF:
 $R = (A, B, C, G, H, I)$
 $F = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, CG \rightarrow H, CG \rightarrow I, B \rightarrow H\}$
- Alcuni membri di F^+ sono:
 - $A \rightarrow H$
 - per transitività da $A \rightarrow B$ e $B \rightarrow H$
 - $AG \rightarrow I$
 - arricchendo $A \rightarrow C$ con G e poi utilizzando la transitività con $CG \rightarrow I$
 - $CG \rightarrow HI$
 - arricchimento di $CG \rightarrow I$ con CG per ottenere $CG \rightarrow CGI$
 - arricchimento di $CG \rightarrow H$ con I per ottenere $CGI \rightarrow HI$
 - infine applicazione della transitività

Chiusura di un insieme di attributi

Algoritmo calcolare la chiusura di un insieme di attributi X :

- Si ponga $Y = X$
- Se esiste una DF $Z \rightarrow W$ in F dove $Z \subseteq Y$, si aggiunga W a Y
- Ripetere la procedura finché non è possibile aggiungere più nulla a Y

Chiusura di un insieme di attributi - Esempio

- Sia $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, AC \rightarrow D\}$
- Qual è la chiusura dell'attributo A (ovvero)?
- Applichiamo l'algoritmo di chiusura:
 - Poniamo = **A**
 - Deriviamo **B** (applicando la DF **A \rightarrow B**)
 - Poniamo = **AB**
 - Deriviamo **C** (applicando la DF **B \rightarrow C**)
 - Poniamo = **ABC**
 - Deriviamo **D** (applicando la DF **AC \rightarrow D**)
 - Poniamo = **ABCD**
- La chiusura di A (denotata da) è l'insieme di attributi ABCD

Copertura minimale di F

- Il calcolo della chiusura di un insieme F di DF può essere estremamente dispendioso, dato che potrebbe richiedere di derivare un numero esponenziale di DF
- Per ovviare a tale problema, è possibile introdurre una versione più semplice (ma logicamente equivalente) di un insieme F di DF chiamata **copertura minimale**
- Una **copertura minimale** di F è un insieme di DF tale che:
 - (ovvero, i due insiemi sono logicamente equivalenti, dato che la loro chiusura è identica)
 - Tutte le DF in sono della forma $X \rightarrow A$
 - Se rimuoviamo una DF o un attributo dal lato sinistro di una DF in , allora non è più equivalente a F, ovvero

NB: In generale, potrebbe esserci più di una copertura minimale per F!

- In altri termini, contiene una quantità minima di informazione per descrivere tutte le DF logicamente implicate da F
- E' possibile dimostrare che uno schema $\langle R(U), F \rangle$ è in BCNF sse le condizioni per essere in BCNF sono soddisfatte da . Per questa ragione possiamo limitarci a considerare

Calcolo della Copertura minimale

- Per calcolare la Copertura minimale di una relazione **R** è sufficiente applicare i seguenti passi:
 - **Step 1:** ogni DF con più di un attributo sul lato destro (**$X \rightarrow ABC\dots$**) va normalizzata (messa in **forma canonica**):
 - $X \rightarrow ABC\dots$ viene trasformata in un insieme di DF della forma:
 - **$X \rightarrow A$**
 - **$X \rightarrow B$**
 - **$X \rightarrow C$**
 - **\dots**

Calcolo della Copertura minimale

- **Step 2 (calcolo degli attributi estranei o ridondanti):** dato in insieme M di DF:
 - prendiamo una DF della forma $XA \rightarrow B$
 - verifichiamo se in M :
 - se sì, allora A è ridondante e può essere rimossa dal lato sinistro della DF
 - otteniamo M' rimuovendo da M la dipendenza $XA \rightarrow B$ e sostituendola con la dipendenza $X \rightarrow B$
 - altrimenti A non può essere rimossa

Calcolo della Copertura minimale

- **Step 3 (eliminazione delle DF ridondanti):** sia M un insieme di DF per una relazione R .
 - prendiamo una DF della forma $X \rightarrow A$
 - otteniamo M' rimuovendo da M la dipendenza $X \rightarrow A$
 - se usando M' , allora $X \rightarrow A$ è ridondante e può essere rimossa
 - altrimenti $X \rightarrow A$ non è ridondante

Copertura minimale - Esempio

Sia $\langle R(A,B,C,D,E), F \rangle$, con $F = \{ A \rightarrow BCE, CDB \rightarrow A, CD \rightarrow E, E \rightarrow B \}$

- Normalizzazione:
 - Da $A \rightarrow BCE$ ricaviamo $A \rightarrow B, A \rightarrow C, A \rightarrow E$,
 - Otteniamo l'insieme $\{ A \rightarrow B, A \rightarrow C, A \rightarrow E, CDB \rightarrow A, CD \rightarrow E, E \rightarrow B \}$
- Rimuoviamo gli attributi ridondanti dal lato sinistro delle DF:
 - = CDAEB, per cui B è ridondante
 - (niente da fare)
 - (niente da fare)
- Rimuoviamo le DF ridondanti:
 - Dall'attributo A è possibile derivare B senza usare $A \rightarrow B$
 - Dall'insieme CD posso ricavare E senza usare $CD \rightarrow E$
 - Quindi possiamo rimuovere $A \rightarrow B$ e $CD \rightarrow E$

Individuazione delle superchiavi di una relazione

- Come primo passo, possiamo usare la chiusura di un insieme di attributi X per verificare se X è una superchiave di una relazione R
- Metodo:
 - Partiamo da una relazione R con attributi \mathbf{U} e un insieme di dipendenze funzionali F :
$$\langle R(\mathbf{U}), F \rangle$$
 - Dato un insieme di attributi $X \subseteq \mathbf{U}$, calcoliamo e verifichiamo se $X^+ = \mathbf{U}$, ovvero se vale che
$$X \twoheadrightarrow \mathbf{U}$$
 - Se vale, X è una superchiave per $\langle R(\mathbf{U}), F \rangle$, altrimenti non lo è
- NB: l'insieme di attributi X potrebbe non essere una chiave minimale!!

Esempio

- Sia $\langle R(A,B,C,D), F \rangle$, dove $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, AC \rightarrow D\}$
 - $= ABCD$

A è una superchiave (di fatto una chiave, visto che è costituito da un solo attributo)
 - $= ACBD$

AC è una superchiave, ma non è una chiave (non è minimale)
 - $= BC$

B non è una superchiave (e *a fortiori* nemmeno una chiave)

Algoritmo per l'individuazione delle superchiavi

- **Step 1:** determinare l'insieme I degli attributi di $R(U)$ che non sono né sul lato sinistro né sul lato destro di una DF (attributi *Isolati*)
- **Step 2:** determinare l'insieme L degli attributi che sono solo sul lato sinistro di una qualsiasi DF (attributi *Left*)
- **Step 3:** determinare l'insieme R degli attributi che sono solo sul lato destro di una qualsiasi DF (attributi *Right*)
- **Step 4:** combinare gli attributi *Isolati* e *Left* (Step 1 e Step 2)
- **Step 5:** calcolare la chiusura degli attributi ottenuti nello Step 4
 - se la chiusura coincide con U , allora gli attributi ottenuti nello Step 4 costituiscono la sola chiave candidata
 - l'algoritmo termina
- **Step 6:** altrimenti, individuare gli attributi che non sono stati considerati negli Step 3 e 4 (che quindi sono solo a destra o su entrambi i lati)
- **Step 7:** partendo dalla chiusura degli attributi ottenuti nello Step 4 (se ce ne sono), combinarli uno alla volta con tutti i sottoinsiemi degli attributi ottenuti nello Step 6 e determinare le chiusure di attributi che sono uguali a U

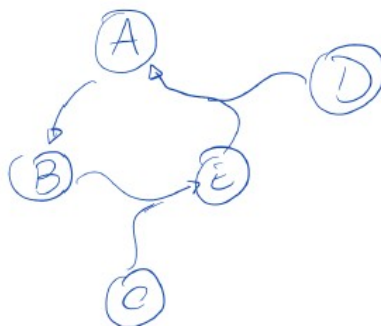
Esempio

Sia $\langle R(A,B,C,D,E), F \rangle$, dove $F = \{A \rightarrow B, BC \rightarrow E, ED \rightarrow A\}$

- Step 1 (*Isolati*): $\{\}$
 - Step 2 (*Left*): $\{C, D\}$
 - Step 3 (*Right*): $\{\}$
 - Step 4 (unione di *I* e *L*): $\{C, D\}$
 - Step 5 (chiusura): $= CD$ (non è una chiave)
 - Step 6: $\{A, B, E\}$
 - Step 7: $= ABCDE$ (chiave candidata)
-
- Aggiungere altri attributi produrrebbe solo superchiavi, per cui l'algoritmo termina
 - ACD, BCD e CDE sono le sole chiavi candidate

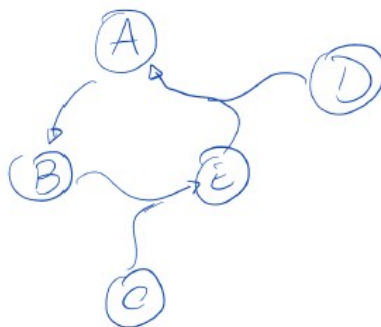
Grafo delle dipendenze

- Per calcolare le chiavi candidate è possibile usare come aiuto il **grafo delle dipendenze**
- Per l'esempio precedente, il grafo è il seguente:



- Le linee con le frecce rappresentano le dipendenze della relazione
- Seguendo le linee, è possibile stabilire se da un certo insieme di attributi posso raggiungere altri attributi

Grafo delle dipendenze



- Osservazione: se un nodo non ha nodi entranti (quindi anche se è isolato), allora deve necessariamente appartenere a ogni chiave candidata (cfr. **Step 4** dell'algoritmo)
 - Quindi C e D devono appartenere a ogni possibile chiave!
- Se considero solo CD, non posso raggiungere alcun altro nodo (**Step 5**)
- Se a C e D aggiungo A, allora da A raggiungo B, da BC raggiungo E. Quindi CDA è una chiave candidata
 - Analogamente se considero gli insiemi CDE e CDB
- Quindi CDA, CDB e CDE sono le tre chiavi candidate di R (**Step 6 e 7**)

Riflessione

Usando il grafo delle dipendenze, è più facile capire a cosa corrispondano i passi dell'algoritmo per il calcolo delle chiavi:

- Cosa rappresentano gli attributi che stanno nell'insieme *Left* o *Isolati*?
- Cosa rappresentano gli attributi che stanno nell'insieme *Right*?
- Perché l'algoritmo inizia considerando la chiusura dell'unione di *Left* e *Isolati*?
- Perché negli Step 6 e 7 vengono considerate tutte le combinazioni di attributi non considerati prima con la chiusura di quelli che appartengono a *Left* e *Isolati*?