Esercizio 1

Un corpo in quiete, avente massa $m = 80$ kg si muove con accelerazione $a = 0.2$ m/s^2 sotto l'azione di una forza F da calcolare. Calcolare inoltre la velocità del corpo dopo 30 secondi.

[$F = 16$ N, $v = 6$ m/s]

$m = 80\,kg$ $\quad a = 0.2\,ms^{-2}$ $\quad v(t=0) = 0\,ms^{-1}$ (in quiete)

$F = ?$ $\quad v(t = 30\,s) = ?$

$F = m \cdot a = 80\,kg \times 0.2\,ms^{-2} = 16\,N$

$v(t=30\,s) = v_0 + at = 0\,ms^{-1} + 0.2\,ms^{-2} \times 30\,s = 6\,ms^{-1}$

Esercizio 2

Una forza pari a 250 N è applicata ad un corpo di massa m = 650 kg su un piano orizzontale con velocità iniziale $v_i = 2$ m/s. Calcolare la velocità del corpo dopo 20 secondi.

[$v_f = 9.76$ m/s]

$F = 250\,N$ $\quad m = 650\,kg$ $\quad v_i = 2\,ms^{-1}$ $\quad t = 20\,s$

calcoliamo l'accelerazione

$$a = \frac{F}{m} = \frac{250\,N}{650\,kg} = 0.385\,ms^{-2}$$

calcoliamo la velocità dopo 20 s

$v(t=20\,s) = v_i + at = 2\,ms^{-1} + 0.385\,ms^{-2} \cdot 20\,s = 9.7\,ms^{-1}$

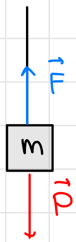
Esercizio 3

Un carico di 4 tonnellate viene sollevato da una gru alla velocità costante di v = 0.5 m/s; tale velocità viene raggiunta in 0.5 s. Trovare la forza a cui è sottoposto il cavo durante la fase di moto a velocità costante e durante la fase iniziale di moto accelerato.

[F_1 = 39240 N, F_2 = 43240 N]

$m = 4000\,kg$ $\qquad v = 0.5\,m/s$ $\qquad \Delta t = 0.5\,s$

- durante la fase di moto a velocità costante la risultante delle forze è nulla perchè $a = 0\,ms^{-2}$



$$0 = F_{Ris} = F - P$$

$$F = P = mg = 4000\,kg \times 9.81\,ms^{-2} = 39240\,N$$

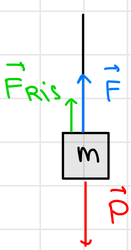
- durante la prima fase l'accelerazione è

$$a = \frac{v(0.5s) - v(0)}{\Delta t} = \frac{v}{\Delta t} = \frac{0.5\,ms^{-1}}{0.5\,s} = 1\,ms^{-2}$$

calcoliamo la forza risultante

$$F_{ris} = m \cdot a = 1\,ms^{-2} \times 4000\,kg = 4000\,N$$

$$= F - P$$



quindi $F = F_{Ris} + P = F_{Ris} + mg$

$$= 4000\,N + 39240\,N = 43240\,N$$

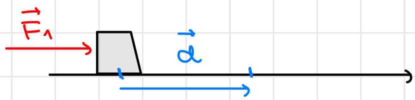
Esercizio 4

Un oggetto viene spostato in linea retta applicando una forza F_1 costante di 50 N per una distanza $d = 10\ m$. Calcola il lavoro compiuto.
Se la forza fosse stata applicata con una inclinazione di $\theta = 30°$ sarebbe cambiato qualcosa?, se sì di quanto?

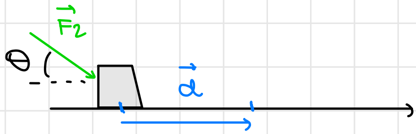
[L_1 = 500 J, sì L_2 = 433 J]

- $F = 50N \quad d = 10\ m$

$$L_1 = \vec{F} \cdot \vec{d} = F\, d$$
$$= 50N \cdot 10\ m = 500\ J$$



- $F_2 = 50\ N \quad d = 10\ m \quad \theta = 30°$

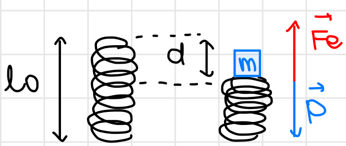


$$L_2 = \vec{F} \cdot \vec{d} = F d \cos\theta$$
$$= L_1 \cdot \cos 30° = 433\ J$$

Esercizio 5

Un corpo viene appoggiato su una molla, che si comprime di d = 0.2 m, sapendo che la costante elastica della molla è pari a k = 157 N/m, calcola la massa del corpo.

[m = 3.2 Kg]



siamo all'equilibrio, quindi
$F_{RIS} = 0$

$$F_{RIS} = Fe - P = Kd - mg$$

$$m = \frac{kd}{g} = \frac{157\ Nm^{-1} \cdot 0.2m}{9.81\ ms^{-2}} = 3.2\ Kg$$

Esercizio 6

Una macchina parte da ferma e si muove con accelerazione costante di 1.5 $m \cdot s^{-2}$ per 10 s. La massa della macchina è di 1.1×10^3 kg. Calcola la forza che deve generare il motore se considero che la risultante delle forze che si oppongono al moto è paria a $F = 600$ N.

[F = 2250 N]

$v(t=0) = 0\, m s^{-1}$ $\quad a = 1.5\, m s^{-2}$ $\quad \Delta t = 10\, s$

$m = 1.1 \times 10^3\, kg$ $\quad F_{opp} = 600\, N$

la risultante delle forze è $F_{ris} = m \cdot a = 1650\, N$

$F_{RIS} = F_{MOT} - F_{OPP} \rightarrow F_{MOT} = F_{OPP} + F_{RIS} = 2250\, N$

ESERCIZIO 7

traiettoria rettilinea secondo la legge oraria $x(t) = 2t^3 - 3t + 1$

- vogliamo calcolare velocità e accelerazione in un generico istante t

Per definizione $v(t) = \frac{ds(t)}{dt}$ e $a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2s(t)}{dt^2}$

nel nostro caso $s(t) = x(t)$ perché il moto è rettilineo e supponiamo che avvenga lungo l'asse x. Quindi

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(2t^3 - 3t + 1\right) = 6t^2 - 3$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(6t^2 - 3\right) = 12t$$

- Vogliamo calcolare lo spazio percorso in un intervallo di tempo compreso tra t_1 $(v_1 = 51\,m/s)$ e t_2 $(a_2 = 84\,m/s^2)$

Le leggi che descrivono il moto del punto materiale sono quelle trovate sopra:

$$\begin{cases} x(t) = 2t^3 - 3t + 1 \\ v(t) = 6t^2 - 3 \\ a(t) = 12t \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x(t) = 2\,m/s^3 \cdot t^3 - 3\,m/s \cdot t + 1\,m & [m] \\ v(t) = 6\,m/s^3 \cdot t^2 - 3\,m/s & [m/s] \\ a(t) = 12\,m/s^3\, t & [m/s^2] \end{cases}$$

NB: in realtà i coefficienti numerici non sono adimensionali, ma hanno opportune unità di misura:

(per semplicità trascuriamo le unità di misura corrette fino ai calcoli numerici)

Troviamo t_1, ovvero il tempo per cui il punto si muove con $v_1 = 51\,m/s$

$$51\,m/s = v_1 = v(t_1) = 6t_1^2 - 3 \longrightarrow 6t_1^2 - 3 - v_1 = 0$$

$$t_1 = \pm\sqrt{\frac{3 + v_1}{6}} = \pm\sqrt{\frac{3\,m/s + 51\,m/s}{6\,m/s^3}} = \pm\sqrt{9\,s^2} = 3\,s$$

Troviamo t_2, ovvero il tempo per cui il punto si muove con $a_1 = 84\,m/s^2$

$$84\,m/s^2 = a_2 = a(t_2) = 12t_2 \longrightarrow 12t_2 - a_2 = 0$$

$$t_2 = \frac{a_2}{12} = \frac{84\,m/s^2}{12\,m/s^3} = 7\,s$$

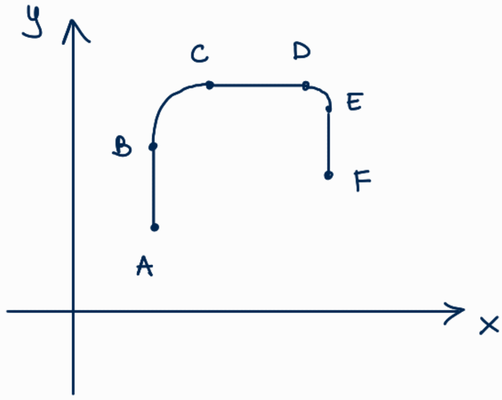
Ora che conosciamo i due istanti di tempo t_1 e t_2 possiamo calcolare lo spazio percorso:

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = \left(2t_2^3 - 3t_2 + 1\right) - \left(2t_1^3 - 3t_1 + 1\right) = 2(t_2^3 - t_1^3) - 3(t_2 - t_1)$$

$$= 2\,m/s^3\left[(7s)^3 - (3s)^3\right] - 3\,m/s\,[7s - 3s] =$$

$$= 2\,m/s^3 \cdot 316\,s^3 - 3\,m/s \cdot 4s = 632\,m - 12\,m = 620\,m$$

ESERCIZIO 8

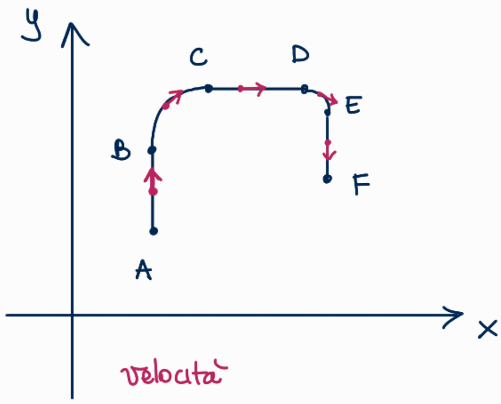


AB, CD, EF sono segmenti
BC, DE sono archi di circonferenza

Individuiamo il moto dell'auto nei vari tratti:

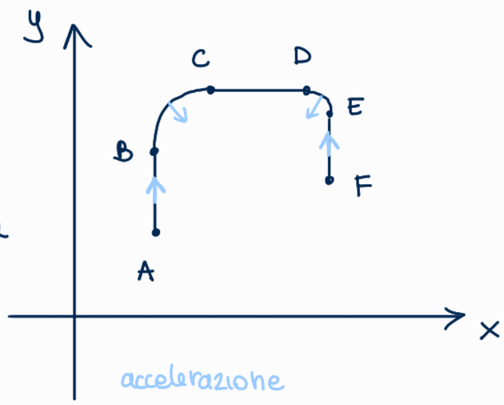
AB — moto accelerato con $v_{0A} = 0$
BC — moto circolare uniforme
(la velocità è costante in modulo, compie una traiettoria circolare)
CD — moto rettilineo uniforme
(velocità costante in modulo, traiettoria rettilinea)
DE — moto circolare uniforme
(velocità costante in modulo, traiettoria circolare)
EF — moto decelerato con $v_{fF} = 0$

quindi, nel tratto



AB $\vec{v}$ è diretta lungo l'asse y (90° con asse x)
$\vec{a}$ è diretta lungo l'asse y (90° con asse x)
(concorde con la velocità perchè l'auto sta accelerando)

BC $\vec{v}$ è diretta lungo la tangente alla traiettoria
(a metà curva forma 45° con l'asse x)
$\vec{a}$ è diretta radialmente verso il centro della circonferenza
(a metà curva forma −45° con l'asse x)



CD $\vec{v}$ è diretta lungo l'asse x (0° con asse x)
$\vec{a} = 0$

DE $\vec{v}$ è diretta lungo la tangente alla traiettoria
(a metà curva forma −45° con l'asse x)
$\vec{a}$ è diretta radialmente verso il centro della circonferenza
(a metà curva forma −135° con l'asse x)

EF $\vec{v}$ è diretta lungo l'asse y (−90° con asse x)
$\vec{a}$ è diretta lungo l'asse y (90° con asse x)
(verso opposto rispetto alla velocità perchè l'auto decelera)

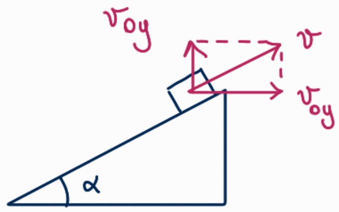
- Vogliamo confrontare i moduli dell'accelerazione nei tratti BC e DE

Per il moto circolare unifore, l'accelerazione centripeta dipende dalla velocità e dal raggio secondo la legge $a_c = \frac{V^2}{r}$

nei due tratti la velocità è uguale, ma siccome $r_{BC} > r_{DE}$ allora $a_{BC} < a_{DE}$

ESERCIZIO 9

Possiamo scomporre il moto della motocicletta in 2 parti



lungo l'asse x: il moto è rettilineo uniforme, perché una volta che la moto lascia la rampa non è sottoposta ad alcuna forza e quindi a nessuna accelerazione (trascuriamo l'attrito dell'aria)

$$x(t) = v_{ox}t$$

lungo l'asse y: il moto è rettilineo uniformemente accelerato perché la moto è sottoposta alla forza di gravità e quindi all'accelerazione di gravità g

$$\begin{cases} y(t) = \cancel{y_0} + v_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y(t) = v_{oy} + gt \end{cases}$$

poniamo $y_0 = 0$

v_{ox} e v_{oy} dipendono dalla pendenza della rampa $\begin{cases} v_{ox} = v\cos\alpha \\ v_{oy} = v\,\text{sen}\alpha \end{cases}$ con $\alpha = 10°$

Vogliamo calcolare la velocità minima che la motocicletta deve avere all'uscita della rampa per superare il fossato.

affinché la moto riesca a superare il fossato è necessario che nel tempo in cui percorre orizzontalmente i 7 m del fossato, non scenda al di sotto del livello della rampa

calcoliamo il tempo di volo t_v necessario a percorrere i 7m:

$$7m = x(t_v) = v_{ox}t_v \longrightarrow t_v = \frac{x(t_v)}{v_{ox}} = \frac{x(t_v)}{v\cos\alpha}$$

imponiamo che nel tempo di volo la motocicletta torni esattamente all'altezza della rampa $y=0$ per calcolare v_{MIN}

$$0 = y(t_v) = v_{oy}t_v + \frac{1}{2}gt_v^2 \longrightarrow v_{oy}\cancel{t_v} + \frac{1}{2}g\,t_v^{\cancel{2}} = 0$$

$$v_{MIN}\,\text{sen}\alpha + \frac{1}{2}g\,\frac{x(t_v)}{v_{MIN}\cos\alpha} = 0$$

$$v_{MIN}^2\,\text{sen}\alpha\cos\alpha + \frac{1}{2}g\,x(t_v) = 0$$

$$v_{MIN} = \pm\sqrt{\frac{-g\,x(t_v)}{2\,\text{sen}\alpha\cos\alpha}} =$$

$$v_{MIN} = \pm\sqrt{\frac{+9{,}81\,m/s^2\cdot 7\,m}{2\,\text{sen}10°\cos10°}} \simeq 14\ m/s$$

Esercizio 10

Un orologio a pendolo regolarmente funzionante sulla Terra viene trasportato sulla Luna, dove l'accelerazione di gravità è 1.6 m/s^2. Quando sulla Terra sono trascorsi 5 min di quanto è andato avanti l'orologio sulla Luna?

[$\Delta t = 2$ min]

supponiamo che sulla Terra il pendolo abbia:
$T = 1s$ (periodo)

calcoliamo la lunghezza del pendolo:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow L = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot g = \left(\frac{1s}{2\pi}\right)^2 \cdot 9.81\, m\, s^{-2} = 0.248\, m$$

sulla luna $g' = 1.6\, m\, s^{-2}$, calcoliamo il nuovo periodo del pendolo:

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.248\, m}{1.6\, m\, s^{-2}}} = 2.47\, s$$

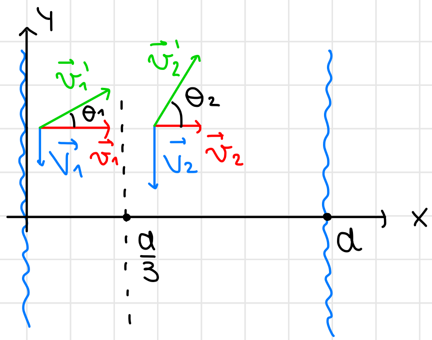
dopo 5 min l'orologio sulla luna segna

$$\Delta t = \frac{5\,min}{T'} = \frac{5\,min \times 60\,s}{2.47\,s} \approx 2\,min$$

Esercizio 11

Una barca attraversa un fiume largo 72 m. Il motore della barca permette di raggiungere una velocità di 4.2 m/s. L'acqua del fiume scorre inizialmente alla velocità di 2.0 m/s; quando la barca ha attraversato un terzo del fiume, la velocità dell'acqua aumenta a 2.4 m/s. Durante l'attraversamento la barca si muove perpendicolarmente alle rive del fiume, secondo un osservatore sulla riva. Quanto tempo impiega la barca ad attraversare il fiume?

[$t = 21$ s]



$d = 72\,m$

$v' = 4.2\,m\,s^{-1}$ velocità che esprime il motore della barca

NB: $|\vec{v}_1'| = |\vec{v}_2'| = v'$

$V_1 = 2\,m\,s^{-1}$ velocità della corrente fino a $\frac{d}{3}$

$V_2 = 2.4\,m\,s^{-1}$ velocità della corrente dopo $\frac{d}{3}$

v_1 = velocità risultante fino a $\frac{d}{3}$

v_2 = velocità risultante dopo $\frac{d}{3}$

sappiamo che $v_{1y} = v_{2y} = 0$ e essendo $V_{1x} = V_{2x} = 0$
abbiamo $v_1 = v_{1x} = v_1'{}_x$ e $v_2 = v_{2x} = v_2'{}_x$

$\hookrightarrow$ dobbiamo trovare θ_1 e θ_2

$$0 = v_{1y} = v_{1y}' - V_1 = v' \sin\theta_1 - V_1 \rightarrow \theta_1 = \arcsin\left(\frac{V_1}{v'}\right) = 28.4^\circ$$

$$0 = v_{2y} = v_{y}' - V_2 = v' \sin\theta_2 - V_2 \rightarrow \theta_2 = \arcsin\left(\frac{V_2}{v'}\right) = 34.9^\circ$$

calcoliamo v_1 e v_2:

$$v_1 = v'_{1x} = v' \cos\theta_1 = 3.69\ ms^{-1}$$

$$v_2 = v'_{2x} = v' \cos\theta_2 = 3.44\ ms^{-1}$$

calcoliamo t_1 = tempo per arrivare a $\frac{d}{3}$
e t_2 = tempo per arrivare da $\frac{d}{3}$ a d

$$t_1 = \frac{d}{3} \cdot \frac{1}{v_1} = \frac{24m}{3.69\ ms^{-1}} = 6.5s$$

$$t_2 = \frac{2}{3}d \cdot \frac{1}{v_2} = \frac{48m}{3.44\ ms^{-1}} = 14.0s$$

tempo per attraversare il fiume: $t = t_1 + t_2 = 20.5s$
$\approx 21s$