ESERCIZIO 1

- Determinare l'energia cinetica media di un singolo atomo di un gas ideale alle temperature di 0°C e 100°C

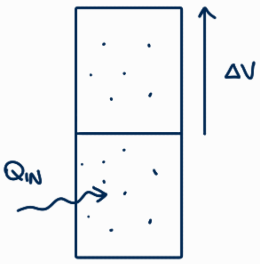
Non ha senso parlare di energia cinetica media di un gas composto da un singolo atomo

- Determinare l'energia cinetica media di una mole di gas ideale alle stesse temperature

$$\langle E_{K_0} \rangle = \frac{3}{2} K_B T \simeq \frac{3}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J/K \cdot 273\ K \simeq 5{,}65 \cdot 10^{-21}\ J$$

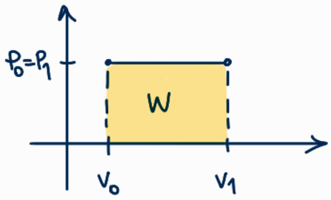
$$\langle E_{K_{100}} \rangle = \frac{3}{2} K_B T \simeq \frac{3}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J/K \cdot 373\ K \simeq 7{,}72 \cdot 10^{-21}\ J$$

ESERCIZIO 2



gas ideale
$Q_{IN} = 20{,}9\ J$
$V_0 = 50\ cm^3 \rightarrow 5 \cdot 10^{-5}\ m^3$
$V_1 = 100\ cm^3 \rightarrow 10 \cdot 10^{-5}\ m^3$
$P_0 = P_1 = 1\ bar \rightarrow 10^5\ Pa$
$n = 2 \cdot 10^{-3}\ mol$

- Determinare la variazione di energia interna del gas



P è costante $\Rightarrow$ si tratta di una trasformazione isobara che è caratterizzata da un lavoro pari a

$$W = P\Delta V = P_0 (V_1 - V_0) = 10^5\ Pa \cdot (10 \cdot 10^{-5} m^3 - 5 \cdot 10^{-3} m^3)$$
$$= \cancel{10^5}\ Pa \cdot 5 \cdot \cancel{10^{-5}}\ m^3 = 5\ J$$

Quindi la variazione di energia interna è data da $\Delta U = Q - W$
$$= 20{,}9\ J - 5\ J = 15{,}9\ J$$

- Determinare il calore specifico molare del gas

Vale la seguente relazione, dove Q è il calore ceduto al gas, n il numero di moli, $C_{s\,mol}$ il calore specifico molare

$Q = n \cdot C_{s\,mol} \cdot \Delta T$ $\rightarrow$ per calcolare il ΔT usiamo l'equazione di stato dei gas perfetti: $PV = nRT$

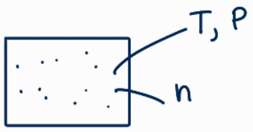
$$Q = n \cdot C_{s\,mol} \cdot \frac{P_0 (V_1 - V_0)}{nR}$$

$$\begin{aligned} P_0 V_0 &= nRT_0 \\ P_1 V_1 &= nRT_1 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} P_1 V_1 - P_0 V_0 &= nRT_1 - nRT_0 \\ P_0 (V_1 - V_0) &= nR(T_1 - T_0) \\ \Delta T &= \frac{P_0 (V_1 - V_0)}{nR} \end{aligned}$$

quindi
$$C_{s\,mol} = \frac{Q}{\cancel{n}} \cdot \frac{\cancel{n}R}{P_0 (V_1 - V_0)} \simeq 20{,}9\ J \cdot \frac{8{,}31\ J/mol \cdot K}{\cancel{10^5}\ Pa \cdot 5 \cdot \cancel{10^{-5}}\ m^3} =$$

$$\simeq \frac{20{,}9 \cdot 8{,}31}{5} \frac{J \cdot J}{\cancel{Pa \cdot m^3}\ mol \cdot K} \simeq 34{,}7\ J/mol\,K$$

ESERCIZIO 3



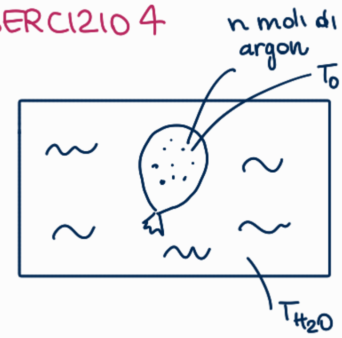
$T = 30° \rightarrow 303\ K$
$P = 10^5\ Pa$
$n = 1,5\ mol$

- Calcolare il volume occupato dal gas

Considerando l'ossigeno come un gas perfetto, possiamo usare l'equazione di stato

$$PV = nRT \rightarrow V = \frac{nRT}{P} \simeq \frac{1,5\ \cancel{mol} \cdot 8,31\ J/\cancel{mol}\,\cancel{K} \cdot 303\ \cancel{K}}{10^5\ Pa} \simeq 3,78 \cdot 10^{-2}\ m^3$$

ESERCIZIO 4



gas ideale
$n = 2,5\ mol$
$T_0 = 283\ K$
$T_{H_2O} = 303\ K$
$c_{V,argon} = 520\ J/Kg\,K$
$m_{u,argon} = 39,95\ g$

- Determinare la variazione di energia interna del gas una volta raggiunto l'equilibrio con l'acqua

L'energia interna di un gas ideale si può calcolare come $U = \frac{3}{2} nRT$, dove n è il numero di moli del gas e T è la temperatura a cui si trova

quindi $\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T = \frac{3}{2} nR(T_{eq} - T_0)$

Assumiamo come temperatura di equilibrio quella dell'acqua ($T_{H_2O} = 303$), perchè consideriamo la vasca come un serbatoio, visto che è grande

Allora $\Delta U = \frac{3}{2} nR(T_{eq} - T_0) \simeq \frac{3}{2} \cdot 2,5\ \cancel{mol}\ 8,31 \cdot \frac{J}{\cancel{mol} \cdot \cancel{K}} (303\ \cancel{K} - 283\ \cancel{K}) \simeq$

$$\simeq \frac{3}{2} \cdot 2,5 \cdot 8,31 \cdot 20\ J \simeq 623,3\ J$$

NB: Un modo alternativo per calcolare la differenza di energia interna è usare la formula
$$\Delta U = n C_V \Delta T$$
Ricordando che per un gas monoatomico come l'argon (è un gas nobile) $c_V = \frac{3}{2}R$, osserviamo che il risultato è identico. I dati del problema sono sbagliati perchè non ci viene fornito c_V ma il calore specifico dell'argon

Es. 5

$1\,l$ di H_2O a $T_i = 20\,°C$ $\rightarrow m_{H_2O} \approx 1\,kg$ e $c_V^{H_2O} = 4186 \frac{J}{kg\,K}$

$$Q = m\, c_V^{H_2O}\, \Delta T = 1\,kg \times 4186 \frac{J}{kg \cdot K} \times (100-20)\,K = 334.88\ kJ$$

$P = \frac{V^2}{R}$ con $V = 220\,V$, $R = 30\,\Omega$ $\rightarrow P = 1.613\ \frac{kJ}{s}$

$$\rightarrow \Delta t = \frac{Q}{P} = 207\,s \approx 3.5\ min$$

Es. 6 $m_T = 6 \times 10^{12}\,kg$, $M_s = 2 \times 10^{30}\,kg$

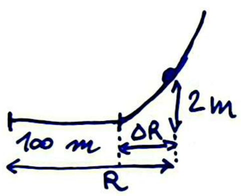
Bilancio Forze

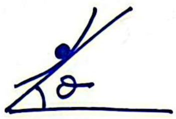
$F_{GRAVIT} = G \frac{m_T M_s}{R^2}$ e $F_{CENT} = m_T \frac{v^2}{R}$ con $v = \frac{2\pi R}{T}$, $T = 365$ days

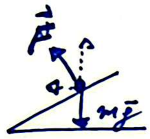
$$\rightarrow G \frac{\cancel{m_T} M_s}{R^2} = \cancel{m_T} \frac{v^2}{R} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{R^{\cancel{2}}}{\cancel{R}}$$

$$\rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{G M_s \cdot T^2}{(2\pi)^2}} \approx 1.50 \times 10^{11}\ m$$

Es. 7







$tg\,\theta = m_{tang} = 2\,a\,x|_R$ $\Leftarrow$ $\begin{cases} \Delta R = \frac{660}{2\pi} - 100 = 5.04\ m \\ a = \frac{y}{x^2} = \frac{2}{(\Delta R)^2} = 0.0787\ m^{-1} \end{cases}$

$\rightarrow \theta = arctg\,(2a\,x|_R)$

$$\begin{cases} F \cdot sen\,\theta = m \frac{v^2}{R} \\ F \cos\theta = mg \end{cases}$$

$$tg\,\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

$$\rightarrow v = \sqrt{Rg\ tg\,\theta} = \sqrt{Rg\, 2a\Delta R} \approx 28.6\ m/s \approx 103\ \frac{km}{h}$$