T **Es. 1**

$m = 2\ \text{ton} = 2\times10^3\ kg$ $\qquad \mu_d = 0.4$

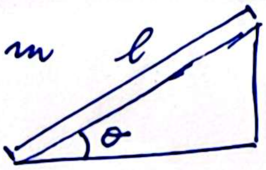
Serbatoio da $50\,L$ con $3.5\times10^8\ J/L$

Conserv. energia $\rightarrow$ $W_{serb} = F_{ATT}\cdot\Delta s$

$$\rightarrow \Delta s = \frac{W_{serb}}{F_{ATT}} = \frac{50\,L\cdot 3.5\times10^8\ J/L}{mg\,\mu_d} = 2230\ km$$

Es. 2

$m = 40\ kg \qquad \theta = 25° \qquad \mu_d = 0.3 \qquad l = 25\ m$



a) Scomposiz. forze : $F_{min} = mg\sin\theta + mg\cos\theta\,\mu_d = 272\ N$

$\rightarrow W = F_{min}\cdot l = 6.8\times10^3\ J$

b) $W' = 10^4\ J \quad \rightarrow \quad F = \frac{W'}{l} = 400\ N$

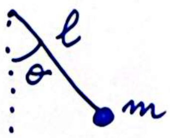
Es. 3

$m = 18\ \text{ton} = 18\times10^3\ kg \qquad v = 110\ \frac{km}{h} = 31\ \frac{m}{s}$

$E_K = \frac{1}{2} m v^2 = 8.6\times10^6\ J$

Es. 4

$l = 10\ cm \qquad \theta = 10° \qquad m = 70\ g$

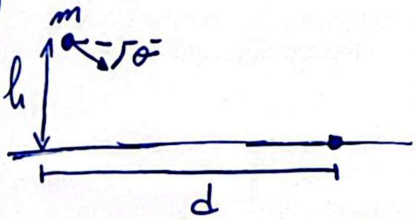


Al rilascio : $E_1 = mgl\cos\theta$

p.to minimo : $E_2 = mgl\,\cancel{\cos\theta}\ 1$

$\rightarrow \Delta E = mgl(1-\cos\theta) = 1.04\times10^{-3}\ J$

Es. 5

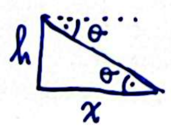


$h = 30\ m \ ,\ d = 2.5\ km$

$m = 5\ g \ ,\ \theta = -15°$

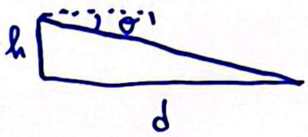
L'esercizio risulta irrisolvibile in quanto dai dati qui riportati si arriva a una definizione di $v_i = \sqrt{A}$, dove però $A<0$.

Inoltre, mettendoci nel caso limite in cui $g=0$ e mantenendo h e θ uguali a quanto indicato

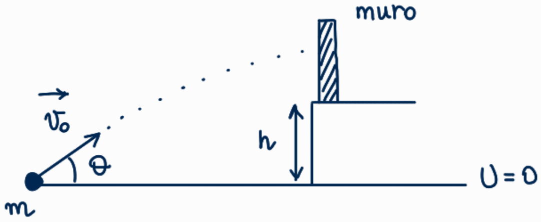


si trova che il piattello deve essere posto a $x \approx 112\ m$ che rappresenta un limite superiore, visto che non stiamo tenendo in considerazione la gravità.

Tenendo invece uguali h e d, si trova un $\theta' = 0.69°$ che anche in questo caso rappresenta un limite superiore.



ESERCIZIO 6



$m = 50\,kg$
$\theta = \pi/4$
$h = 3m$
$E_{max} = 10^5\,J$

Vogliamo calcolare la velocità con la quale la palla deve essere sparata per sfondare il muro.

Sappiamo che il muro regge fino a $E_{max} = 10^5\,J$. Sapendo che la palla di cannone riesce a trasferire solo il 70% della sua energia cinetica, ci possiamo calcolare l'energia cinetica della palla al momento dell'impatto necessaria a sfondare il muro ($K_{impatto}$)

$$E_{max} = \frac{70}{100} K_{impatto} \rightarrow K_{impatto} = \frac{100}{70} E_{max} = \frac{10\cancel{0}}{7\cancel{0}} \cdot 10^5\,J \simeq 1{,}42 \cdot 10^5\,J$$

Siccome su questo sistema non agiscono forze non conservative (trascuriamo l'attrito dell'aria) allora possiamo usare il teorema della conservazione dell'energia meccanica:

$E_i = E_f$ dove E_i = energia meccanica all'istante del lancio della palla
E_f = energia meccanica un istante prima dell'urto tra palla e muro

Ponendo lo 0 dell'energia potenziale gravitazionale a livello del suolo abbiamo:

$$E_i = K_i = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad , \quad E_f = K_{impatto} + U_f = K_{impatto} + mgh$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = K_{impatto} + mgh$$

$$v_0 = \pm \sqrt{\frac{2(K_{impatto} + mgh)}{m}} = \sqrt{\frac{2(1{,}42 \cdot 10^5\,J + 50\,kg \cdot 9{,}81\,m/s^2 \cdot 3m)}{50\,kg}} \simeq 76\,m/s$$

ESERCIZIO 7

$m = 200g$
$\theta_0 = 5°$
$T = 1s$

Vogliamo calcolare l'energia cinetica dopo $\frac{T}{4}, \frac{T}{3}, \frac{T}{2}$

A partire dalla formula del periodo del pendolo possiamo calcolare la sua lunghezza ℓ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad \rightarrow \quad T^2 = 4\pi^2 \frac{\ell}{g} \quad \rightarrow \ell = \frac{gT^2}{4\pi^2} \simeq \frac{9{,}81\ m/s^2 \cdot (1\,s)^2}{4\cdot(3{,}14)^2} = 0{,}25\,m$$

Per calcolare l'energia cinetica del pendolo per i vari istanti di tempo ci serve $v(t)$
Noi conosciamo la posizione angolare del pendolo in funzione del tempo nel caso in cui il pendolo parte da fermo:

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$$

dove θ_0 = posizione angolare iniziale del pendolo
$\omega_0 = \sqrt{g/\ell}$ pulsazione del pendolo

Derivando questa espressione ci possiamo calcolare la velocità angolare $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\theta_0 \cos(\omega_0 t)\right) = -\theta_0 \omega_0 \operatorname{sen}(\omega_0 t)$$

e la velocità lineare del pendolo $v(t) = \ell\,\omega(t)$ (il pendolo compie un moto circolare)

$$v(t) = \ell\,\omega(t) = -\theta_0 \omega_0 \ell \operatorname{sen}(\omega_0 t)$$

Allora l'energia cinetica nei tre istanti di tempo $\frac{T}{4}, \frac{T}{3}$ e $\frac{T}{2}$ è:

$$K(t) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(-\theta_0\omega_0\ell \operatorname{sen}(\omega_0 t)\right)^2 = \frac{1}{2}m\theta_0^2\omega_0^2\ell^2\operatorname{sen}^2(\omega_0 t) = \frac{1}{2}m\theta_0^2 \frac{g}{\cancel{\ell}}\ell^{\cancel{2}}\operatorname{sen}^2\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}}\cdot t\right) =$$

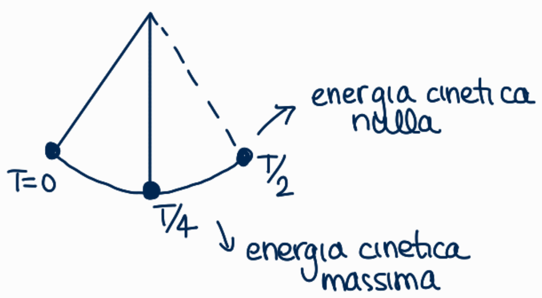
$$= \frac{1}{2}m\theta_0^2 g^2\frac{T^2}{4\pi^2}\operatorname{sen}^2\left(\sqrt{\frac{g}{(gT^2/4\pi^2)}}\cdot t\right) = \frac{1}{8\pi^2}m\theta_0^2 g^2 T^2 \operatorname{sen}^2\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t\right)$$

$$K(T/4) = \frac{m}{2}\left(\frac{\theta_0 T g}{2\pi}\right)^2 \cdot \overbrace{\operatorname{sen}^2\left(\frac{\cancel{2}\pi}{\cancel{T}}\cdot\frac{\cancel{T}}{\cancel{4}_2}\right)}^{=\operatorname{sen}^2(\pi/2)=1} = 2\,mJ$$

NB: l'angolo θ_0 deve essere espresso in radianti!

$$K(T/3) = \frac{m}{2}\left(\frac{\theta_0 T g}{2\pi}\right)^2 \cdot \operatorname{sen}^2\left(\frac{2\pi}{\cancel{T}}\cdot\frac{\cancel{T}}{3}\right) = 1\,mJ$$

$$K(T/2) = \frac{m}{2}\left(\frac{\theta_0 T g}{2\pi}\right)^2 \cdot \underbrace{\operatorname{sen}^2\left(\frac{\cancel{2}\pi}{\cancel{T}}\cdot\frac{\cancel{T}}{\cancel{2}}\right)}_{=\operatorname{sen}^2(\pi)=0} = 0\,J$$



→ i risultati tornano qualitativamente