ESERCIZIO 1

$T_H = 30°C$
$T_L = 15°C$
$\eta = 15\%$

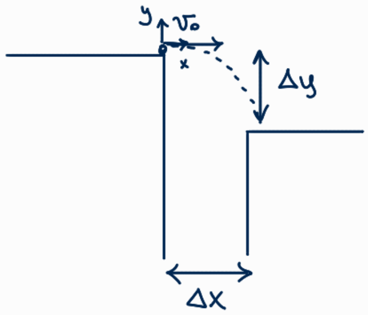
→ Il teorema di Carnot afferma che il rendimento di una macchina che opera reversibilmente sia sempre maggiore o uguale di quello di una macchina che opera irreversibilmente ($\eta_R \geq \eta_I$)

Inoltre, dal corollario del teorema di Carnot sappiamo che tutte le macchine che operano reversibilmente hanno lo stesso rendimento

Supponiamo che la macchina operi reversibilmente (in modo da avere η maggiore), e tra tutte le possibilità supponiamo che compia un ciclo di carnot.

Sappiamo che $\eta_{CARNOT} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{288\,K}{303\,K} \simeq 5\%$ → questo è il rendimento massimo che può avere una macchina termica che opera tra i 2 serbatoi a T_L e T_H. Sicuramente la macchina termica di Nunzio non può avere $\eta = 15\%$

ESERCIZIO 2



$\Delta x = 20\,m$
$\Delta y = 10\,m$

- Qual è la velocità minima con cui si deve lanciare lo skateboard per atterrare sul secondo palazzo?

Il moto che compie lo skateboarder è parabolico:

x : $s_x = \cancel{s_{0x}} + v_{0x} t$

y : $s_y = \cancel{s_{0y}} + \cancel{v_{0y} t} + \frac{1}{2} a t^2$
$v_y = \cancel{v_{0y}} + a t$

poniamo $s_{0x} = 0$
$s_{0y} = 0$

la velocità minima si ottiene per una velocità iniziale parallela al suolo → $v_{0y} = 0$

$$\begin{cases} s_x = v_0 t \\ s_y = -\frac{1}{2} g t^2 \\ v_y = -g t \end{cases} \rightarrow v_0 = \frac{s_x}{t} = \Delta x \cdot \sqrt{\frac{g}{2\Delta y}} = 20\,m \sqrt{\frac{9{,}81\,\cancel{m}/s^2}{2 \cdot 10\,\cancel{m}}} \simeq 14{,}0\ m/s$$

$$t = \pm\sqrt{\frac{-2 s_y}{g}} = +\sqrt{\frac{2\Delta y}{g}}$$

ESERCIZIO 3

$m = 9\,kg$
$K = 576\,N/m$
$\ell_0 = 0\,m$

- Calcolare la velocità angolare che deve avere il corpo per compiere un moto circolare uniforme attorno al perno

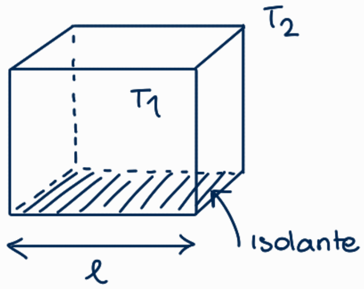
La massa compie un moto circolare uniforme se esiste una forza che svolga il ruolo di forza centripeta. In questo caso è la forza elastica della molla a farlo:

$$F_{centripeta} = F_{elastica} \rightarrow m\omega^2 R = K\Delta\ell \qquad \text{dove } \Delta\ell = \ell - \overset{\ell_0=0}{\ell_0} = R$$

$$\Rightarrow m\omega^2 \cancel{R} = K\cancel{R}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{576\,N/m}{9\,kg}} \simeq 8\,rad/s$$

ESERCIZIO 4



$T_1 = 293\,K$
$T_2 = 273\,K$
$\ell = 20\,m$
$\Delta x = 0{,}5\,m$
$\lambda = 0{,}36\,\frac{W}{m\cdot K}$

pareti scambiano calore solo per conduzione

- Stabilire qual è la potenza termica che dobbiamo fornire ad un'abitazione per mantenerla alla temperatura interna T_1.

Calcolando quanta potenza termica dissipa l'abitazione attraverso le pareti, otteniamo quanta potenza serve a mantenerla alla temperatura T_1:

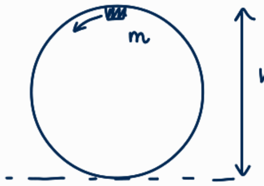
La potenza termica dissipata è $\dot{Q} = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x}$

dove S = superficie di tutte le pareti $(5\ell^2)$
λ = conducibilità termica
Δx = spessore delle pareti

$$= -0{,}36\,\frac{W}{\cancel{m}\cdot\cancel{K}} \cdot 5\,(20\,\cancel{m})^2 \cdot \frac{20\,K}{0{,}5\,\cancel{m}}$$

$$\dot{Q} \simeq 28{,}8 \cdot 10^3\,W$$

ESERCIZIO 5



$m = 1000\ kg$
$h = 30\ m$

- Quale deve essere la velocità dell'automobilista alla base della rampa per evitare di schiantarsi al suolo?

In assenza di forze non conservative l'energia meccanica totale si conserva:

$$\frac{1}{2} m v_i^2 = mgh + \frac{1}{2} m v_f^2$$

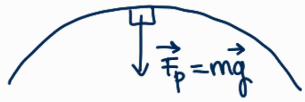
dove v_i = velocità all'inizio della rampa
v_f = velocità in cima alla rampa

$$\rightarrow v_i = \pm \sqrt{\frac{2(\cancel{m}gh + \frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2)}{\cancel{m}}}$$

$$= \sqrt{2gh + v_f^2}$$ $\rightarrow$ ci dobbiamo calcolare la velocità in cima alla rampa

Nel punto in cima alla rampa, nel caso in cui cerchiamo la velocità minima sufficiente affinché la macchina compia il giro della morte, è la forza peso a fungere da forza centripeta

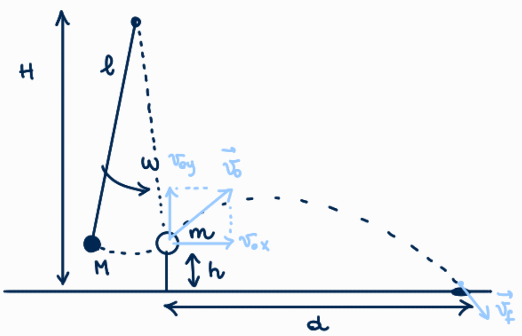
quindi $F_{centripeta} = F_p \rightarrow \frac{\cancel{m} v_f^2}{R} = \cancel{m} g$, dove $R = \frac{h}{2}$



$$\Rightarrow v_f = \sqrt{gR} = \sqrt{g \cdot \frac{h}{2}}$$

$$\Rightarrow v_i = \sqrt{2gh + v_f^2} = \sqrt{2gh + g\frac{h}{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}gh} \simeq \sqrt{\frac{5}{2} \cdot 9{,}81\ m/s^2 \cdot 30\ m} \simeq 27{,}1\ m/s$$

ESERCIZIO 6



$d = 100\ m$
$m = 0{,}2\ kg$
$h = 0{,}2\ m$
$H = 1{,}1\ m$
$\ell = 1\ m$
$M = 1\ kg$
$\omega = cost$
urto completamente elastico

- Determinare quale velocità è necessario applicare alla mazza per centrare la buca se l'urto con la pallina è del tutto elastico

In un urto elastico si conserva l'energia cinetica oltre alla quantità di moto del sistema

$$\begin{cases} M v_{Mi} = M v_{Mf} + m v_0 \\ \frac{1}{2} M v_{Mi}^2 = \frac{1}{2} M v_{Mf}^2 + \frac{1}{2} m v_0^2 \end{cases}$$

dove $v_{Mi} = \omega \ell$

$$\begin{cases} M v_{Mi}^2 - M v_{Mf}^2 = m v_0^2 \\ M v_{Mi} - M v_{Mf} = m v_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(v_{Mi} - v_{Mf})(v_{Mi} + v_{Mf}) = m v_0^2 \\ M(v_{Mi} - v_{Mf}) = m v_0 \end{cases} \rightarrow \frac{\cancel{M(v_{Mi} - v_{Mf})}(v_{Mi} + v_{Mf})}{\cancel{M(v_{Mi} - v_{Mf})}} = \frac{\cancel{m} v_0^{\cancel{2}}}{\cancel{m v_0}}$$

$$\begin{cases} v_0 = v_{Mi} + v_{Mf} \\ M v_{Mi} = M v_{Mf} + m v_0 \end{cases} \rightarrow \quad v_0 = v_{Mi} + v_{Mf} \quad v_{Mf} = \frac{M v_{Mi} - m v_0}{M} \quad \rightarrow \quad v_0 = v_{Mi} + \frac{M v_{Mi} - m v_0}{M}$$

$$M v_0 = M v_{Mi} + M v_{Mi} - m v_0$$

$$(M+m) v_0 = 2 M v_{Mi}$$

$$v_0 = \frac{2 M v_{Mi}}{M+m} = \frac{2 M \omega \ell}{M+m}$$

Scriviamo le equazioni del moto parabolico:

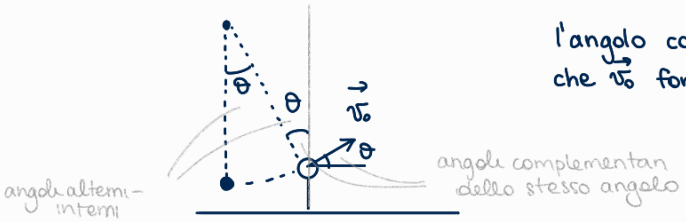
$$x: \quad x = \cancel{x_0} + v_{0x} t \qquad \text{dove} \quad v_{0x} = v_0 \cos\theta$$

$$y: \quad \begin{cases} y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v = v_{0y} - g t \end{cases} \qquad v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta \qquad y_0 = h$$

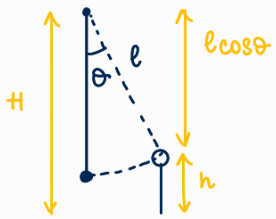
Vogliamo che al tempo di caduta t_c, la pallina si trovi all'altezza della buca, quindi:

$$\begin{cases} d = v_0 \cos\theta \, t_c \\ 0 = h + v_0 \operatorname{sen}\theta \, t_c - \frac{1}{2} g t_c^2 \end{cases}$$

Ci manca il dato riguardo l'angolo θ, che si può ricavare a partire dall'angolo con il quale la mazza colpisce la pallina



l'angolo con cui la mazza colpisce la pallina è lo stesso angolo che $\vec{v}_0$ forma con l'orizzontale



quindi

$$H = h + \ell \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{H-h}{\ell}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{H-h}{\ell}\right) \simeq 25{,}84^\circ$$

$$\begin{cases} d = v_0 \cos\theta \, t_c \rightarrow t_c = \frac{d}{v_0 \cos\theta} \\ 0 = h + v_0 \operatorname{sen}\theta \, t_c - \frac{1}{2} g t_c^2 \rightarrow h + v_0 \operatorname{sen}\theta \cdot \frac{d}{v_0 \cos\theta} - \frac{1}{2} g \frac{d^2}{v_0^2 \cos^2\theta} = 0 \end{cases}$$

$$2 h v_0^2 \cos^2\theta + 2 v_0^2 \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d - g d^2 = 0 \quad \rightarrow \quad v_0^2 \cdot 2\cos^2\theta \left(h + d \operatorname{sen}\theta / \cos\theta\right) = g d^2$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g d^2}{2\cos^2\theta \left(h + d \tan\theta\right)}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{g d^2}{2\cos^2\theta \left(h + d \tan\theta\right)}} = \frac{2 M \omega \ell}{M+m} \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{(M+m) d}{2 M \ell} \sqrt{\frac{g}{2\cos^2\theta \left(h + d \tan\theta\right)}}$$

$$\omega = \frac{(M+m) d}{2 M \cancel{\ell}} \cdot \frac{\cancel{\ell}}{H-h} \sqrt{\frac{g}{2(h + d \tan\theta)}} \simeq \frac{1{,}2 \cancel{\text{kg}} \cdot \overset{50}{\cancel{100}} \cancel{\text{m}}}{\cancel{2} \cdot 1 \cancel{\text{kg}}} \cdot \frac{1}{0{,}9 \cancel{\text{m}}} \sqrt{\frac{9{,}81 \text{ m/s}^2}{2(0{,}2 \cancel{\text{m}} + 100 \cancel{\text{m}} \cdot \tan(25{,}84^\circ))}}$$

$$\Rightarrow \omega \simeq 21{,}2 \text{ rad/s}$$