ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

Оглавление

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

ЗАДАЧА 1.
В каждом варианте для заданной случайной величины ξ найти ряд распределения ξ, математическое ожидание $\mathrm{M}\xi$, дисперсию $\mathrm{D}\xi$, среднее квадратическое отклонение σ_ξ, вероятность $P\left\{|\xi - \mathrm{M}\xi| < \sigma_\xi\right\}$. Построить график функции распределения $F_\xi(x) = P\left\{\xi \leqslant x\right\}$ случайной величины ξ.

Варианты 1, 11, 21. Наудачу выбирается n-значное число (предполагается, что старший разряд не равен нулю). Случайная величина ξ – число нулей в записи числа.
Варианты 2, 12, 22. Из колоды в 36 карт наудачу извлекают n карт. Случайная величина ξ – числа карт бубновой масти в выборке.
Варианты 3, 13, 23. Стрелок стреляет в мишень до первого попадания, имея всего пять патронов. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна p. Случайная величина ξ – число неизрасходованных патронов.
Варианты 4, 14, 24. Из чисел от 1 до n выбирают случайным образом два различных числа i и j, $(i \neq j)$. Случайная величина $\xi = |i - j|$.

Вариант	n	**Вариант**	n	**Вариант**	p	**Вариант**	n
1	5	2	6	3	$0,75$	4	8
11	6	12	5	13	$0,70$	14	7
21	7	22	7	23	$0,60$	24	9

Варианты 5, 15, 25. Из урны, содержащей M белых и N черных шаров, случайным образом и без возвращения извлекается m шаров. Случайная величина ξ – число белых шаров в выборке.
Варианты 6, 16, 26. В очередь случайным образом стали N человек, среди которых Иванов и Петров. Случайная величина ξ – число человек между ними.
Варианты 7, 17, 27. Наудачу выбирается n-значное число (предполагается, что старший разряд не равен нулю). Случайная величина ξ – число цифр в записи числа больших 7.

Вариант	M	N	m	**Вариант**	N	**Вариант**	n
5	5	6	5	6	8	7	5
15	7	5	6	16	7	17	6
25	5	6	7	26	9	27	7

Варианты 8, 18, 28. Вероятность ошибки при передаче символа A по каналу связи равна p_1, а при передаче символов D и R – p_2. Случайная величина ξ – число ошибок при передаче последовательность символов RADAR.

Варианты 9, 19, 29. Орудие стреляет в цель до второго попадания, имея всего семь снарядов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна p. Случайная величина ξ – число истраченных снарядов.

Варианты 10, 20, 30. Один игральный кубик имеет на гранях цифры от одного до шести, а на другом три пары граней помечены цифрами m, n, l. Случайная величина ξ – модуль разности чисел, выпавших при бросании двух кубиков.

Вариант	p_1	p_2	**Вариант**	p	**Вариант**	m	n	l
8	$0,15$	$0,10$	9	$0,60$	10	1	3	5
18	$0,10$	$0,15$	19	$0,75$	20	2	4	6
28	$0,11$	$0,14$	29	$0,70$	30	4	2	3

ЗАДАЧА 2.

Варианты 1-6. Радиоприемник принимает сигнал с вероятностью p. Найти вероятность того, что из N сигналов будет принято: а) не менее M сигналов; б) 5 сигналов. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ – числа принятых сигналов, если было передано N сигналов.

Варианты 7-12. Вероятность попадания стрелка в мишень при одном выстреле равна p. Стрелок, имея практически неограниченный запас патронов, ведет стрельбу до первого попадания в мишень. Какова вероятность, что это событие произойдет: а) между N и M выстрелами включительно; б) для поражения мишени понадобится более трех выстрелов? Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ, равной числу истраченных патронов.

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p	$0,9$	$0,75$	$0,8$	$0,7$	$0,85$	$0,95$	$0,8$	$0,65$	$0,7$	$0,85$	$0,9$	$0,75$
N	10	8	9	7	10	8	3	5	6	4	3	7
M	7	5	6	4	8	6	7	8	9	8	6	10

Варианты 13-18. Устройство содержит N одинаково надежных элементов, каждый из которых может отказывать с вероятностью p. Какова вероятность, что откажет: а) более двух элементов, б) хотя бы один элемент? Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ – числа отказавших элементов.

Вариант	13	14	15	16	17	18
N	700	1000	500	300	400	600
p	$0,01$	$0,002$	$0,012$	$0,02$	$0,015$	$0,01$

Варианты 19-24. Радиотелеграфная станция принимает цифровой текст. Вероятность ошибочного приема любой цифры равна p. Считая приемы отдельных цифр независимыми событиями, найти вероятность того, что в тексте, содержащем N цифр: а) не менее M цифр приняты с ошибкой, б) не более одной ошибки. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ – числа цифр, принятых с ошибкой.

Вариант	19	20	21	22	23	24
p	$0,005$	$0,03$	$0,02$	$0,01$	$0,003$	$0,01$
N	800	200	300	700	1000	500
M	5	3	4	3	5	4

Варианты 25-30. На заводе N цехов. Независимо друг от друга в каждом цехе может произойти авария с вероятностью p. Найти вероятность того, что: а) произойдут аварии одновременно в двух и более цехах, б) не будет аварий. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ – числа аварий в N цехах.

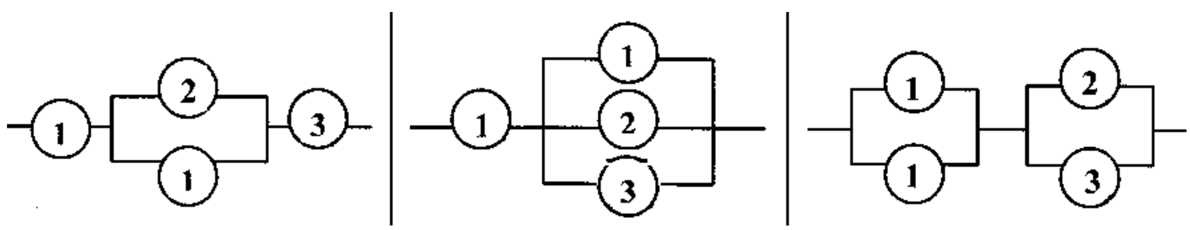
Вариант	25	26	27	28	29	30
N	7	10	8	6	9	5
p	$0,08$	$0,04$	$0,06$	$0,09$	$0,05$	$0,07$

ЗАДАЧА 3.

Варианты 1, 11, 21. Пара одинаковых игральных костей бросается на стол N раз. Найти:
а) вероятность того, что сумма очков 6 выпадет не менее M раз;
б) вероятность того, что частота появления указанной суммы очков отличается от вероятности того, что выпадет сумма очков 6, не более, чем на ε.

Варианты 2, 12, 22. Прибор пропускает электрический ток по схеме, указанной на рисунке:

Вариант 2 Вариант 12 Вариант 22



Предполагается, что отказы элементов являются событиями, независимыми в совокупности. Вероятности безотказной работы элементов за цикл работы равны p_1, p_2, p_3. Какое минимальное число циклов работы прибора нужно произвести, чтобы с вероятностью не менее 0,9 быть уверенным в том, что отклонение частоты отказа прибора от вероятности отказа по абсолютной величине будет меньше 0,01? Какова вероятность, что при проведении 300 циклов работы прибора число отказов будет заключено между 70 и 95 включительно?

Вариант	N	M	ε	**Вариант**	p_1	p_2	p_3
1	100	15	$0,01$	2	$0,08$	$0,07$	$0,09$
11	150	25	$0,03$	12	$0,07$	$0,09$	$0,08$
12	200	35	$0,02$	22	$0,08$	$0,05$	$0,06$

Варианты 3, 13, 23. На отрезке длины L наугад поставлены две точки X и Y. Какое минимальное число раз надо произвести указанный опыт, чтобы с вероятностью не менее 0,95 быть уверенным в том, что отклонение частоты события А от его вероятности по абсолютной величине будет меньше 0,03? Какова вероятность того, что при проведении 500 опытов число появлений события А будет более M?

Вариант	Событие А	M
3	точка X ближе к точке Y, чем к правому концу отрезка	380
13	точка X ближе к точке Y, чем к середине отрезка	200
23	из полученных 3 отрезков можно построить треугольник	120

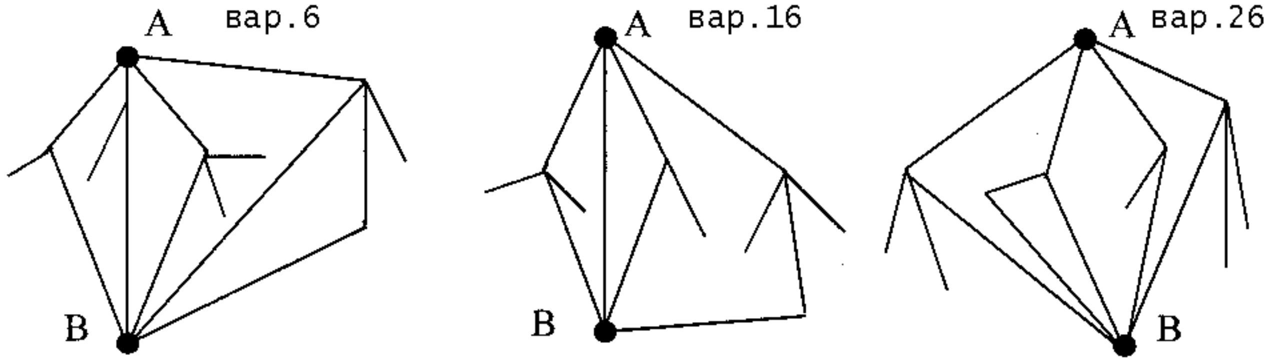
Варианты 4, 14, 24. Имеется N семей, в каждой из которых n детей. Считая, что вероятности рождения мальчика и девочки одинаковы, найти: а) вероятность того, что частота появления для N семей события А, состоящего в том, что среди n детей в семье ровно k мальчиков, отличается от вероятности события А не более, чем на ε; б) вероятность того, что из N семей число семей, имеющих k мальчиков, будет заключено между M_1 и M_2 включительно.

Вариант	N	n	k	ε	M_1	M_2
4	200	4	2	$0,03$	80	120
14	250	5	2	$0,02$	75	90
24	300	6	3	$0,01$	90	100

Варианты 5, 15, 25. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна p. Стрелок получает приз в том случае, если он поразил мишень с первого, второго или третьего выстрела. Найти: а) вероятность того, что частота получения приза отклонится по абсолютной величине от вероятности получения приза не более, чем на ε, если стрельбу производило N человек; б)вероятность того, что из N участников приз получат не более M.

Вариант	p	ε	N	M
5	$0,1$	$0,025$	200	50
15	$0,3$	$0,02$	250	170
25	$0,2$	$0,015$	300	150

Варианты 6, 16, 26. На рисунке изображена схема дорог.



Туристическая группа выходит из пункта А и далее на развилке дорог дальнейший путь выбирает наудачу. Найти: а) вероятность того, что из 120 туристических групп не менее 55 попадут в пункт В; б) вероятность того, что частота прихода в пункт В отклонится по абсолютной величине от вероятности прихода в этот пункт не более, чем на 0,025, если по маршруту прошло 200 туристических групп.

Варианты 7, 17, 27. Каждый вечер, приходя в клуб, n человек случайным образом рассаживаются за круглым столом. Событие А состоит в том, что два определенных лица окажутся сидящими рядом. Найти вероятность того, что: а) из N посещений клуба событие А произойдет не менее M раз; б) вероятность того, что частота события А при N посещениях клуба отклонится по абсолютной величине от вероятности события А не более, чем на 0,03.

Варианты 8, 18, 28. Вероятности перегорания первой, второй и третьей лампы соответственно равны p_1, p_2, p_3 . Если перегорает одна лампа, то прибор выходит из строя с вероятностью 0,5, если две или три, то прибор заведомо выйдет из строя. Найти: а) вероятность того, что из N приборов выйдут из строя не более M приборов; б) вероятность того, что частота выхода прибора из строя отклонится от вероятности не более, чем на ε, если проверяется работа N приборов.

Вариант	n	N	M	Вариант	p_1	p_2	p_3	N	M	ε
7	8	90	30	8	$0,1$	$0,2$	$0,15$	300	65	$0,02$
17	6	100	35	18	$0,2$	$0,2$	$0,1$	250	70	$0,025$
27	7	80	25	28	$0,1$	$0,3$	$0,2$	200	60	$0,035$

Варианты 9, 19, 29. Два игрока поочередно (без возвращения) извлекают шары из урны, содержащей m белых и n черных шаров. Выигрывает тот, кто первым вынет белый шар.
Найти: а) вероятность того, что в N играх начавший игру участник выиграет не менее M раз; б) вероятность того, что относительная частота выигрыша первого участника в N играх отклонится от вероятности выигрыша первого участника не более, чем на ε.

Вариант	m	n	N	M	ε
9	2	4	150	85	$0,03$
19	2	3	200	125	$0,025$
29	1	4	250	155	$0,02$

Варианты 10, 20, 30. Из колоды в 36 карт извлекаются наудачу 5 карт. Какое минимальное число раз надо провести указанный опыт, чтобы с вероятностью не менее 0,96 быть уверенным в том, что отклонение частоты события А от его вероятности по абсолютной величине будет меньше 0,05? Какова вероятность, что при проведении 200 опытов число появлений события А будет не менее M?

Вариант	Событие А	M
10	в полученной выборке 3 карты одной масти	125
20	в полученной выборке окажется хотя бы один туз	85
30	в полученной выборке ровно два туза	15

ЗАДАЧА 4.

Дано распределение случайного вектора (ξ, η). Найти:
а) ряды распределения случайных величин ξ, η;
б) ряды распределения случайных величин $\xi + \eta$ и $\xi \cdot \eta$;
в) математические ожидания, дисперсии, ковариацию ξ и η.
Выяснить, зависимы ли случайные величины ξ и η.
Для вариантов **1-15** построить распределение случайного вектора $(\xi, \xi + \eta)$.
Для вариантов **16-30** построить распределение случайного вектора $(\eta, \xi \cdot \eta)$.

Варианты 1 и 16				Варианты 2 и 17				Варианты 3 и 18			
$\xi \diagdown \eta$	-1	0	1	$\xi \diagdown \eta$	-1	0	1	$\xi \diagdown \eta$	-1	0	1
-1	1/8	1/8	1/8	-1	1/8	1/4	1/8	-1	0	1/8	1/8
0	0	1/8	0	0	1/8	1/8	1/8	0	3/8	0	0
1	1/4	0	1/4	1	0	1/8	0	1	1/8	1/8	1/8

Варианты 4 и 19				Варианты 5 и 20				Варианты 6 и 21			
$\xi \diagdown \eta$	-1	0	1	$\xi \diagdown \eta$	-1	0	1	$\xi \diagdown \eta$	-1	0	1
-1	1/8	1/4	1/8	0	1/8	1/8	0	0	0	1/4	0
0	0	1/8	0	1	1/4	1/4	0	1	1/4	1/8	1/8
1	1/8	1/4	0	2	0	1/8	1/8	2	0	1/4	0

Варианты 7 и 22				Варианты 8 и 23				Варианты 9 и 24			
$\xi \diagdown \eta$	-1	0	1	$\xi \diagdown \eta$	0	1	2	$\xi \diagdown \eta$	0	1	2
0	1/8	0	1/8	0	0	1/8	0	0	1/8	0	0
1	1/4	1/4	0	1	1/8	1/4	1/8	1	1/4	1/8	1/8
2	0	1/4	0	2	1/8	1/4	0	2	1/8	1/4	0

Варианты 10 и 25

$\xi\diagdown\eta$	0	1	2
0	1/8	1/8	1/8
1	1/8	1/4	1/8
2	1/8	0	0

Варианты 11 и 26

$\xi\diagdown\eta$	0	1	2
-1	1/8	1/8	0
0	1/8	1/4	1/8
1	1/8	1/8	0

Варианты 12 и 27

$\xi\diagdown\eta$	-1	0	1
-1	1/8	1/4	1/8
0	0	0	1/8
1	0	1/4	1/8

Варианты 13 и 28

$\xi\diagdown\eta$	-1	0	2
-1	1/4	1/4	0
0	1/8	0	1/8
1	1/8	1/8	0

Варианты 14 и 29

$\xi\diagdown\eta$	-1	0	2
-1	1/4	1/8	0
0	0	1/4	1/8
1	1/8	1/8	0

Варианты 15 и 30

$\xi\diagdown\eta$	-1	0	1
-1	1/4	0	1/4
0	0	1/4	0
1	0	1/4	0

ЗАДАЧА 5.

Даны независимые случайные величины X_1, X_2, X_3, принимающие два значения 0 и 1, причем $P(X_i = 1) = p_i$.

По ним расчитываются значения случайных величин Y_1, Y_2, Y_3 по указанным в таблице формулам, которые содержат операции:

$$X_i \oplus X_j = \begin{cases} 1, \ X_i \neq X_j; \\ 0, \ X_i = X_j; \end{cases}, \quad X_i X_j = X_i \wedge X_j = \begin{cases} 1, \ X_i = X_j = 1; \\ 0, \ \text{в остальных случаях}; \end{cases}$$

$$X_i \vee X_j = \begin{cases} 0, \ X_i = X_j = 0; \\ 1, \ \text{в остальных случаях}; \end{cases}, \quad \overline{X_i} = \begin{cases} 1, \ X_i = 0; \\ 0, \ X_i = 1. \end{cases}$$

Найти:

а) совместное (трехмерное) распределение Y_1, Y_2, Y_3;

б) все двумерные распределения Y_i и Y_j, $i, j = 1, 2, 3$, $i \neq j$;

в) одномерные распределения Y_i, $i = 1, 2, 3$, их математические ожидания и дисперсии;

г) условные вероятности $P(Y_3 = \varepsilon_3 / Y_1 = \varepsilon_1, \ Y_2 = \varepsilon_2)$ и $P(Y_3 = \varepsilon_3 / Y_2 = \varepsilon_2)$ при всех возможных комбинациях значений $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$.

Вариант	p_1	p_2	p_3	Y_1	Y_2	Y_3
1	1/3	3/4	2/3	$X_1 \wedge X_2$	$X_2 \vee X_3$	$X_1 \oplus X_2 X_3$
2	1/4	3/4	1/3	$X_2 \vee \overline{X_3}$	$X_1 \wedge \overline{X_2}$	$X_1 \vee X_2 \vee X_3$
3	2/3	1/2	1/4	$\overline{X_1} \oplus X_2$	$X_1 \wedge \overline{X_2} \wedge X_3$	$X_2 \oplus \overline{X_3}$
4	3/4	1/3	2/3	$X_1 \wedge \overline{X_2}$	$X_2 \wedge \overline{X_3}$	$\overline{X_1} \oplus X_3$
5	1/2	1/4	1/3	$\overline{X_1} \vee X_2$	$\overline{X_2} \oplus X_3$	$X_1 \wedge \overline{X_3}$
6	1/3	1/2	1/4	$X_1 \oplus \overline{X_2} \oplus X_3$	$\overline{X_1} \wedge X_3$	$X_2 \oplus \overline{X_3}$
7	1/4	2/3	1/2	$X_1 \wedge X_2 \wedge \overline{X_3}$	$X_1 \vee \overline{X_2} \vee X_3$	$\overline{X_1} \oplus X_2 \oplus X_3$
8	2/3	1/3	3/4	$\overline{X_1} \vee X_2 \vee X_3$	$X_1 \oplus \overline{X_2}$	$\overline{X_1} \wedge X_3$
9	3/4	1/4	1/2	$X_1 \oplus X_2 X_3$	$X_1 \vee X_3$	$X_2 \vee \overline{X_3}$
10	1/2	3/4	2/3	$\overline{X_1} \wedge (X_2 \vee X_3)$	$X_1 \oplus \overline{X_3}$	$\overline{X_2} \wedge X_3$
11	1/3	1/4	2/3	$\overline{X_2} \wedge X_3$	$X_1 \wedge \overline{X_3}$	$X_2 \vee X_3$
12	1/4	1/3	2/3	$\overline{X_1} \oplus X_3$	$\overline{X_2} \wedge X_3$	$X_1 \vee X_2$
13	2/3	1/4	3/4	$X_1 \oplus \overline{X_2}$	$X_2 \oplus \overline{X_3}$	$\overline{X_1} \oplus X_3$
14	3/4	2/3	1/4	$\overline{X_2} \wedge X_3$	$\overline{X_1} \oplus X_2 \oplus X_3$	$(X_1 \vee X_2) \oplus \overline{X_3}$
15	1/2	1/3	2/3	$X_1 \vee \overline{X_2}$	$\overline{X_1} \oplus X_3$	$X_1 \oplus X_2 \oplus \overline{X_3}$
16	1/3	3/4	1/2	$\overline{X_2} \oplus X_3$	$X_1 \wedge X_2 \wedge \overline{X_3}$	$\overline{X_1} \vee X_2$
17	1/4	1/2	1/3	$\overline{X_1} \wedge (X_2 \oplus X_3)$	$X_2 \vee \overline{X_3}$	$X_1 \oplus X_3$
18	2/3	3/4	1/2	$(X_1 \oplus \overline{X_2}) \vee X_3$	$\overline{X_1} \vee X_2$	$\overline{X_2} \wedge X_3$
19	3/4	1/3	1/2	$X_2 \wedge \overline{X_3}$	$X_1 \wedge \overline{X_2} \wedge X_3$	$X_2 \oplus \overline{X_1} X_3$
20	1/2	2/3	1/4	$\overline{X_2} \oplus X_3$	$X_1 \vee X_2 \vee X_3$	$\overline{X_1} \wedge X_2$
21	1/3	1/4	3/4	$X_1 \vee \overline{X_3}$	$\overline{X_1} \wedge X_2$	$\overline{X_2} \vee X_3$
22	1/4	3/4	1/2	$\overline{X_1} \wedge X_3$	$X_1 \vee \overline{X_2}$	$X_2 \oplus X_3$
23	2/3	1/2	1/3	$X_1 \oplus \overline{X_3}$	$\overline{X_2} \oplus X_3$	$\overline{X_1} \vee X_2 \vee X_3$
24	3/4	1/2	2/3	$X_1 \vee \overline{X_2} \vee X_3$	$X_1 \vee X_2$	$X_2 \vee \overline{X_3}$
25	1/2	3/4	1/3	$X_1 \wedge X_2 \wedge X_3$	$X_1 \oplus \overline{X_2}$	$X_1 \vee X_3$
26	1/3	2/3	1/2	$\overline{X_2} \vee X_3$	$X_1 \wedge X_2 \wedge \overline{X_3}$	$\overline{X_1} \oplus X_2$
27	1/4	3/4	2/3	$X_1 \oplus X_2 \vee \overline{X_3}$	$\overline{X_2} \wedge X_3$	$\overline{X_1} \vee X_3$
28	2/3	1/3	1/4	$\overline{X_1} \vee X_3$	$X_2 \oplus X_3$	$X_1 \wedge \overline{X_2}$
29	3/4	1/2	1/2	$(X_1 \vee \overline{X_2}) \oplus X_3$	$\overline{X_1} \wedge X_3$	$X_2 \vee \overline{X_3}$
30	1/2	1/4	3/4	$X_1 \vee \overline{X_2} X_3$	$\overline{X_1} \oplus X_2$	$X_1 \oplus \overline{X_3}$

ЗАДАЧА 6.

Варианты 1-6. Найти параметр A, математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ, плотность вероятности которой

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{\sqrt{a^2-x^2}}, & x \in (-a, a), \\ 0, & |x| \geqslant a. \end{cases}$$

Вариант	1	2	3	4	5	6
a	5	4	3	2	1	6

Найти $P\{0 < \xi < a/2\}$. Построить график плотности распределения вероятности случайной величины ξ.

Варианты 7-12. Найти параметр A, математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ, плотность вероятности которой

$$f(x) = \begin{cases} A(bx - x^2), & x \in [0, b], \\ 0, & x \notin [0, b]. \end{cases}$$

Вариант	7	8	9	10	11	12
b	3	4	9	7	16	5

Найти $P\{1 < \xi < 2\}$. Построить график плотности распределения вероятности случайной величины ξ.

Варианты 13-18. Найти параметр A, математическое ожидание и дисперсию случайной величины, плотность вероятности которой равна $f(x) = Ae^{-b|x|}$. Найти $P\{0 < \xi < b/2\}$. Построить график плотности распределения вероятности случайной величины ξ.

Вариант	13	14	15	16	17	18
b	8	2	4	1	3	5

Варианты 19-24. Известно, что время ξ безотказной работы радиолампы имеет показательное распределение. Найти математическое ожидание $M\xi$, если $P\{\xi < a\} = P$. Построить график плотности распределения вероятности случайной величины ξ.

Варианты 25-30. Известно, что время ξ безотказной работы радиолампы имеет показательное распределение. Найти $P\{\xi < a\}$, если $M\xi = m$. Построить график плотности распределения вероятности случайной величины ξ.

Вариант	19	20	21	22	23	24	Вариант	25	26	27	28	29	30
a	100	30	50	20	100	80	a	50	20	46	40	30	30
P	1/2	1/3	1/4	1/3	1/4	1/2	m	25	20	23	20	30	15

ЗАДАЧА 7.

Вариант 1. Измерительный прибор не имеет систематической ошибки, а средняя квадратическая ошибка равна 75. Какова вероятность, что ошибка измерения не превзойдет по абсолютной величине 45 (закон распределения – нормальный)?

Вариант 2. Точность изготовления деталей характеризуется систематической ошибкой 2 мм, а случайное отклонение распределено по нормальному закону со средней квадратической ошибкой 10 мм. Какова вероятность, что отклонение длины изделия от стандарта находится в пределах от 8 до 12 мм?

Вариант 3. Систематическая ошибка высотомера равна нулю, а случайные ошибки распределены по нормальному закону. Какую среднюю квадратическую ошибку должен иметь высотомер, чтобы с вероятностью 0,95 ошибка измерения высоты по абсолютной величине была меньше 50 м?

Вариант 4. Каким должен быть допуск отклонения размера детали от номинала, чтобы с вероятностью 0,9 отклонение было допустимым, если систематическая ошибка отклонения отсутствует, а средняя квадратическая равна 25 мм (закон распределения – нормальный)?

Вариант 5. Деталью высшего качества считается такая, у которой отклонение размера от номинала не превосходит по абсолютной величине 4,3 мк. Случайное отклонение распределено по нормальному закону. Найти среднюю квадратическую ошибку, если систематическая ошибка равна нулю, а вероятность того, что деталь высшего качества равна 0,99.

Вариант 6. Систематическая ошибка измерительного прибора равна нулю. Случайные ошибки распределены по нормальному закону. Найти среднюю квадратическую ошибку, если ошибка измерения не превосходит по абсолютной величине 0,5 с вероятностью 0,95.

Вариант 7. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ξ контролируемого размера от номинала не превышает 8 мм. Точность изготовления деталей характеризуется среднеквадратическим отклонением, равным 4 мм. Считая, что случайная величина ξ распределена нормально, выяснить, сколько процентов годных деталей изготавливает автомат.

Вариант 8. Стандартный вес производимых на заводе болванок составляет 1 т., а отклонение распределено по нормальному закону со средней квадратической ошибкой 0,05 т. Систематическая ошибка отсутствует. В каком интервале с вероятностью 0,99 находится вес болванки?

Вариант 9. Радиолокационная станция при измерении дальности дает систематическую ошибку 5 м, средняя квадратическая ошибка равна 10 м. Найти вероятность того, что случайная ошибка не превосходит по абсолютной величине 17 м. Закон распределения нормальный.

Вариант 10. Измерительный прибор не имеет систематической ошибки. Случайные ошибки распределены по нормальному закону, и с вероятностью 0,8 они не превосходят по абсолютной величине 12 мм. Найти среднюю квадратическую ошибку.

Вариант 11. Автомат по нарезанию гвоздей длиной 80 мм в нормальном режиме имеет случайную ошибку, распределенную по нормальному закону. Систематическая ошибка отсутствует, средняя квадратическая ошибка равна 0,5 мм. В каком интервале с вероятностью 0,999 будет находиться длина гвоздя?

Вариант 12. Прибор, контролирующий напряжение, имеет случайную ошибку в показаниях, распределенную по нормальному закону. Систематическая ошибка отсутствует. Случайная ошибка по абсолютной величине не превосходит 15 В с вероятностью 0,8. Найти среднюю квадратическую ошибку.

Вариант 13. Деталь принимается ОТК, если ее диаметр отклоняется по абсолютной величине от стандартного не более чем на 2 мм. Отклонение - случайная величина, распределенная по нормальному закону с систематической ошибкой 0,5 мм и среднеквадратическим отклонением 1 мм. Найти вероятность того, что деталь принимается.

Вариант 14. При испытании орудия отклонение снаряда по дальности распределено по нормальному закону с математическим ожиданием, равным нулю, и среднеквадратическим отклонением, равным 25 м. Найти вероятность того, что отклонение по дальности по абсолютной величине не превосходит 12 м.

Вариант 15. Максимальная скорость самолетов определенного типа распределена по нормальному закону с математическим ожиданием 420м/с и среднеквадратическим отклонением 25 м/с. Найти вероятность того, что при испытаниях самолета этого типа его максимальная скорость будет изменяться от 390 м/с до 440 м/с.

Вариант 16. Глубина моря измеряется прибором, систематическая ошибка которого равна нулю, а случайная распределена по нормальному закону. Найти среднеквадратическое отклонение, если при определении глубины ошибка с вероятностью 0,95 составит не более 15 м.

Вариант 17. Среднее значение расстояния до ориентира равно 1250 м. Средняя квадратическая ошибка измерения прибора E=40 м, систематическая ошибка отсутствует. С вероятностью 0,999 определить максимальную ошибку измерения расстояния.

Вариант 18. Срок службы электрической лампы является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с средним квадратическим отклонением 15 ч. Найти математическое ожидание, если с вероятностью 0,99 срок службы лампы более 300 ч.

Вариант 19. Время изготовления детали распределено по нормальному закону с математическим ожиданием 5,8 с и среднеквадратическим отклонением 1,9 с. Какова вероятность, что для изготовления детали потребуется от 5 до 7 с?

Вариант 20. Рассеивание скорости снаряда подчинено нормальному распределению и с вероятностью 0,95 не превосходит по абсолютной величине 2 м/с. Найти отклонение рассеивания. Систематическая ошибка отсутствует.

Вариант 21. При измерении заряда электрона ошибки распределены по нормальному закону, и измерения не имеют систематической ошибки. Найти с вероятностью 0,99 максимальную по абсолютной величине ошибку, если средняя квадратическая ошибка равна 0,05 абсолютных электростатических единиц.

Вариант 22. Измерения дальномера не имеют систематической ошибки, а случайные ошибки распределены нормально. Найти среднюю квадратическую ошибку, если при определении дальности цели абсолютная величина ошибки с вероятностью 0,9 не превосходит 15 м.

Вариант 23. При испытании регистрируется время выхода из строя прибора, которое является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием 400 ч и среднеквадратическим отклонением 50 ч. Найти вероятность того, что прибор проработает безотказно от 300 до 500 ч.

Вариант 24. Отклонение размера детали от номинала подчинено нормальному закону. Систематической ошибки нет. С вероятностью 0,95 отклонение по абсолютной величине не превышает 2 мк. Найти среднеквадратическую ошибку.

Вариант 25. Отклонение диаметров валиков от заданных размеров подчинено нормальному закону без систематической ошибки и со средней квадратической ошибкой 5 мк. Найти вероятность того, что отклонение по абсолютной величине не превысит 10 мк.

Вариант 26. Отклонение размера изделия от номинала распределено по нормальному закону с нулевой систематической ошибкой. Найти среднюю квадратическую ошибку, если вероятность того, что абсолютная величина отклонения не превышает 5 мм, равна 0,95.

Вариант 27. Прибор для измерения высоты имеет систематическую ошибку 15 м и среднюю квадратическую ошибку 10 м. Найти вероятность того, что ошибка по абсолютной величине не превзойдет 20 м. Закон распределения ошибок нормальный.

Вариант 28. При стрельбе из орудия отклонение от цели по дальности подчиняется нормальному закону, систематической ошибки нет. Найти среднеквадратическое отклонение, если с вероятностью 0,94 абсолютная величина отклонения дальности не превосходит 5 метров.

Вариант 29. Средняя квадратическая ошибка измерения длины детали равна 0,5 мк. Систематическая ошибка отсутствует. Найти наибольшую по абсолютной величине ошибку, которую можно допустить с вероятностью 0,9. (Закон распределения нормальный).

Вариант 30. Скорость лодки – случайная величина, распределенная нормально с математическим ожиданием 10 км/ч и среднеквадратическим отклонением 5 км/ч. Найти вероятность того, что скорость будет не менее 8 км/ч и не более 15 км/ч.

ЗАДАЧА 8.

Случайная величина ξ распределена по закону Коши с плотностью $f(x) = \dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$. Найти плотность случайной величины η.

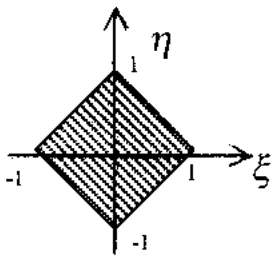
№	η	№	η	№	η
1	$4-\xi^2$	2	$\frac{1}{2}\ln\|1+2\xi\|$	3	$\frac{1}{4}\|\xi\|-1$
4	$2\,\mathrm{arctg}(\xi-1)$	5	$\sqrt{\|2\xi-5\|}$	6	$\ln\|3-\xi\|$
7	$2\|\xi\|+5$	8	$\mathrm{arctg}(\xi+4)$	9	$\sqrt{\|\xi+3\|}$
10	ξ^2-1	11	$3\|\xi\|-2$	12	$\mathrm{arctg}(\xi-5)$
13	$\sqrt{\|\xi-1\|}$	14	$\frac{1}{4}\xi^2+1$	15	$\ln\|4+\xi\|$
16	$\mathrm{arctg}(\frac{1}{2}\xi+1)$	17	$\sqrt{\|\frac{1}{4}\xi-1\|}$	18	$1-\frac{1}{4}\xi^2$
19	$\ln\|1-\frac{1}{4}\xi\|$	20	$\frac{1}{3}\|\xi\|+1$	21	$\sqrt{\|4-\frac{1}{5}\xi\|}$
22	$3+\frac{1}{3}\xi^2$	23	$\frac{1}{2}\ln\|3-\frac{1}{5}\xi\|$	24	$\|\xi\|-2$
25	$\frac{1}{3}\,\mathrm{arctg}(\xi+3)$	26	$\frac{1}{9}-\xi^2$	27	$\ln\|\frac{1}{5}-\xi\|$
28	$\|\xi\|+\frac{1}{2}$	29	$\mathrm{arctg}(\xi+\frac{1}{4})$	30	$\sqrt{\|\frac{1}{2}\xi+3\|}$

ЗАДАЧА 9.

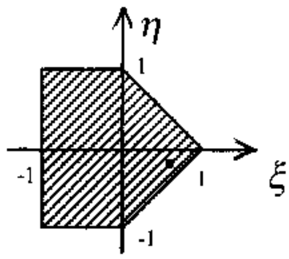
Случайный вектор (ξ,η) распределен равномерно в области G, изображенной на рисунке на следующей странице.
1. Найти плотности распределения вероятностей компонент случайного вектора и решить вопрос об их зависимости (независимости).
2. Выяснить, коррелированы или некоррелированы компоненты случайного вектора (ξ,η).
3. Найти функцию и плотность распределения вероятностей для нечетных вариантов случайной величины $\xi+\eta$, для четных вариантов случайной величины $\xi-\eta$.
4. Найти $P\left\{(\xi,\eta)\in D\right\}$, где $D=\left\{(x,y)\,\middle|\,x^2+y^2\leqslant 1\right\}$.

Варианты:

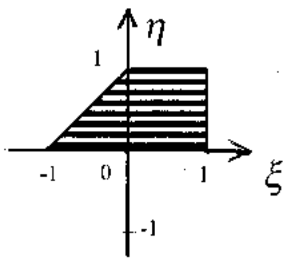
№ 1, 16



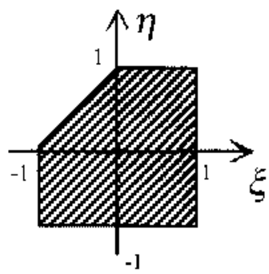
№ 2, 17



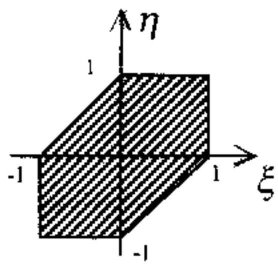
№ 3, 18



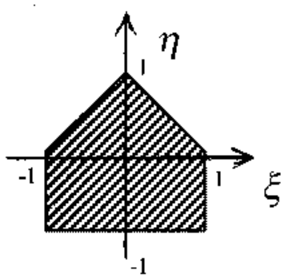
№ 4, 19



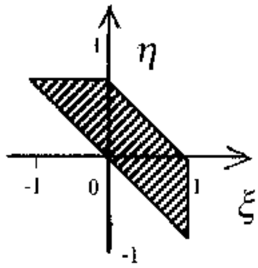
№ 5, 20



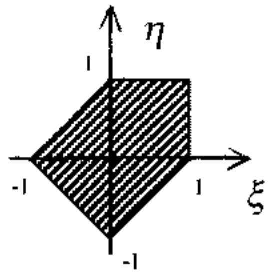
№ 6, 21



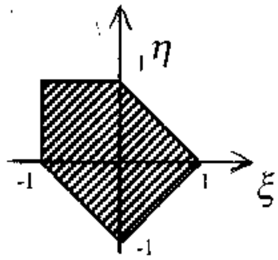
№ 7, 22



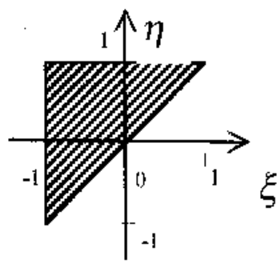
№ 8, 23



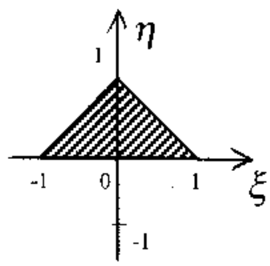
№ 9, 24



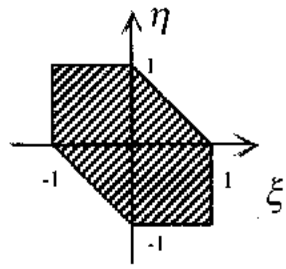
№ 10, 25



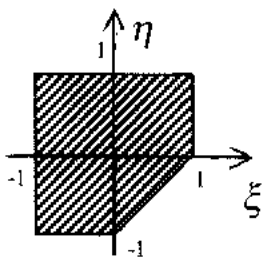
№ 11, 26



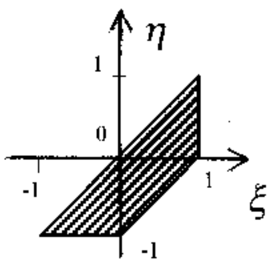
№ 12, 27



№ 13, 28



№ 14, 29



№ 15, 30