МИРЭА
Российский технологический университет

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Теория вероятностей и математическая статистика

Часть 1 Теория вероятностей

Лектор: **Лобузов Алексей Аркадьевич**

ЛЕКЦИЯ 6

Дискретные случайные величины и дискретные случайные векторы

Функция распределения случайной величины

Отображение $\xi:\Omega\to\mathbb{R}$ **называется случайной величиной, если для каждого** $x\in\mathbb{R}$ **событие** $\{\omega\in\Omega \mid \xi(\omega)\le x\}\in\mathcal{A}$**,**

т.е. является элементом σ-алгебры $\mathcal{A}$**.**

Функция распределения случайной величины ξ **определяется равенством** $F_\xi(x)=P(\xi\le x)$**.**

Свойства функции распределения: 1) для всех $x\in\mathbb{R}$: $0\le F_\xi(x)\le 1$;

2) если $x_1<x_2$**, то** $F_\xi(x_1)\le F_\xi(x_2)$; **3)** $\lim\limits_{x\to-\infty}F_\xi(x)=0$;

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}F_\xi(x)=1$; **5) для каждого** $a\in\mathbb{R}$ $\lim\limits_{x\to a+0}F_\xi(x)=F_\xi(a)$.

МИРЭА Российский технологический университет

Дискретные случайные величины

Отображение $\xi:\Omega\to M_\xi\subseteq\mathbb{R}$, $M_\xi=\{x_1,\dots,x_k,\dots\}$, **называется дискретной случайной величиной (д.с.в.).**

События $\{H_k=(\xi=x_k)\}$ **образуют полную группу.**

Ряд распределения дискретной случайной величины ξ **имеет вид**

ξ	x_1	$\dots$	x_k
P	p_1	$\dots$	p_k

где $p_k=P(H_k)$ **обладают следующими свойствами:**

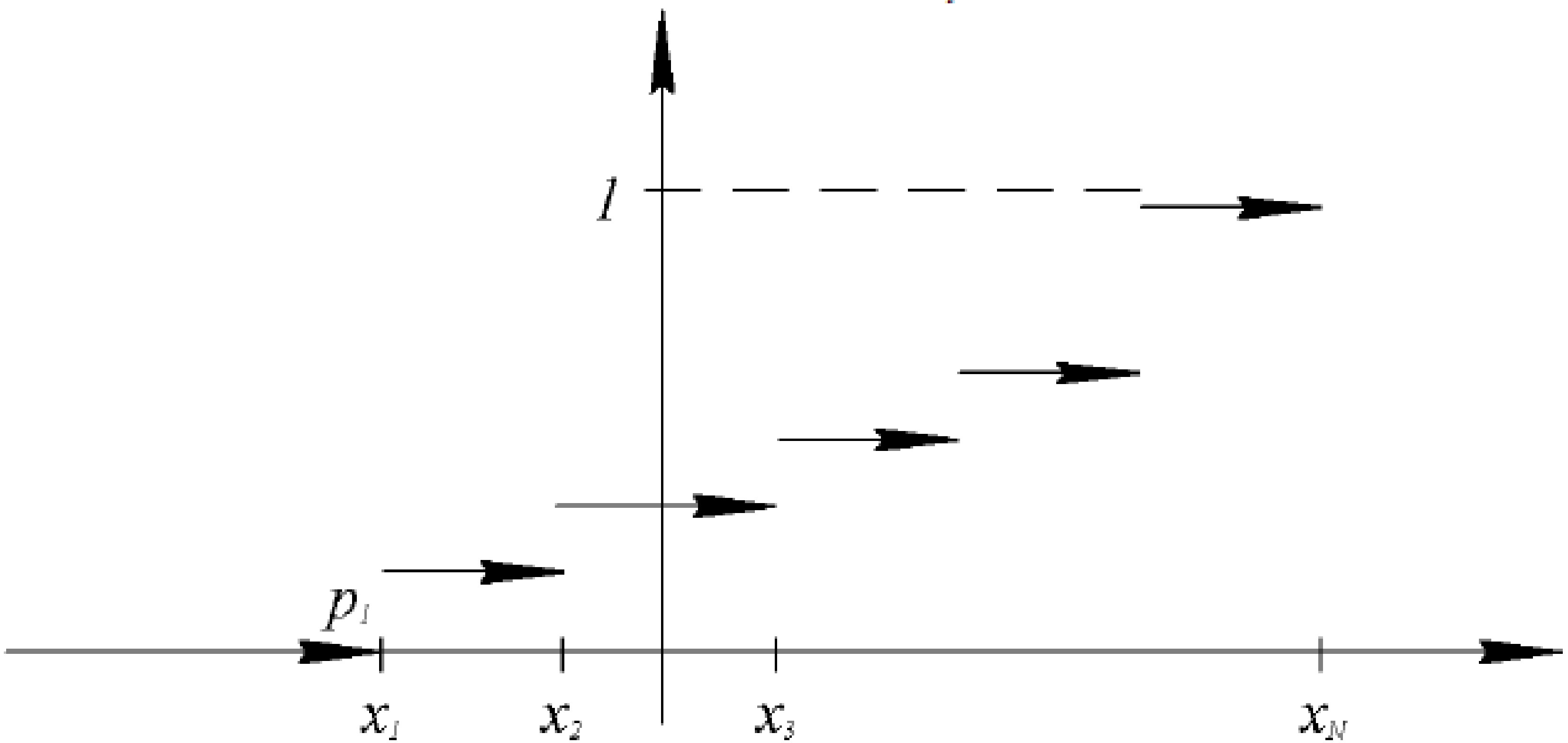
1) $0<p_k\le 1$;

2) $\sum p_k=1$ – **свойство нормировки;**

3) $p_k=F_\xi(x_k)-F_\xi(x_k-0)$.

Функция распределения д.с.в.

$$F_{\xi}(x) = P(\xi \le x) = \sum_{x_i \le x} p_i$$



Функция дискретной случайной величины

Дана дискретная случайная величина ξ с рядом распределения

ξ	x_1	$\ldots$	x_k
P	p_1	$\ldots$	p_k

и функция $y = \varphi(x)$.

Ряд распределения случайной величины $\eta = \varphi(\xi)$

η	y_1	$\ldots$	y_j
P	q_1	$\ldots$	q_j

Определяется по формулам $y_j = \varphi(x_{i_1}) = \varphi(x_{i_2})\ldots,$

$$q_j = P(\eta = y_j) = \sum_{\varphi(x_i) = y_j} p_i \,.$$

Дискретные случайные векторы

Дискретный случайный вектор $\overline{\xi}=\left(\xi_1,\ldots,\xi_n\right)$, **где**

$\xi_i:\Omega\to M_i\subseteq\mathbb{R}$ **– дискретные случайные величины.**

Двумерный дискретный случайный вектор $\left(\xi,\eta\right)$

$\xi:\Omega\to M_\xi=\{x_1,\ldots,x_i,\ldots\},\ \eta:\Omega\to M_\eta=\{y_1,\ldots,y_j,\ldots\},$

$\left\{H_{ij}=\left(\xi=x_i;\eta=y_j\right)\right\}$ **– полная группа событий.**

Совместные вероятности $p_{ij}=P\left(H_{ij}\right)$ **обладают свойствами:**

1) $0\le p_{ij}\le 1;$

2) $\sum\limits_i\sum\limits_j p_{ij}=1;$

3) $\sum\limits_j p_{ij}=p_i\ ,\ \sum\limits_i p_{ij}=q_j$ **– одномерные (частные) вероятности.**

Дискретные случайные векторы

Дискретные случайные величины ξ и η называются независимыми, если для всех i, j

$$P(\xi = x_i, \eta = y_j) = P(\xi = x_i) P(\eta = y_j).$$

Для проверки независимости по таблице совместного распределения д.с.в. ξ и η сначала находим одномерные вероятности для ξ и η,

	$\xi \backslash \eta$	y_1	$\dots$	y_j
p_1	x_1	p_{11}	$\dots$	p_{1j}
p_2	$\vdots$			
p_i	x_i	p_{i1}		p_{ij}
		q_1	$\dots$	q_j

затем для всех i, j проверяем равенство $p_{ij} = p_i q_j$. Если оно верно для всех i, j, случайные величины ξ и η будут независимы. Если для каких-либо i, j равенство неверно, то случайные величины ξ и η зависимы.