

Universidade de São Paulo  
Escola de Artes, Ciências e Humanidades

ACH2033 – Matrizes, Vetores e Geometria Analítica – 2º sem. 2020

Professor: José Ricardo G. Mendonça

1ª Prova – Nª USP ÍMPAR– Data: 19 out. 2020

*Na resolução dos problemas, explique seu raciocínio e o que você está fazendo de forma que eu possa acompanhá-lo(a). Soluções “mágicas” ou “geniais” não serão aceitas sem explicações.*

**Problemas**

1. [2 pontos] Uma corrida de 100 m rasos é disputada numa pista reta orientada na direção  $\hat{i} + \hat{j}$  e, na hora da prova, sopra um vento na direção oeste de magnitude 3 m/s. A corrida termina com a quebra de um recorde! Dado que as regras da International Association of Athletics Federations para corridas de 100/200 m estabelecem que a velocidade máxima do vento na direção da pista não pode exceder  $\pm 2$  m/s para efeitos de homologação de recordes, o recorde observado deve ou não ser homologado?

2. (a) [1 ponto] Mostre que para quaisquer vetores  $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^n$  vale a *desigualdade de Cauchy-Schwartz*  $|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq \|\vec{u}\| \|\vec{v}\|$ . Em que condições a desigualdade vale como igualdade?

- (b) [1 ponto] Dados  $n$  números reais  $a_1, \dots, a_n > 0$ , mostre que

$$(a_1 + \dots + a_n) \left( \frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2.$$

3. [2 pontos] Verifique que as retas  $r : x = 2 - 3t, y = 5 + t, z = 4 + 2t$  e  $s : x = -7 - 3t, y = 6 + t, z = 2t$  são paralelas e distintas e encontre a equação do plano determinado por elas.

4. Seja  $A$  uma matriz triangular inferior ou superior de ordem  $n$ .

- (a) [1 ponto] Mostre que  $\det A = a_{11}a_{22} \cdots a_{nn}$ .

- (b) [1 ponto] Mostre que o produto de duas matrizes triangulares inferiores é novamente uma matriz triangular inferior.

5. [2 pontos] Resolva o sistema de equações lineares abaixo por eliminação, isto é, através de operações elementares sobre as linhas, escrevendo a sequência de matrizes de coeficientes ampliadas correspondentes:

$$\begin{cases} x + y + z + w = 0, \\ x + y + z - w = 4, \\ x + y - z + w = -4, \\ x - y + z + w = 2. \end{cases}$$