

# Biologicky motivované výpočtové modely

Mgr. Michal Kováč  
Školiteľ: doc. RNDr. Damas Gruska, PhD.

FMFI UK

17.1.2018

## 1 Prehľad problematiky

- Biologicky motivované modely
- P systémy

## 2 Skúmané varianty P systémov

- Sekvenčné P systémy s inhibítormi
- Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami
- Sekvenčné P systémy s množinami namiesto multimnožín
- Detekcia prázdnoty membrán

# Biologicky motivované výpočtové modely

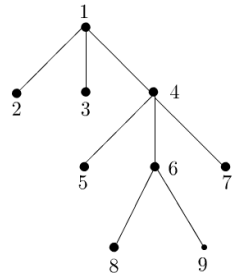
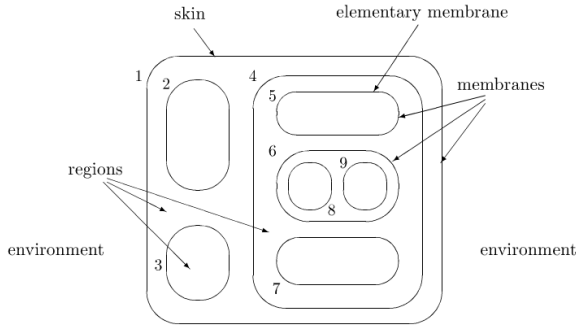
Dvojaké uplatnenie:

- reálne modely živých systémov
  - virtuálne biologické experimenty
  - verifikácia správnosti chápania ich činností
- modely na popis iných systémov

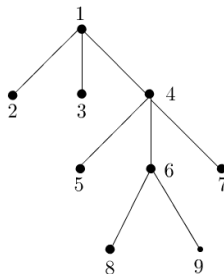
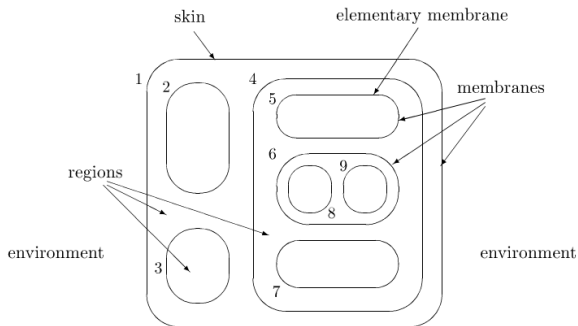
# Biologicky motivované výpočtové modely

- Neurónové siete (od 1943)
- Celulárne automaty (od 1968)
- Evolučné algoritmy (od 1954)
- L systémy (od 1968)
- Swarm Intelligence (od 1989)
- P systémy (od 1998) [Păun, 1998]
- ...

# Membránová štruktúra

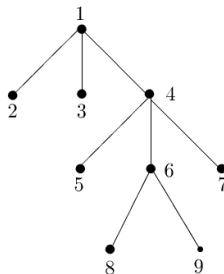
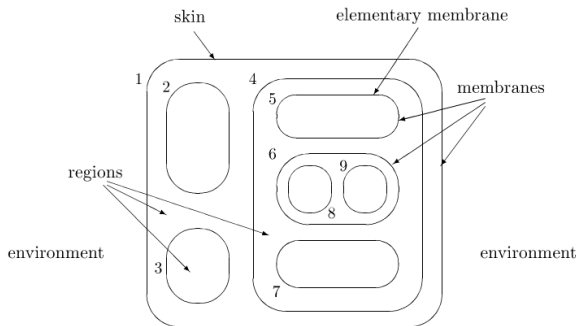


# Membránová štruktúra



- Multimnožiny objektov

# Membránová štruktúra



- Multimnožiny objektov
- Prepisovacie pravidlá

# Prepisovacie pravidlá

$u \rightarrow v$ , where

- $u \in \mathbb{N}^\Sigma$

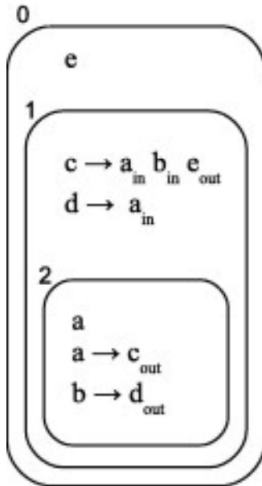


# Prepisovacie pravidlá

$u \rightarrow v$ , where

- $u \in \mathbb{N}^{\Sigma}$
- $v = v'$  or  $v = v'\delta$ , where  $\delta \notin \Sigma$
- $v' \in \mathbb{N}^{\Sigma \times (\{here, out\} \cup \{in_j | 1 \leq j \leq m\})}$

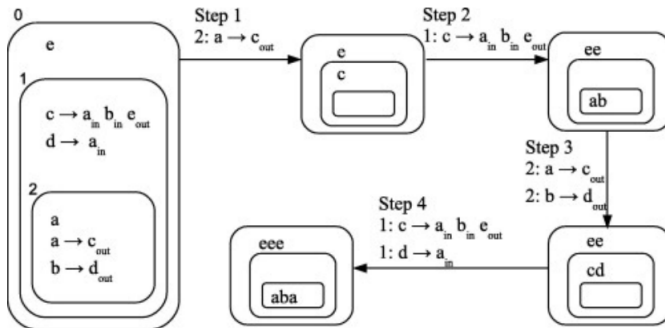
# Prepisovacie pravidlá



# Krok výpočtu P systému

- Krok výpočtu
  - Sekvenčný
  - Paralelný
  - Maximálne paralelný

# Ukážka výpočtu P systému



# Jazyk definovaný P systémom

- Jazyk nad posupnosťami/multimnožinami objektov
  - Generatívny mód: postupnosť/multimnožina objektov vypustených do okolitého prostredia

# Jazyk definovaný P systémom

- Jazyk nad posupnosťami/multimnožinami objektov
  - Generatívny mód: postupnosť/multimnožina objektov vypustených do okolitého prostredia
  - Akceptačný mód: vstupnú multimnožinu vložíme do špecifickej membrány, ak výpočet zastaví, akceptujeme

# Varianty pravidiel

$u \rightarrow v$

- Kooperatívne ( $u \in \mathbb{N}^\Sigma$ ) (PsRE [Păun, 1998])

# Varianty pravidiel

$u \rightarrow v$

- Kooperatívne ( $u \in \mathbb{N}^\Sigma$ ) (PsRE [Păun, 1998])
- Nekooperatívne ( $u \in \Sigma$ ) (PsCF [Sburlan, 2005])



# Variety pravidiel

$u \rightarrow v$

- Kooperatívne ( $u \in \mathbb{N}^\Sigma$ ) (PsRE [Păun, 1998])
- Nekooperatívne ( $u \in \Sigma$ ) (PsCF [Sburlan, 2005])
- Nekooperatívne s inhibítormi ( $u \rightarrow v \mid \neg Inh, Inh \subseteq \Sigma$ ) (PsETOL [Ionescu and Sburlan, 2004])

# Varianty pravidiel

$u \rightarrow v$

- Kooperatívne ( $u \in \mathbb{N}^\Sigma$ ) (PsRE [Păun, 1998])
- Nekooperatívne ( $u \in \Sigma$ ) (PsCF [Sburlan, 2005])
- Nekooperatívne s inhibítormi ( $u \rightarrow v \mid \neg Inh, Inh \subseteq \Sigma$ ) (PsETOL [Ionescu and Sburlan, 2004])
- Katalytické ( $cu \rightarrow cv, u \in \Sigma, c \in C \subseteq \Sigma$ )
  - s 2 katalyzátormi (PsRE [Freund et al., 2005])
  - s 1 katalyzátorom (otvorený problém)
  - s 1 katalyzátorom a inhibítormi (PsRE [Ionescu and Sburlan, 2004])

# Sekvenčné P systémy

- Maximálny paralelizmus vs. sekvenčný mód

# Sekvenčné P systémy

- Maximálny paralelizmus vs. sekvenčný mód
- Sekvenčné P systémy s kooperatívnymi pravidlami (VASS [Ibarra et al., 2005])

# Sekvenčné P systémy

- Maximálny paralelizmus vs. sekvenčný mód
- Sekvenčné P systémy s kooperatívnymi pravidlami (VASS [Ibarra et al., 2005])
  - s prioritami (PsRE [Ibarra et al., 2005])
  - s aktívnymi membránami (PsRE [Ibarra et al., 2005])
  - **s inhibítormi (PsRE [Kováč, 2014])**

# Vlastné výsledky

## Vlastné výsledky

# Sekvenčné P systémy s inhibítormi

## 1. Sekvenčné P systémy s inhibítormi

# Sekvenčné P systémy s inhibítormi

- Pravidlo s inhibítormi:  $u \rightarrow v|I, I \subseteq \Sigma$



# Sekvenčné P systémy s inhibítormi

- Pravidlo s inhibítormi:  $u \rightarrow v \mid I, I \subseteq \Sigma$
- Turingovská úplnosť pre akceptačný aj generatívny mód

# Sekvenčné P systémy s inhibítormi

- Pravidlo s inhibítormi:  $u \rightarrow v \mid I, I \subseteq \Sigma$
- Turingovská úplnosť pre akceptačný aj generatívny mód
- Kováč (2014). *Using Inhibitors to Achieve Universality of Sequential P Systems.*  
In *Electronic Proceedings of CiE 2014*

# Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Simulácia registrového stroja

# Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Simulácia registrového stroja
- Obsah registra  $x$  sa reprezentuje početnosťou objektu  $x$
- Objekt pre každú inštrukciu

# Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Simulácia registrového stroja
- Obsah registra  $x$  sa reprezentuje početnosťou objektu  $x$
- Objekt pre každú inštrukciu
- SUB inštrukcia sa simuluje pomocou inhibítora
  - $i : SUB(x, j, k)$
  - $ix \rightarrow j$
  - $i \rightarrow k|_{\neg x}$

# Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Registrový stroj  $M = (n, P, i, h, Lab)$

# Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Registrový stroj  $M = (n, P, i, h, Lab)$
- P systém  $(\Sigma, \mu, w, R)$ 
  - $\Sigma = Lab \cup \# \cup a_j, 1 \leq j \leq n$

# Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Registrový stroj  $M = (n, P, i, h, Lab)$
- P systém  $(\Sigma, \mu, w, R)$ 
  - $\Sigma = Lab \cup \# \cup a_j, 1 \leq j \leq n$
  - $w = i \cup a_i^{n_i}, n_i$  je počiatočná hodnota registra  $i$



# Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Registrový stroj  $M = (n, P, i, h, Lab)$
- P systém  $(\Sigma, \mu, w, R)$ 
  - $\Sigma = Lab \cup \# \cup a_j, 1 \leq j \leq n$
  - $w = i \cup a_i^{n_i}, n_i$  je počiatočná hodnota registra  $i$
  - $\forall (e : add(j), k, l) \in P :$ 
    - $e \rightarrow a_j k \in R$
    - $e \rightarrow a_j l \in R$

# Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Registrový stroj  $M = (n, P, i, h, Lab)$
- P systém  $(\Sigma, \mu, w, R)$ 
  - $\Sigma = Lab \cup \# \cup a_j, 1 \leq j \leq n$
  - $w = i \cup a_i^{n_i}, n_i$  je počiatková hodnota registra  $i$
  - $\forall (e : add(j), k, l) \in P :$ 
    - $e \rightarrow a_j k \in R$
    - $e \rightarrow a_j l \in R$
  - $\forall (e : sub(j), k, l) \in P :$ 
    - $ea_j \rightarrow k \in R$
    - $e \rightarrow l|_{\neg a_j} \in R$

# Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Registrový stroj  $M = (n, P, i, h, Lab)$
- P systém  $(\Sigma, \mu, w, R)$ 
  - $\Sigma = Lab \cup \# \cup a_j, 1 \leq j \leq n$
  - $w = i \cup a_i^{n_i}, n_i$  je počiatková hodnota registra  $i$
  - $\forall (e : add(j), k, l) \in P :$ 
    - $e \rightarrow a_j k \in R$
    - $e \rightarrow a_j l \in R$
  - $\forall (e : sub(j), k, l) \in P :$ 
    - $ea_j \rightarrow k \in R$
    - $e \rightarrow l |_{\neg a_j} \in R$
  - $ha_j \rightarrow h\# \in R$
  - $\# \rightarrow \# \in R$

# Prehľad simulácie pre generatívny mód

- Simulácia maximálne paralelného P systému  $\Pi_1$  pomocou sekvenčného P systému s inhibítormi  $\Pi_2$ .

## Prehľad simulácie pre generatívny mód

- Simulácia maximálne paralelného P systému  $\Pi_1$  pomocou sekvenčného P systému s inhibítormi  $\Pi_2$ .
- Každý maximálne paralelný krok  $\Pi_1$  simulujeme sekvenčnými krokmi  $\Pi_2$ .

## Prehľad simulácie pre generatívny mód

- Simulácia maximálne paralelného P systému  $\Pi_1$  pomocou sekvenčného P systému s inhibítormi  $\Pi_2$ .
- Každý maximálne paralelný krok  $\Pi_1$  simulujeme sekvenčnými krokmi  $\Pi_2$ .
- Maximálne paralelný krok rozdeľujeme na 4 fázy:

## Prehľad simulácie pre generatívny mód

- Simulácia maximálne paralelného P systému  $\Pi_1$  pomocou sekvenčného P systému s inhibítormi  $\Pi_2$ .
- Každý maximálne paralelný krok  $\Pi_1$  simulujeme sekvenčnými krokmi  $\Pi_2$ .
- Maximálne paralelný krok rozdeľujeme na 4 fázy:
  - RUN

## Prehľad simulácie pre generatívny mód

- Simulácia maximálne paralelného P systému  $\Pi_1$  pomocou sekvenčného P systému s inhibítormi  $\Pi_2$ .
- Každý maximálne paralelný krok  $\Pi_1$  simulujeme sekvenčnými krokmi  $\Pi_2$ .
- Maximálne paralelný krok rozdeľujeme na 4 fázy:
  - RUN
  - SYNCHRONIZE



## Prehľad simulácie pre generatívny mód

- Simulácia maximálne paralelného P systému  $\Pi_1$  pomocou sekvenčného P systému s inhibítormi  $\Pi_2$ .
- Každý maximálne paralelný krok  $\Pi_1$  simulujeme sekvenčnými krokmi  $\Pi_2$ .
- Maximálne paralelný krok rozdeľujeme na 4 fázy:
  - RUN
  - SYNCHRONIZE
  - SENDDOWN
  - RESTORE

# Zhrnutie výsledkov pre sekvenčné P systémy s inhibítormi

- Sekvenčné P systémy s inhibítormi sú Turingovsky úplné

# Zhrnutie výsledkov pre sekvenčné P systémy s inhibítormi

- Sekvenčné P systémy s inhibítormi sú Turingovsky úplné
- Podobné výsledky pre Petriho siete

## Zhrnutie výsledkov pre sekvenčné P systémy s inhibítormi

- Sekvenčné P systémy s inhibítormi sú Turingovsky úplné
- Podobné výsledky pre Petriho siete
- Rozpúšťanie, vytváranie membrán, pravidiel s prioritami
- Výskum iných obmedzení pravidiel

## Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

# 2. Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

# Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

- Pravidlo, ktoré vytvorí membránu:  $u \rightarrow [{}_j v]_j$ ,  
 $u \in \mathbb{N}^\Sigma, v \in \mathbb{N}^\Sigma, 1 \leq j \leq m$

# Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

- Pravidlo, ktoré vytvorí membránu:  $u \rightarrow [{}_j v]_j$ ,  
 $u \in \mathbb{N}^\Sigma, v \in \mathbb{N}^\Sigma, 1 \leq j \leq m$
- Bez limitu počtu aplikovaní pravidla na vytvorenie membrány  
(PsRE [Ibarra, 2005])

# Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

- Pravidlo, ktoré vytvorí membránu:  $u \rightarrow [jv]_j$ ,  
 $u \in \mathbb{N}^\Sigma, v \in \mathbb{N}^\Sigma, 1 \leq j \leq m$
- Bez limitu počtu aplikovaní pravidla na vytvorenie membrány  
(PsRE [Ibarra, 2005])
- Rozhodnuteľnosť existencie nekonečného výpočtu
- Nerozhodnuteľnosť existencie konečného výpočtu



# Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

- Pravidlo, ktoré vytvorí membránu:  $u \rightarrow [jv]_j$ ,  
 $u \in \mathbb{N}^\Sigma, v \in \mathbb{N}^\Sigma, 1 \leq j \leq m$
- Bez limitu počtu aplikovaní pravidla na vytvorenie membrány (PsRE [Ibarra, 2005])
- Rozhodnuteľnosť existencie nekonečného výpočtu
- Nerozhodnuteľnosť existencie konečného výpočtu
- Kováč, M. (2015). [Decidability of termination problems for sequential p systems with active membranes.](#)  
In Beckmann, A., Mitrană, V., and Soskova, M., editors, *Evolving Computability*, volume 9136 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 236–245. Springer International Publishing

# Problém zastavenia

- Problém zastavenia je definovaný pre deterministické modely

# Problém zastavenia

- Problém zastavenia je definovaný pre deterministické modely
- Zovšeobecnenie: Existencia (ne)konečného výpočtu

# Aktívny P systém

- Membránova konfigurácia  $(T, l, c)$ , kde
  - $T$  je stromová štruktúra

# Aktívny P systém

- Membránova konfigurácia  $(T, l, c)$ , kde
  - $T$  je stromová štruktúra
  - $l: V(T) \rightarrow \{1, \dots, m\}$

# Aktívny P systém

- Membránova konfigurácia  $(T, l, c)$ , kde
  - $T$  je stromová štruktúra
  - $l: V(T) \rightarrow \{1, \dots, m\}$
  - $c: V(T) \rightarrow \mathbb{N}^\Sigma$
- Aktívny P systém je  $(\Sigma, C_0, R_1, R_2, \dots, R_m)$ , kde
  - $\Sigma$  je abeceda
  - $C_0$  je počiatočná membránová konfigurácia
  - $R_i$  je množina pravidiel

# Existencia konečného výpočtu

- Nerozhodnuteľný problém

# Existencia konečného výpočtu

- Nerozhodnuteľný problém
- Redukcia na halting problem



# Existencia nekonečného výpočtu

- Rozhodnuteľný problém

# Existencia nekonečného výpočtu

- Rozhodnuteľný problém
- Obmedzenie na počet membrán

# Existencia nekonečného výpočtu

- Rozhodnuteľný problém
- Obmedzenie na počet membrán
- Graf dosiahnuteľnosti

# Existencia nekonečného výpočtu

- Čiastočné usporiadanie  $\leq$ :

# Existencia nekonečného výpočtu

- Čiastočné usporiadanie  $\leq$ :
  - $C_1 = (T_1, l_1, c_1)$
  - $C_2 = (T_2, l_2, c_2)$

# Existencia nekonečného výpočtu

- Čiastočné usporiadanie  $\leq$ :
  - $C_1 = (T_1, l_1, c_1)$
  - $C_2 = (T_2, l_2, c_2)$
  - $C_1 \leq C_2$ , ak  $\exists$  izomorfizmus  $f : T_1 \rightarrow T_2$  taký, že:  $\forall d \in T_1$  platí:

# Existencia nekonečného výpočtu

- Čiastočné usporiadanie  $\leq$ :
  - $C_1 = (T_1, l_1, c_1)$
  - $C_2 = (T_2, l_2, c_2)$
  - $C_1 \leq C_2$ , ak  $\exists$  izomorfizmus  $f : T_1 \rightarrow T_2$  taký, že:  $\forall d \in T_1$  platí:
    - $l_1(d) = l_2(f(d))$

# Existencia nekonečného výpočtu

- Čiastočné usporiadanie  $\leq$ :
  - $C_1 = (T_1, l_1, c_1)$
  - $C_2 = (T_2, l_2, c_2)$
  - $C_1 \leq C_2$ , ak  $\exists$  izomorfizmus  $f : T_1 \rightarrow T_2$  taký, že:  $\forall d \in T_1$  platí:
    - $l_1(d) = l_2(f(d))$
    - $c_1(d) \subseteq c_2(f(d))$



# Existencia nekonečného výpočtu

- Čiastočné usporiadanie  $\leq$ :
  - $C_1 = (T_1, l_1, c_1)$
  - $C_2 = (T_2, l_2, c_2)$
  - $C_1 \leq C_2$ , ak  $\exists$  izomorfizmus  $f : T_1 \rightarrow T_2$  taký, že:  $\forall d \in T_1$  platí:
    - $l_1(d) = l_2(f(d))$
    - $c_1(d) \subseteq c_2(f(d))$
- $C_1 \leq C_2 \Rightarrow$  každé pravidlo v  $C_1$  je aplikovateľné v  $C_2$ .

# Existencia nekonečného výpočtu

- Dicksonova lemma: Pre každú nekonečnú postupnosť  $n$ -tíc nad  $\mathbb{N}$   $\{a_i\}_{i=0}^{\infty}$  existujú  $i < j$ :  $a_i \leq a_j$

## Existencia nekonečného výpočtu

- Dicksonova lemma: Pre každú nekonečnú postupnosť  $n$ -tíc nad  $\mathbb{N}$   $\{a_i\}_{i=0}^{\infty}$  existujú  $i < j$ :  $a_i \leq a_j$
- Pre každú nekonečnú postupnosť konfigurácií existuje  $C_1, C_2$ :  $C_1 \rightarrow^* C_2$  a  $C_1 \leq C_2$ .

## Existencia nekonečného výpočtu

- Dicksonova lemma: Pre každú nekonečnú postupnosť  $n$ -tíc nad  $\mathbb{N}$   $\{a_i\}_{i=0}^{\infty}$  existujú  $i < j$ :  $a_i \leq a_j$
- Pre každú nekonečnú postupnosť konfigurácií existuje  $C_1, C_2$ :  $C_1 \rightarrow^* C_2$  a  $C_1 \leq C_2$ .
- Kodovanie konfigurácií  $enc(C_1) \leq enc(C_2) \Rightarrow C_1 \leq C_2$

# Algoritmus rozhodujúci existenciu nekonečného výpočtu

- Traverzuj graf dosiahnuteľnosti
- Dosiahnutá konfigurácia  $C_2$ , taká, že na ceste z počiatkovej konfigurácie existuje  $C_1 \leq C_2 \Rightarrow \text{YES}$ .
- Ak traverzovanie skončilo  $\Rightarrow \text{NO}$ .

# Zhrnutie výsledkov pre sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

- Existencia nekonečného výpočtu je rozhodnuteľná.

# Zhrnutie výsledkov pre sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

- Existencia nekonečného výpočtu je rozhodnuteľná.
- Existencia konečného výpočtu je nerozhodnuteľná.

## Sekvenčné P systémy s množinami namiesto multimnožín

### 3. Sekvenčné P systémy s množinami namiesto multimnožín



# Sekvenčné P systémy s množinami namiesto multimnožín

- Inšpirácia z Reaction systems

# Sekvenčné P systémy s množinami namiesto multimnožín

- Inšpirácia z Reaction systems
- Nakoľko realistické je reprezentovať presný počet objektov?

# Sekvenčné P systémy s množinami namiesto multimnožín

- Inšpirácia z Reaction systems
- Nakoľko realistické je reprezentovať presný počet objektov?
- Nepraktická analýza kvôli veľkosti stavového priestoru

## P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú

## P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú
  - Maximálny paralelizmus  $\Rightarrow$  determinizmus.

## P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú
  - Maximálny paralelizmus  $\Rightarrow$  determinizmus.
  - Ekvivalencia s konečnosťovými automatmi.

## P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú
  - Maximálny paralelizmus  $\Rightarrow$  determinizmus.
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.
  - S aktívnymi membránami je model univerzálny.

## P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú
  - Maximálny paralelizmus  $\Rightarrow$  determinizmus.
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.
  - S aktívnymi membránami je model univerzálny.
- [Kleijn and Koutny, 2011]: “min-enabled” computational step (= sekvenčný mód)



## P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú
  - Maximálny paralelizmus  $\Rightarrow$  determinizmus.
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.
  - S aktívnymi membránami je model univerzálny.
- [Kleijn and Koutny, 2011]: “min-enabled” computational step (= sekvenčný mód)
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.

## P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú
  - Maximálny paralelizmus  $\Rightarrow$  determinizmus.
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.
  - S aktívnymi membránami je model univerzálny.
- [Kleijn and Koutny, 2011]: “min-enabled” computational step (= sekvenčný mód)
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.
- Vlastnosti:
  - Pravidlá bez konfliktu (objekty sa môžu zúčastniť ako reaktanty súčasne vo viacerých pravidlách).
  - Ak je objekt použitý aspoň v jednom pravidle ako reaktant, bude spotrebovaný.

# Aktívny P systém

- Membránova konfigurácia  $(T, l, c)$ , kde
  - $T$  je stromová štruktúra
  - $l: V(T) \rightarrow \{1, \dots, m\}$
  - $c: V(T) \rightarrow \mathbb{N}^\Sigma$
- Aktívny P systém je  $(\Sigma, C_0, R_1, R_2, \dots, R_m)$ , kde
  - $\Sigma$  je abeceda
  - $C_0$  je počiatočná membránová konfigurácia
  - $R_i$  je množina pravidiel

# Aktívny P systém s množinami objektov

- Membránova konfigurácia  $(T, l, c)$ , kde
  - $T$  je stromová štruktúra
  - $l: V(T) \rightarrow \{1, \dots, m\}$
  - $c: V(T) \rightarrow 2^\Sigma$
- Aktívny P systém je  $(\Sigma, C_0, R_1, R_2, \dots, R_m)$ , kde
  - $\Sigma$  je abeceda
  - $C_0$  je počiatočná membránová konfigurácia
  - $R_i$  je množina pravidiel

# Iné spôsoby vytvárania membrány

- Problémy pôvodnej definície:
  - Vytváranie membrány, ktorá už existuje
  - Posielanie objektu do neexistujúcej membrány

# Iné spôsoby vytvárania membrány

- Problémy pôvodnej definície:
  - Vytváranie membrány, ktorá už existuje
  - Posielanie objektu do neexistujúcej membrány
- Inject-or-create

# Iné spôsoby vytvárania membrány

- Problémy pôvodnej definície:
  - Vytváranie membrány, ktorá už existuje
  - Posielanie objektu do neexistujúcej membrány
- Inject-or-create
- Wrap-or-create

## Zhrnutie výsledkov

	membrány	čas
original	$O(n)$	$O(n)$



## Zhrnutie výsledkov

	membrány	čas
original	$O(n)$	$O(n)$
original	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$

## Zhrnutie výsledkov

	membrány	čas
original	$O(n)$	$O(n)$
original	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$
inject-or-create	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$

## Zhrnutie výsledkov

	membrány	čas
original	$O(n)$	$O(n)$
original	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$
inject-or-create	$O(\log(n))$	$O(\log(n))$
wrap-or-create	$O(n)$	$O(1)$

## Zhrnutie výsledkov

- Kováč and Gruska (2015). [Sequential p systems with active membranes working on sets.](#)

In Zbigniew Suraj, L. C., editor, *Proceedings of the 24th International Workshop on Concurrency, Specification and Programming*, pages 247–257

## Detekcia prázdnoty membrán

# 4. Detekcia prázdnoty membrán

# Detekcia prázdnoty membrán

- Objekty vyhýbajúce sa prázdny membránam

# Detekcia prázdnoty membrán

- Objekty vyhýbajúce sa prázdny membránam
- Mutovanie objektov pri poslaní do prázdnej membrány

# Detekcia prázdnotí membrán

- Objekty vyhýbajúce sa prázdny membránam
- Mutovanie objektov pri poslaní do prázdnej membrány
- Objekt repretujúci vákuum



Ďakujem za pozornosť

## Vyjadrenia k posudkom

- Dôkaz zrejme vyžaduje drobnú úpravu pre prípad  $M(a_i) > 1$  v pravidle  $r_j$  na str. 60

## Vyjadrenia k posudkom

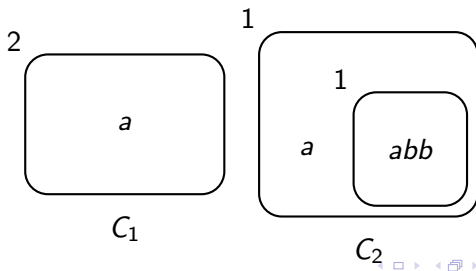
- Dôkaz zrejme vyžaduje drobnú úpravu pre prípad  $M(a_i) > 1$  v pravidle  $r_j$  na str. 60
- Pozor na formuláciu v dôkaze 4.2.6. Nekonečná postupnosť môže byť aj konštantná a vtedy rastúci pár neexistuje. Analogicky v dôkaze 4.2.7 treba rastúci pár zameniť za neklesajúci pár.

## Vyjadrenia k posudkom

- Ak porovnávam kódy ako reťazce,  $enc(C_1) < enc(C_2)$  môže platiť aj v situácii, keď príslušné “stromy” nie sú izomorfné, čo podľa môjho názoru znamená, že dôkaz Lemy 4.2.5 neplatí (opačná implikácia platí).

## Vyjadrenia k posudkom

- Ak porovnávam kódy ako reťazce,  $enc(C_1) < enc(C_2)$  môže platiť aj v situácii, keď príslušné “stromy” nie sú izomorfné, čo podľa môjho názoru znamená, že dôkaz Lemy 4.2.5 neplatí (opačná implikácia platí).
- $enc(C_1) = 1001\ 0000\ 0000\ 0000$ ,  
 $enc(C_2) = 0000\ 0000\ 1010\ 1210$



## Vyjadrenia k posudkom

- Je nutné dávať dávať umelý predpoklad na ohraničenie počtu membrán zvonku cez zablokovanie aplikovateľnosti pravidla vytvárajúceho novú membránu v situácii, ktorá by viedla k prekročeniu stanoveného počtu membrán keď aktívne P-systémy s obmedzeným sumárnym počtom membrán sú univerzálne?

## Vyjadrenia k posudkom

- Mohli by ste vysvetliť motivácie pre definované modifikácie P-systémov v závere kapitoly 4?