Biologicky motivované výpočtové modely

Mgr. Michal Kováč
Školiteľ: doc. RNDr. Damas Gruska, PhD.

FMFI UK

17.1.2018

1. Prehľad problematiky
   - Biologicky motivované modely
   - P systémy

2. Skúmané varianty P systémov
   - Sekvenčné P systémy s inhibítormi
   - Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami
   - Sekvenčné P systémy s množinami namiesto multimnožín
   - Detekcia prázdnosti membrán

Biologicky motivované výpočtové modely

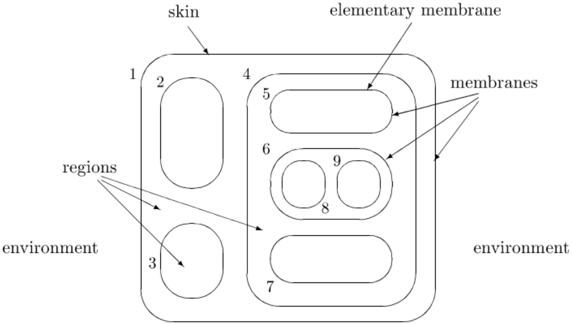
Dvojaké uplatnenie:

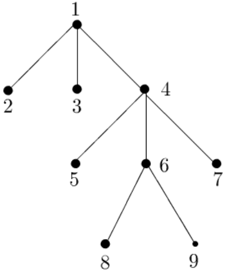
- reálne modely živých systémov
  - virtuálne biologické experimenty
  - verifikácia správnosti chápania ich činností
- modely na popis iných systémov

Biologicky motivované výpočtové modely

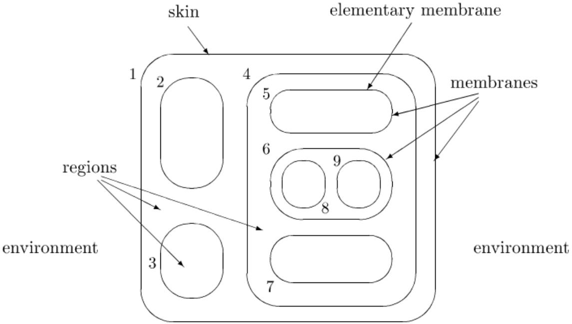
- Neurónové siete (od 1943)
- Celulárne automaty (od 1968)
- Evolučné algoritmy (od 1954)
- L systémy (od 1968)
- Swarm Intelligence (od 1989)
- P systémy (od 1998) [Păun, 1998]
- ...

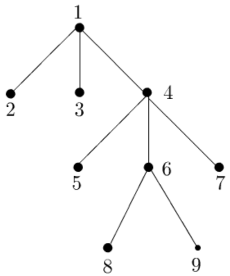
Membránová štruktúra





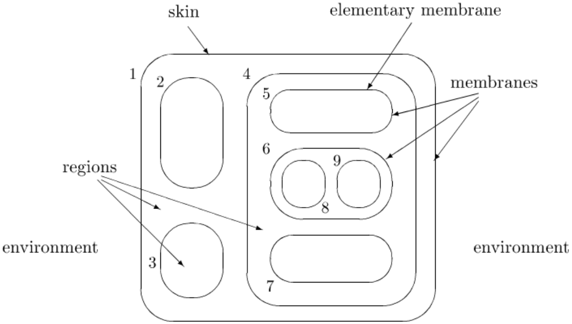
Membránová štruktúra

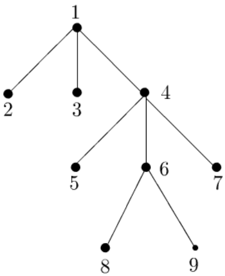




- Multimnožiny objektov

Membránová štruktúra





- Multimnožiny objektov
- Prepisovacie pravidlá

Prepisovacie pravidlá

$u \rightarrow v$, where

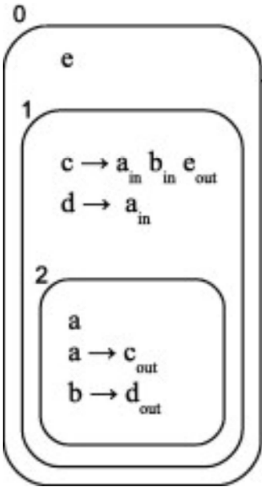
- $u \in \mathbb{N}^{\Sigma}$

Prepisovacie pravidlá

$u \to v$, where

- $u \in \mathbb{N}^{\Sigma}$
- $v = v'$ or $v = v'\delta$, where $\delta \notin \Sigma$
- $v' \in \mathbb{N}^{\Sigma \times (\{here, out\} \cup \{in_j | 1 \leq j \leq m\})}$

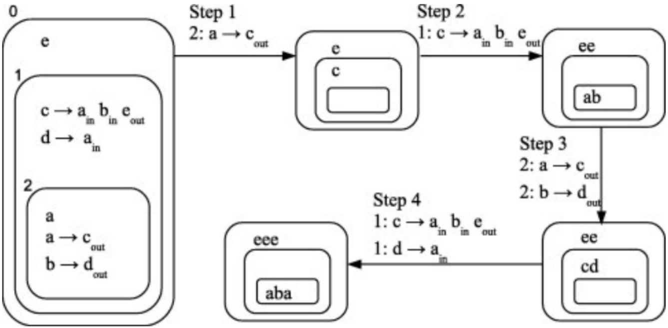
Prepisovacie pravidlá



Krok výpočtu P systému

- Krok výpočtu
    - Sekvenčný
    - Paralelný
    - Maximálne paralelný

Ukážka výpočtu P systému



Jazyk definovaný P systémom

- Jazyk nad posupnosťami/multimnožinami objektov
  - Generatívny mód: postupnosť/multimnožina objektov vypustených do okolitého prostredia

Jazyk definovaný P systémom

- Jazyk nad posupnosťami/multimnožinami objektov
  - Generatívny mód: postupnosť/multimnožina objektov vypustených do okolitého prostredia
  - Akceptačný mód: vstupnú multimnožinu vložíme do špecifickej membrány, ak výpočet zastaví, akceptujeme

Varianty pravidiel

$u \rightarrow v$

- Kooperatívne ($u \in \mathbb{N}^{\Sigma}$) (PsRE [Păun, 1998])

Varianty pravidiel

$u \to v$

- Kooperatívne ($u \in \mathbb{N}^{\Sigma}$) (PsRE [Păun, 1998])
- Nekooperatívne ($u \in \Sigma$) (PsCF [Sburlan, 2005])

Varianty pravidiel

$u \to v$

- Kooperatívne ($u \in \mathbb{N}^{\Sigma}$) (PsRE [Păun, 1998])
- Nekooperatívne ($u \in \Sigma$) (PsCF [Sburlan, 2005])
- Nekooperatívne s inhibítormi ($u \to v \mid_{\neg Inh}, Inh \subseteq \Sigma$) (PsET0L [Ionescu and Sburlan, 2004])

Varianty pravidiel

$u \to v$

- Kooperatívne ($u \in \mathbb{N}^{\Sigma}$) (PsRE [Păun, 1998])
- Nekooperatívne ($u \in \Sigma$) (PsCF [Sburlan, 2005])
- Nekooperatívne s inhibítormi ($u \to v \mid_{\neg Inh}, Inh \subseteq \Sigma$) (PsET0L [Ionescu and Sburlan, 2004])
- Katalytické ($cu \to cv, u \in \Sigma, c \in C \subseteq \Sigma$)
  - s 2 katalyzátormi (PsRE [Freund et al., 2005])
  - s 1 katalyzátorom (otvorený problém)
  - s 1 katalyzátorom a inhibítormi (PsRE [Ionescu and Sburlan, 2004])

Sekvenčné P systémy

- Maximálny paralelizmus vs. sekvenčný mód

Sekvenčné P systémy

- Maximálny paralelizmus vs. sekvenčný mód
- Sekvenčné P systémy s kooperatívnymi pravidlami (VASS [Ibarra et al., 2005])

Sekvenčné P systémy

- Maximálny paralelizmus vs. sekvenčný mód
- Sekvenčné P systémy s kooperatívnymi pravidlami (VASS [Ibarra et al., 2005])
  - s prioritami (PsRE [Ibarra et al., 2005])
  - s aktívnymi membránami (PsRE [Ibarra et al., 2005])
  - **s inhibítormi (PsRE [Kováč, 2014])**

Vlastné výsledky

Vlastné výsledky

Sekvenčné P systémy s inhibítormi

1. Sekvenčné P systémy s inhibítormi

Sekvenčné P systémy s inhibítormi

- Pravidlo s inhibítormi: $u \rightarrow v|_I$, $I \subseteq \Sigma$

Sekvenčné P systémy s inhibítormi

- Pravidlo s inhibítormi: $u \to v|_I$, $I \subseteq \Sigma$
- Turingovská úplnosť pre akceptačný aj generatívny mód

Sekvenčné P systémy s inhibítormi

- Pravidlo s inhibítormi: $u \to v|_I$, $I \subseteq \Sigma$
- Turingovská úplnosť pre akceptačný aj generatívny mód

- Kováč (2014). Using Inhibitors to Achieve Universality of Sequential P Systems.
  In *Electronic Proceedings of CiE 2014*

Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Simulácia registrového stroja

Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Simulácia registrového stroja
- Obsah registra x sa reprezentuje početnosťou objektu x
- Objekt pre každú inštrukciu

Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Simulácia registrového stroja
- Obsah registra x sa reprezentuje početnosťou objektu x
- Objekt pre každú inštrukciu
- SUB inštrukcia sa simuluje pomocou inhibítora
  - $i : SUB(x, j, k)$
  - $ix \to j$
  - $i \to k|_{\neg x}$

Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Registrový stroj $M = (n, P, i, h, Lab)$

Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Registrový stroj $M = (n, P, i, h, Lab)$
- P systém (Σ, μ, w, R)
  - $\Sigma = Lab \cup \# \cup a_j, 1 \leq j \leq n$

Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Registrový stroj $M = (n, P, i, h, Lab)$
- P systém (Σ, μ, w, R)
  - $\Sigma = Lab \cup \# \cup a_j, 1 \leq j \leq n$
  - $w = i \cup a_i^{n_i}, n_i$ je počiatočná hodnota registra i

Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Registrový stroj $M = (n, P, i, h, Lab)$
- P systém (Σ, μ, w, R)
  - $\Sigma = Lab \cup \# \cup a_j, 1 \leq j \leq n$
  - $w = i \cup a_i^{n_i}$, n_i je počiatočná hodnota registra i
  - $\forall (e : add(j), k, l) \in P$:
    - $e \to a_j k \in R$
    - $e \to a_j l \in R$

Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Registrový stroj $M = (n, P, i, h, Lab)$
- P systém (Σ, μ, w, R)
  - $\Sigma = Lab \cup \# \cup a_j, 1 \leq j \leq n$
  - $w = i \cup a_i^{n_i}, n_i$ je počiatočná hodnota registra i
  - $\forall (e : add(j), k, l) \in P :$
    - $e \rightarrow a_j k \in R$
    - $e \rightarrow a_j l \in R$
  - $\forall (e : sub(j), k, l) \in P :$
    - $ea_j \rightarrow k \in R$
    - $e \rightarrow l|_{\neg a_j} \in R$

Prehľad simulácie pre akceptačný mód

- Registrový stroj $M = (n, P, i, h, Lab)$
- P systém (Σ, μ, w, R)
  - $\Sigma = Lab \cup \# \cup a_j, 1 \leq j \leq n$
  - $w = i \cup a_i^{n_i}$, n_i je počiatočná hodnota registra i
  - $\forall (e : add(j), k, l) \in P :$
    - $e \to a_j k \in R$
    - $e \to a_j l \in R$
  - $\forall (e : sub(j), k, l) \in P :$
    - $ea_j \to k \in R$
    - $e \to l|_{\neg a_j} \in R$
  - $ha_j \to h\# \in R$
  - $\# \to \# \in R$

Prehľad simulácie pre generatívny mód

- Simulácia maximálne paralelného P systému Π_1 pomocou sekvenčného P systému s inhibítormi Π_2.

Prehľad simulácie pre generatívny mód

- Simulácia maximálne paralelného P systému Π_1 pomocou sekvenčného P systému s inhibítormi Π_2.
- Každý maximálne paralelný krok Π_1 simulujeme sekvenčnými krokmi Π_2.

Prehľad simulácie pre generatívny mód

- Simulácia maximálne paralelného P systému Π_1 pomocou sekvenčného P systému s inhibítormi Π_2.
- Každý maximálne paralelný krok Π_1 simulujeme sekvenčnými krokmi Π_2.
- Maximálne paralelný krok rozdeľujeme na 4 fázy:

Prehľad simulácie pre generatívny mód

- Simulácia maximálne paralelného P systému Π_1 pomocou sekvenčného P systému s inhibítormi Π_2.
- Každý maximálne paralelný krok Π_1 simulujeme sekvenčnými krokmi Π_2.
- Maximálne paralelný krok rozdeľujeme na 4 fázy:
  - RUN

Prehľad simulácie pre generatívny mód

- Simulácia maximálne paralelného P systému Π_1 pomocou sekvenčného P systému s inhibítormi Π_2.
- Každý maximálne paralelný krok Π_1 simulujeme sekvenčnými krokmi Π_2.
- Maximálne paralelný krok rozdeľujeme na 4 fázy:
  - RUN
  - SYNCHRONIZE

Prehľad simulácie pre generatívny mód

- Simulácia maximálne paralelného P systému Π_1 pomocou sekvenčného P systému s inhibítormi Π_2.
- Každý maximálne paralelný krok Π_1 simulujeme sekvenčnými krokmi Π_2.
- Maximálne paralelný krok rozdeľujeme na 4 fázy:
  - RUN
  - SYNCHRONIZE
  - SENDDOWN
  - RESTORE

Zhrnutie výsledkov pre sekvenčné P systémy s inhibítormi

- Sekvenčné P systémy s inhibítormi sú Turingovsky úplné

Zhrnutie výsledkov pre sekvenčné P systémy s inhibítormi

- Sekvenčné P systémy s inhibítormi sú Turingovsky úplné
- Podobné výsledky pre Petriho siete

Zhrnutie výsledkov pre sekvenčné P systémy s inhibítormi

- Sekvenčné P systémy s inhibítormi sú Turingovsky úplné
- Podobné výsledky pre Petriho siete
- Rozpúšťanie, vytváranie membrán, pravidlá s prioritami
- Výskum iných obmedzení pravidiel

Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

2. Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

- Pravidlo, ktoré vytvorí membránu: $u \to [_j v]_j$, $u \in \mathbb{N}^\Sigma, v \in \mathbb{N}^\Sigma, 1 \leq j \leq m$

Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

- Pravidlo, ktoré vytvorí membránu: $u \rightarrow [_j v]_j$, $u \in \mathbb{N}^\Sigma, v \in \mathbb{N}^\Sigma, 1 \leq j \leq m$
- Bez limitu počtu aplikovaní pravidla na vytvorenie membrány (PsRE [Ibarra, 2005])

Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

- Pravidlo, ktoré vytvorí membránu: $u \to [_j v]_j$, $u \in \mathbb{N}^\Sigma, v \in \mathbb{N}^\Sigma, 1 \leq j \leq m$
- Bez limitu počtu aplikovaní pravidla na vytvorenie membrány (PsRE [Ibarra, 2005])
- Rozhodnuteľnosť existencie nekonečného výpočtu
- Nerozhodnuteľnost existencie konečného výpočtu

Sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

- Pravidlo, ktoré vytvorí membránu: $u \to [_j v]_j$, $u \in \mathbb{N}^\Sigma, v \in \mathbb{N}^\Sigma, 1 \leq j \leq m$
- Bez limitu počtu aplikovaní pravidla na vytvorenie membrány (PsRE [Ibarra, 2005])
- Rozhodnuteľnosť existencie nekonečného výpočtu
- Nerozhodnuteľnost existencie konečného výpočtu

- Kováč, M. (2015). Decidability of termination problems for sequential p systems with active membranes. In Beckmann, A., Mitrana, V., and Soskova, M., editors, *Evolving Computability*, volume 9136 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 236–245. Springer International Publishing

Problém zastavenia

- Problém zastavenia je definovaný pre deterministické modely

Problém zastavenia

- Problém zastavenia je definovaný pre deterministické modely
- Zovšeobecnenie: Existencia (ne)konečného výpočtu

Aktívny P systém

- Membránova konfigurácia (T, l, c), kde
  - T je stromová štruktúra

Aktívny P systém

- Membránova konfigurácia (T, l, c), kde
  - T je stromová štruktúra
  - $l : V(T) \to \{1, \ldots, m\}$

Aktívny P systém

- Membránova konfigurácia (T, l, c), kde
  - T je stromová štruktúra
  - $l : V(T) \to \{1, \ldots, m\}$
  - $c : V(T) \to \mathbb{N}^{\Sigma}$
- Aktívny P systém je $(\Sigma, C_0, R_1, R_2, \ldots, R_m)$, kde
  - Σ je abeceda
  - C_0 je počiatočná membránová konfigurácia
  - R_i je množina pravidiel

Existencia konečného výpočtu

- Nerozhodnuteľný problém

Existencia konečného výpočtu

- Nerozhodnuteľný problém
- Redukcia na halting problem

Existencia nekonečného výpočtu

- Rozhodnuteľný problém

Existencia nekonečného výpočtu

- Rozhodnuteľný problém
- Obmedzenie na počet membrán

Existencia nekonečného výpočtu

- Rozhodnuteľný problém
- Obmedzenie na počet membrán
- Graf dosiahnuteľnosti

Existencia nekonečného výpočtu

- Čiastočné usporiadanie $\leq$:

Existencia nekonečného výpočtu

- Čiastočné usporiadanie $\leq$:
  - $C_1 = (T_1, l_1, c_1)$
  - $C_2 = (T_2, l_2, c_2)$

Existencia nekonečného výpočtu

- Čiastočné usporiadanie $\leq$:
  - $C_1 = (T_1, l_1, c_1)$
  - $C_2 = (T_2, l_2, c_2)$
  - $C_1 \leq C_2$, ak $\exists$ izomorfizmus $f : T_1 \rightarrow T_2$ taký, že: $\forall d \in T_1$ platí:

Existencia nekonečného výpočtu

- Čiastočné usporiadanie $\leq$:
  - $C_1 = (T_1, l_1, c_1)$
  - $C_2 = (T_2, l_2, c_2)$
  - $C_1 \leq C_2$, ak $\exists$ izomorfizmus $f : T_1 \rightarrow T_2$ taký, že: $\forall d \in T_1$ platí:
    - $l_1(d) = l_2(f(d))$

Existencia nekonečného výpočtu

- Čiastočné usporiadanie $\leq$:
  - $C_1 = (T_1, l_1, c_1)$
  - $C_2 = (T_2, l_2, c_2)$
  - $C_1 \leq C_2$, ak $\exists$ izomorfizmus $f : T_1 \rightarrow T_2$ taký, že: $\forall d \in T_1$ platí:
    - $l_1(d) = l_2(f(d))$
    - $c_1(d) \subseteq c_2(f(d))$

Existencia nekonečného výpočtu

- Čiastočné usporiadanie $\leq$:
  - $C_1 = (T_1, l_1, c_1)$
  - $C_2 = (T_2, l_2, c_2)$
  - $C_1 \leq C_2$, ak $\exists$ izomorfizmus $f : T_1 \rightarrow T_2$ taký, že: $\forall d \in T_1$ platí:
    - $l_1(d) = l_2(f(d))$
    - $c_1(d) \subseteq c_2(f(d))$
- $C_1 \leq C_2 \Rightarrow$ každé pravidlo v C_1 je aplikovateľné v C_2.

Existencia nekonečného výpočtu

- Dicksonova lemma: Pre každú nekonečnú postupnosť n-tíc nad $\mathbb{N}$ $\{a_i\}_{i=0}^{\infty}$ existujú $i < j$: $a_i \leq a_j$

Existencia nekonečného výpočtu

- Dicksonova lemma: Pre každú nekonečnú postupnosť n-tíc nad $\mathbb{N}$ $\{a_i\}_{i=0}^{\infty}$ existujú $i < j$: $a_i \leq a_j$
- Pre každú nekonečnú postupnosť konfigurácií existuje C_1, C_2: $C_1 \rightarrow^* C_2$ a $C_1 \leq C_2$.

Existencia nekonečného výpočtu

- Dicksonova lemma: Pre každú nekonečnú postupnosť n-tíc nad $\mathbb{N}$ $\{a_i\}_{i=0}^{\infty}$ existujú $i < j$: $a_i \leq a_j$
- Pre každú nekonečnú postupnosť konfigurácií existuje C_1, C_2: $C_1 \rightarrow^* C_2$ a $C_1 \leq C_2$.
- Kodovanie konfigurácií $enc(C_1) \leq enc(C_2) \Rightarrow C_1 \leq C_2$

Algoritmus rozhodujúci existenciu nekonečného výpočtu

- Traverzuj graf dosiahnuteľnosti
- Dosiahnutá konfigurácia C_2, taká, že na ceste z počiatočnej konfigurácie existuje $C_1 \leq C_2 \Rightarrow$ YES.
- Ak traverzovanie skončilo $\Rightarrow$ NO.

Zhrnutie výsledkov pre sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

- Existencia nekonečného výpočtu je rozhodnuteľná.

Zhrnutie výsledkov pre sekvenčné P systémy s aktívnymi membránami

- Existencia nekonečného výpočtu je rozhodnuteľná.
- Existencia konečného výpočtu je nerozhodnuteľná.

Sekvenčné P systémy s množinami namiesto multimnožín

3. Sekvenčné P systémy s množinami namiesto multimnožín

Sekvenčné P systémy s množinami namiesto multimnožín

- Inšpirácia z Reaction systems

Sekvenčné P systémy s množinami namiesto multimnožín

- Inšpirácia z Reaction systems
- Nakoľko realistické je reprezentovať presný počet objektov?

Sekvenčné P systémy s množinami namiesto multimnožín

- Inšpirácia z Reaction systems
- Nakoľko realistické je reprezentovať presný počet objektov?
- Nepraktická analýza kvôli veľkosti stavového priestoru

P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú

P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú
  - Maximálny paralelizmus $\Rightarrow$ determinizmus.

P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú
  - Maximálny paralelizmus $\Rightarrow$ determinizmus.
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.

P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú
  - Maximálny paralelizmus $\Rightarrow$ determinizmus.
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.
  - S aktívnymi membránami je model univerzálny.

P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú
  - Maximálny paralelizmus $\Rightarrow$ determinizmus.
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.
  - S aktívnymi membránami je model univerzálny.
- [Kleijn and Koutny, 2011]: "min-enabled" computational step ($=$ sekvenčný mód)

P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú
  - Maximálny paralelizmus $\Rightarrow$ determinizmus.
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.
  - S aktívnymi membránami je model univerzálny.
- [Kleijn and Koutny, 2011]: "min-enabled" computational step (= sekvenčný mód)
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.

P systémy s množinami objektov

- [Alhazov, 2006]: počty objektov sa ignorujú
  - Maximálny paralelizmus $\Rightarrow$ determinizmus.
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.
  - S aktívnymi membránami je model univerzálny.
- [Kleijn and Koutny, 2011]: "min-enabled" computational step (= sekvenčný mód)
  - Ekvivalencia s konečnostavovými automatmi.
- Vlastnosti:
  - Pravidlá bez konfliktu (objekty sa môžu zúčastniť ako reaktanty súčasne vo viacerých pravidlách).
  - Ak je objekt použitý aspoň v jednom pravidle ako reaktant, bude spotrebovaný.

Aktívny P systém

- Membránova konfigurácia (T, l, c), kde
  - T je stromová štruktúra
  - $l : V(T) \to \{1, \ldots, m\}$
  - $c : V(T) \to \mathbb{N}^{\Sigma}$
- Aktívny P systém je $(\Sigma, C_0, R_1, R_2, \ldots, R_m)$, kde
  - Σ je abeceda
  - C_0 je počiatočná membránová konfigurácia
  - R_i je množina pravidiel

Aktívny P systém s množinami objektov

- Membránova konfigurácia (T, l, c), kde
  - T je stromová štruktúra
  - $l : V(T) \to \{1, \ldots, m\}$
  - $c : V(T) \to 2^{\Sigma}$
- Aktívny P systém je $(\Sigma, C_0, R_1, R_2, \ldots, R_m)$, kde
  - Σ je abeceda
  - C_0 je počiatočná membránová konfigurácia
  - R_i je množina pravidiel

Iné spôsoby vytvárania membrány

- Problémy pôvodnej definície:
  - Vytváranie membrány, ktorá už existuje
  - Posielanie objektu do neexistujúcej membrány

Iné spôsoby vytvárania membrány

- Problémy pôvodnej definície:
  - Vytváranie membrány, ktorá už existuje
  - Posielanie objektu do neexistujúcej membrány
- Inject-or-create

Iné spôsoby vytvárania membrány

- Problémy pôvodnej definície:
    - Vytváranie membrány, ktorá už existuje
    - Posielanie objektu do neexistujúcej membrány
- Inject-or-create
- Wrap-or-create

Zhrnutie výsledkov

	membrány	čas
original	$O(n)$	$O(n)$

Zhrnutie výsledkov

	membrány	čas
original	$O(n)$	$O(n)$
original	$O(log(n))$	$O(log(n))$

Zhrnutie výsledkov

	membrány	čas
original	$O(n)$	$O(n)$
original	$O(log(n))$	$O(log(n))$
inject-or-create	$O(log(n))$	$O(log(n))$

Zhrnutie výsledkov

	membrány	čas
original	$O(n)$	$O(n)$
original	$O(log(n))$	$O(log(n))$
inject-or-create	$O(log(n))$	$O(log(n))$
wrap-or-create	$O(n)$	$O(1)$

Zhrnutie výsledkov

- Kováč and Gruska (2015). Sequential p systems with active membranes working on sets.
  In Zbigniew Suraj, L. C., editor, *Proceedings of the 24th International Workshop on Concurrency, Specification and Programming*, pages 247–257

Detekcia prázdnosti membrán

4. Detekcia prázdnosti membrán

Detekcia prázdnosti membrán

- Objekty vyhýbajúce sa prázdnym membránam

Detekcia prázdnosti membrán

- Objekty vyhýbajúce sa prázdnym membránam
- Mutovanie objektov pri poslaní do prázdnej membrány

Detekcia prázdnosti membrán

- Objekty vyhýbajúce sa prázdnym membránam
- Mutovanie objektov pri poslaní do prázdnej membrány
- Objekt reprezetujúci vákuum

Ďakujem za pozornosť

Vyjadrenia k posudkom (doc. Sosík)

- The statement of Theorem 4.1.2 should be reformulated, although intuitive meaning is clear. *PsRE* does not equal to mentioned P systems but to the family of number sets they generate.
- **Theorem 4.1.2**: Sequential P systems with cooperative rules and inhibitors can simulate register machines and thus equal *PsRE*.

Vyjadrenia k posudkom (doc. Sosík)

- The statement of Theorem 4.1.2 should be reformulated, although intuitive meaning is clear. *PsRE* does not equal to mentioned P systems but to the family of number sets they generate.
- **Theorem 4.1.2**: Sequential P systems with cooperative rules and inhibitors can simulate register machines and thus **generate** *PsRE*.

Vyjadrenia k posudkom (doc. Sosík)

- Symbols in rules in Section 4.4.2 are sometimes separated by commas (Ex. 4.4.1), sometimes not (p. 87). In Section 4.2, separators | are sometimes used, sometimes not.

Vyjadrenia k posudkom (doc. Sosík)

- Symbols in rules in Section 4.4.2 are sometimes separated by commas (Ex. 4.4.1), sometimes not (p. 87). In Section 4.2, separators $|$ are sometimes used, sometimes not.
- **Example 4.4.1**: $x_j, t_i \to x_l, t_i$
- **p. 87**: $z_j st \to y_k t$
- **Definition 2.6.3** . . . As elements of a multiset can also be strings, we separate them with the pipe symbol, e.g. $element|element|other\_element$
- **Proof 4.3.1** $e|a \to k \uparrow$

Vyjadrenia k posudkom (doc. Sosík)

- In rule 6 at p. 84, label 1 of the membrane should be i.
- $6 : x_j t_i \rightarrow [_1 y_k t_i]_1$

Vyjadrenia k posudkom (doc. Sosík)

- In rule 6 at p. 84, label 1 of the membrane should be i.
- $6 : x_j t_i \rightarrow [_{\mathbf{i}} y_k t_i]_{\mathbf{i}}$

Vyjadrenia k posudkom (doc. Sosík)

- It is not clear where Proof 4.4.1 ends. Example 4.4.1 presents the general part of the proof (translation of rules of a register machine into a P system), hence it should be denoted as an example.

Vyjadrenia k posudkom (doc. Sosík)

- It is not clear where Proof 4.4.1 ends. Example 4.4.1 presents the general part of the proof (translation of rules of a register machine into a P system), hence it should be denoted as an example.
- Dôkaz 4.4.1 má dve strany, Example 4.4.1 je jeden odstavec v strede. Potom ešte pokračuje dôkaz.

Vyjadrenia k posudkom (doc. Pardubská)

- Dôkaz zrejme vyžaduje drobnú úpravu pre prípad $M(a_i) > 1$ v pravidle r_j na str. 60

Vyjadrenia k posudkom (doc. Pardubská)

- Dôkaz zrejme vyžaduje drobnú úpravu pre prípad $M(a_i) > 1$ v pravidle r_j na str. 60
- Áno, dôkaz funguje len pre pravidlá s ľavou stranou veľkosti nanajvýš 2
- $a|RUN \rightarrow \dot{a}|RUN|_{\neg\dot{a}}$
- $\forall r_j \in R_i$ such that

$$r_j = a_1^{M(a_1)} a_2^{M(a_2)} \dots a_n^{M(a_n)} \rightarrow a_1^{N(a_1)} a_2^{N(a_2)} \dots a_n^{N(a_n)}$$

we will have the following rules ($\forall 0 \leq m_k \leq min(M(a_k), 1)$):

$$a_1^{M(a_1)-m_1} \dot{a}_1^{m_1} a_2^{M(a_2)-m_2} \dot{a}_2^{m_2} \dots a_n^{M(a_n)-m_n} \dot{a}_n^{m_n} |RUN$$
$$\rightarrow a_1'^{N(a_1)} a_2'^{N(a_2)} \dots a_n'^{N(a_n)} |RUN$$

Vyjadrenia k posudkom (doc. Pardubská)

- Pozor na formuláciu v dôkaze 4.2.6. Nekonečná postupnosť môže byť aj konštantná a vtedy rastúci pár neexistuje. Analogicky v dôkaze 4.2.7 treba rastúci pár zameniť za neklesajúci pár.

Vyjadrenia k posudkom (doc. Pardubská)

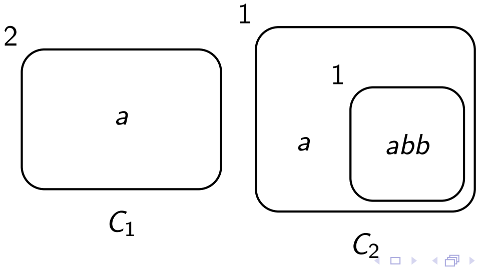
- Pozor na formuláciu v dôkaze 4.2.6. Nekonečná postupnosť môže byť aj konštantná a vtedy rastúci pár neexistuje. Analogicky v dôkaze 4.2.7 treba rastúci pár zameniť za neklesajúci pár.
- Áno, má tam byť neklesajúci. Hoci je uvedené znamienko $\leq$, v texte je použité "increasing".

Vyjadrenia k posudkom (doc. Pardubská)

- Ak porovnávam kódy ako reťazce, $enc(C_1) < enc(C_2)$ môže platiť aj v situácii, keď príslušné "stromy" nie sú izomorfné, čo podľa môjho názoru znamená, že dôkaz Lemy 4.2.5 neplatí (opačná implikácia platí).

Vyjadrenia k posudkom (doc. Pardubská)

- Ak porovnávam kódy ako reťazce, $enc(C_1) < enc(C_2)$ môže platiť aj v situácii, keď príslušné "stromy" nie sú izomorfné, čo podľa môjho názoru znamená, že dôkaz Lemy 4.2.5 neplatí (opačná implikácia platí).
- $enc(C_1) = 1001\ 0000\ \ 0000\ 0000$,
  $enc(C_2) = 0000\ 0000\ \ 1010\ 1210$



Vyjadrenia k posudkom (doc. Pardubská)

- Je nutné dávať dávať umelý predpoklad na ohraničenie počtu membrán zvonku cez zablokovanie aplikovateľnosti pravidla vytvárajúceho novú membránu v situácii, ktorá by viedla k prekročeniu stanoveného počtu membrán keď aktívne P-systémy s obmedzeným sumárnym počtom membrán sú univerzálne?

Vyjadrenia k posudkom (doc. Pardubská)

- Je nutné dávať dávať umelý predpoklad na ohraničenie počtu membrán zvonku cez zablokovanie aplikovateľnosti pravidla vytvárajúceho novú membránu v situácii, ktorá by viedla k prekročeniu stanoveného počtu membrán keď aktívne P-systémy s obmedzeným sumárnym počtom membrán sú univerzálne?
- V dôkaze využívame tento limit pri stanovení počtu navzájom neizomorfných stromov.
- Nekonečná postupnosť membránových štruktúr $\Rightarrow$ dve štruktúry T_1, T_2 s nejakou vlastnosťou, vdaka ktorej budeme môcť tvrdiť, že postupnosť je nekonečná.
  - T_1 je podstrom T_2
  - $parent(v_1) = v_2$ v T_1, potom $parent^*(v_1) = v_2$ v T_2

Vyjadrenia k posudkom

- Mohli by ste vysvetliť motivácie pre definované modifikácie P-systémov v závere kapitoly 4?

Vyjadrenia k posudkom

- Mohli by ste vysvetliť motivácie pre definované modifikácie P-systémov v závere kapitoly 4?
- V pôvodnej definícii:
  - Posielanie do membrány je definované iba pre prípad, kedy cieľová membrána existuje.
  - Vytvorenie novej membrány bolo definované iba pre prípad, kedy cieľová membrána neexistuje