به نام خدا

دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده برق و کامپیوتر

سیستم های کنترل پیشرفته

فاز ۱ پروژه پایانی

مطهره پوررحیمی

۸۱۰۱۹۶۴۳۴

نیوشا میر حکیمی

۸۱۰۱۹۶۵۶۹

پاییز ۹۹

چکیده

در این پروژه بر اساس مدل سازی فیزیکی انجام شده از سیستم گوی و میله ابتدا به تحلیل سیستم پرداختیم و آن را از نظر کنترل پذیری و رویت پذیری بررسی کردیم. پایداری نقاط تعادل آن را بررسی کرده و سپس سعی در کنترل سیستم به کمک روش های مختلف داشتیم و نتایج به دست آمده مورد ارزیابی قرار گرفتند. روش اول کنترل سیستم به کمک شرایط اولیه بود. روش بعدی طراحی کنترلر PD به کمک حذف قطب ناپایدار و تنظیم بهره کنترلر. تغییرات متغیر های فضای حالت در طی زمان پس از اعمال این کنترل کننده بررسی شد. در نهایت عملکرد این روش های کنترلی مورد ارزیابی و تحلیل قرار گرفتند.

سوال ۱

به دست آوردن نقاط تعادل سیستم:

$$x == \begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \\ \dot{x_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ (\dfrac{m\left(x_1x_4^2 - gsin(x_3)\right)}{\frac{J_b}{r^2} + m} \\ x_4 \\ \dfrac{-2mx_1x_2x_4 - mgx_1cos(x_3) + \tau}{mx_1^2 + J} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = 0. x_4 = 0$$

$$x_1x_4^2 - g\ sin(x_3) = 0$$

$$-2mx_1x_2x_4 - m\ g\ x_1cos(x_3) + 0 = 0$$

در نتیجه داریم:

$$sin(x_3) = 0$$

$$x_1cos(x_3) = 0$$

پس:

$$x_1 = 0.\ \ x_3 = 0\ or\ \pi$$

بنابراین نقاط تعادل مطابق زیر هستند.

$$x_{01} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. x_{02} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \pi \\ 0 \end{bmatrix}$$

نقطه تعادل **x_02** کاملا از لحاظ فیزیکی مشخص است که ناپایدار است. و برای بررسی نقطه تعادل **x_01** سیستم خطی سازی حول آن را بررسی می کنیم که مقدار ویژه مثبت دارد (و همه مقدار ویژه هایش مخالف صفر هستند.) بنابراین ناپایدار است. پس سیستم اصلی نیز حول این نقطه تعادل ناپایدار است.

سوال ۲

مقدار γ را برابر ۵ (میانگین سه رقم سمت راست دو تا شماره دانشجوئی مان) قرار دادیم. فضای حالت:

A =

0	1.0000	0	0
0	0	-7.2397	0
0	0	0	1.0000
-56.9684	0	0	0

B =

C = [1,0,0,0] , D = 0

0
0
0
52.6316

سوال ۳

ماتریس کنترل پذیری تمام رنک سطری (تمام رنک است.) است و ماتریس رویت پذیری تمام رنک ستونی (تمام رنک است.) است بنابراین سیستم هم رویت پذیر است و هم کنترل پذیر، بنابراین مینیمال است.

ماتریس کنترل پذیری:

0	0	0	-381.0394
0	0	-381.0394	0
0	52.6316	0	0
52.6316	0	0	0

ماتریس رویت پذیری:

1.0000	0	0	0
0	1.0000	0	0
0	0	-7.2397	0
0	0	0	-7.2397

سوال ۴

$$x(t_1) = e^{At_1}x(0) + \int_0^{t_1} e^{A(t_1-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

اگر ورودی تابع ضربه باشد از انتگرال دوم فقط مقدار عبارت انتگرال گیری در tau=0 می ماند، در نتیجه:

$$x(t_1) = e^{At_1}(\, x(0) + B)$$

بله با تعریف کردن شرایط اولیه x(0) = B (در حالت ورودی = ۰) پاسخ سیستم مانند این است که شرایط اولیه صفر باشد و ورودی ضربه یعنی همان پاسخ ضربه سیستم.

سوال ۵

مقادیر ویژه ماتریس A روی قطر های ماتریس زیر که از متلب به دست آمده قرار دارند (lambdas):

```
-4.5065 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i
 0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 4.5065i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i
 0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 - 4.5065i   0.0000 + 0.0000i
 0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   4.5065 + 0.0000i
```

می بینیم که یک مقدار ویژه ناپایدار دارد که مود ناپایدار سیستم است پس باید حاصل ضرب مقدار ویژه سمت چپ متناظر با این مقدار ویژه در شرایط اولیه برابر صفر باشد که اثر آن در خروجی از بین برود.

$$w_4^T x(0) = 0$$

که این بردار ویژه w_4 ستون چهارم ماتریس w است.

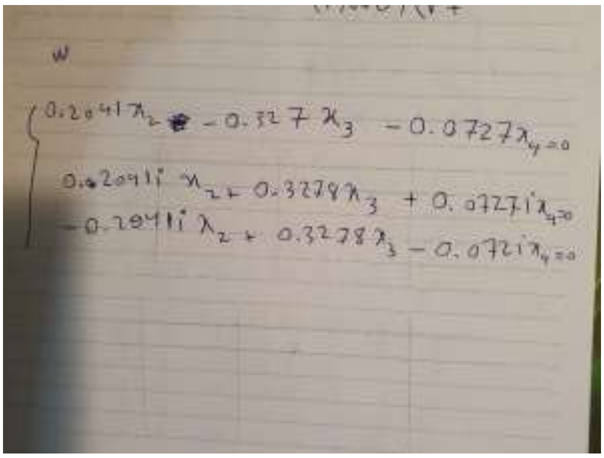
بنابراین داریم:

$$w_4^T x(0) = [0.9196. 0.2041. -0.3278. -0.0727] * \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \\ x_4(0) \end{bmatrix} = 0$$

$$0.9196\ 1\ x_1(0) + 0.2041\ x_2(0) - 0.3278\ x_3(0) - 0.0727\ x_4(0) = 0$$

پس کافی است شرایط اولیه در این شرط صدق کند. البته به دلیل وجود دو مقدار ویژه موهومی دو مود نوسانی داریم. پس هر شرایط اولیه ای که در این صدق کند لزوما اثر مود های نوسانی را از بین نمی برد. برای از بین بردن اثر مود های نوسانی باید همین کار را برای دو بردار ویژه های سمت چپ مقادیر ویژه موهومی هم انجام دهیم. سپس این سه معادله را به online solver متلب می دهیم و نمونه ای از x(0) هایی که در این سه معادله صدق کنند را به دست می آوریم.

هر سه شرط را در زیر میبینیم (هر کدام بعلاوه ۰٫۹۱۹۶*x1 دارند):



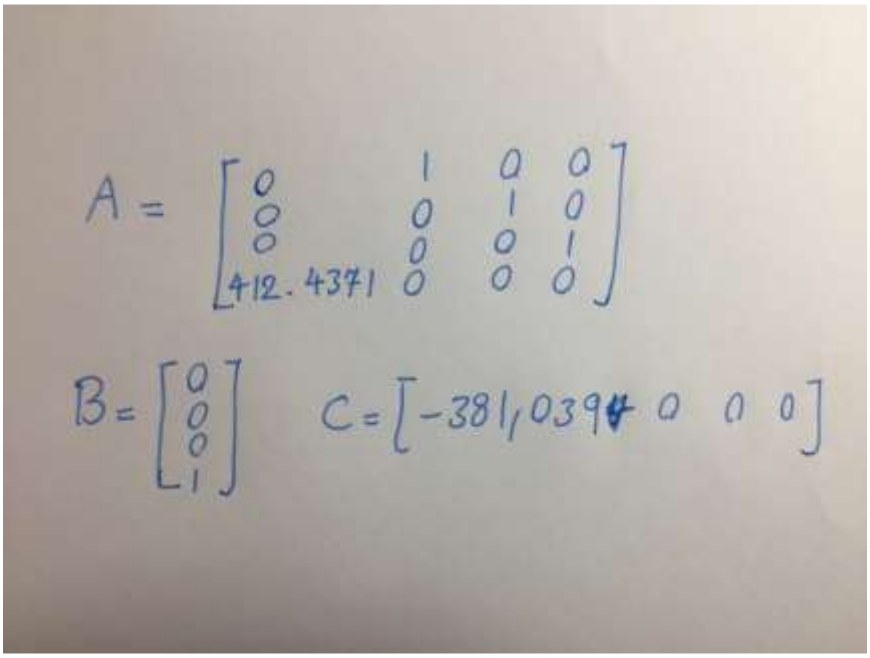
برای آزمایش یکی از این شرایط اولیه ممکن را برای سیستم قرار می دهیم و پاسخ ورودی صفر سیستم را رسم میکنیم ولی به ازای این شرایط اولیه با اینکه انتظار داریم پاسخ نوسانی باشد ولی ناپایدار شد.

سوال ۶

با استفاده از ss2tf فشای حالت را تبدیل به ضرایب b,a می کنیم و از روی آن ها تابع تبدیل G را به شکل زیر به دست می آوریم:

```
    381
-----------
s^4 - 412.4
```

تحقق مینیمال :



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 412.4371 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -381{,}0394 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

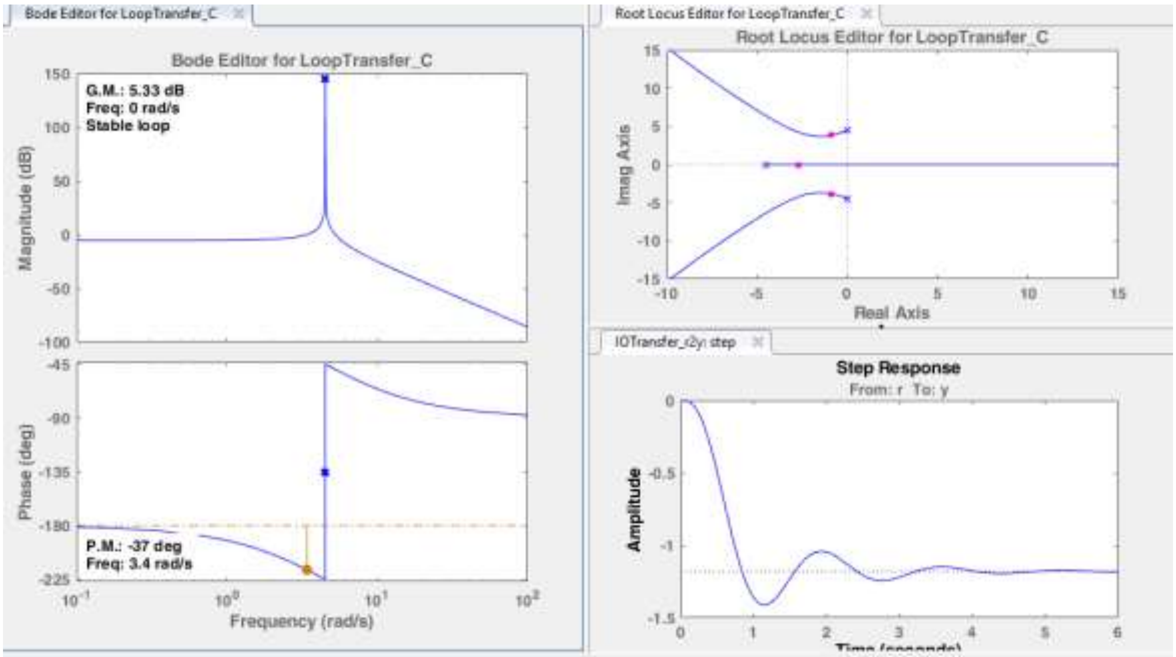
این با تحقق سوال ۲ متفاوت است اما مشکلی نیست چون تحقق مینیمال یکتا نیست.

سوال ۷

خیر با PID نمی توان کنترل کرد زیرا PID یک قطب روی صفر دارد که باعث می شود قطب ناپایدار سیستم که سمت راست است هیچ وقت به سمت چپ نیاید چون که قطب یا باید برود به سمت صفر یا بی نهایت و این قطب PID که روی صفر است به صفر های سیستم نزدیک ترست پس آن می رود به سمت صفر ها و قطب ناپایدار می رود به سمت مثبت بی نهایت. همین باعث میشود که نتواند پایدار کند.

سوال ۸ و ۱۰

کنترلر PD را برای پیاده سازی در متلب برای اینکه دقیقا قطب مورد نظر حذف شود به صورت دستی آن قطب سمت راست را از مخرج برداشتیم و G2 حاصل شد. برای کنترل آن زمانی که گین را مثبت می گذاریم برای گین های حدود زیر ۰,۲ مانند ۰,۱۳ سیستم کنترل می شود هر چند که خطای حالت ماندگار زیاد است نسبتا.



شکل ۱. کنترل کردن سیستم در sisotool با گین مثبت

معادلات حالت سیستم کنترل شده (حلقه بسته):

A2 =

```
A2 =

   1.0e+03 *

   -0.0090   -0.0609   -0.3165   -1.0140   -2.7110   -3.8430
    0.0010         0         0         0         0         0
         0    0.0010         0         0         0         0
         0         0    0.0010         0         0         0
         0         0         0    0.0010         0         0
         0         0         0         0    0.0010         0
```

```
B2 =

     1
     0
     0
     0
     0
     0
```

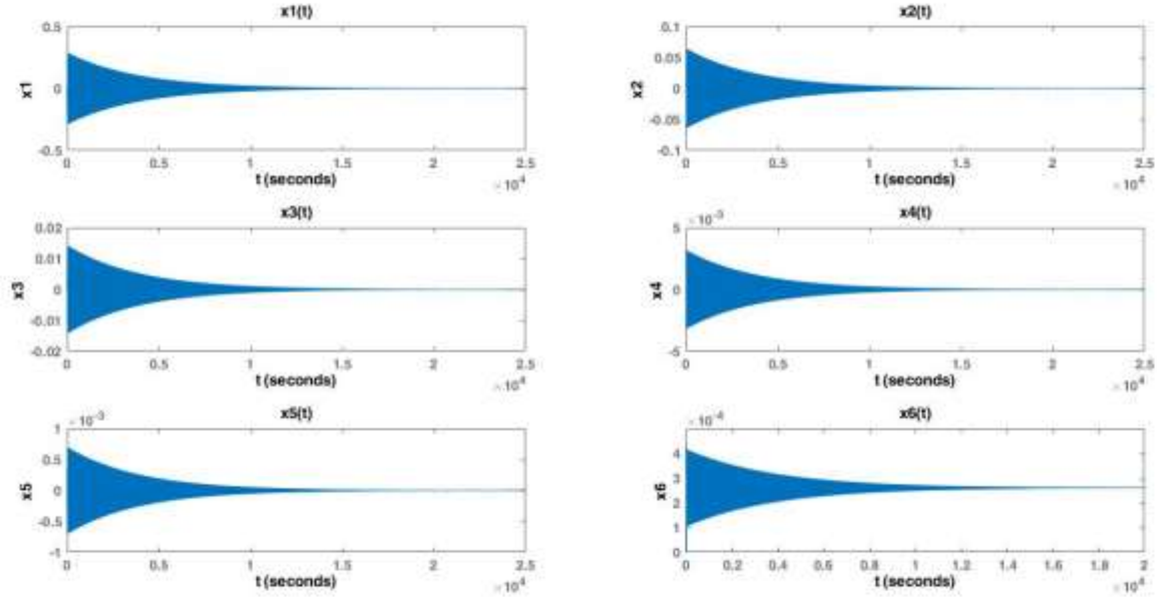
C2 =

```
  1.0e+03 *

         0         0   -0.0495   -0.2232   -1.0060   -4.5330
```

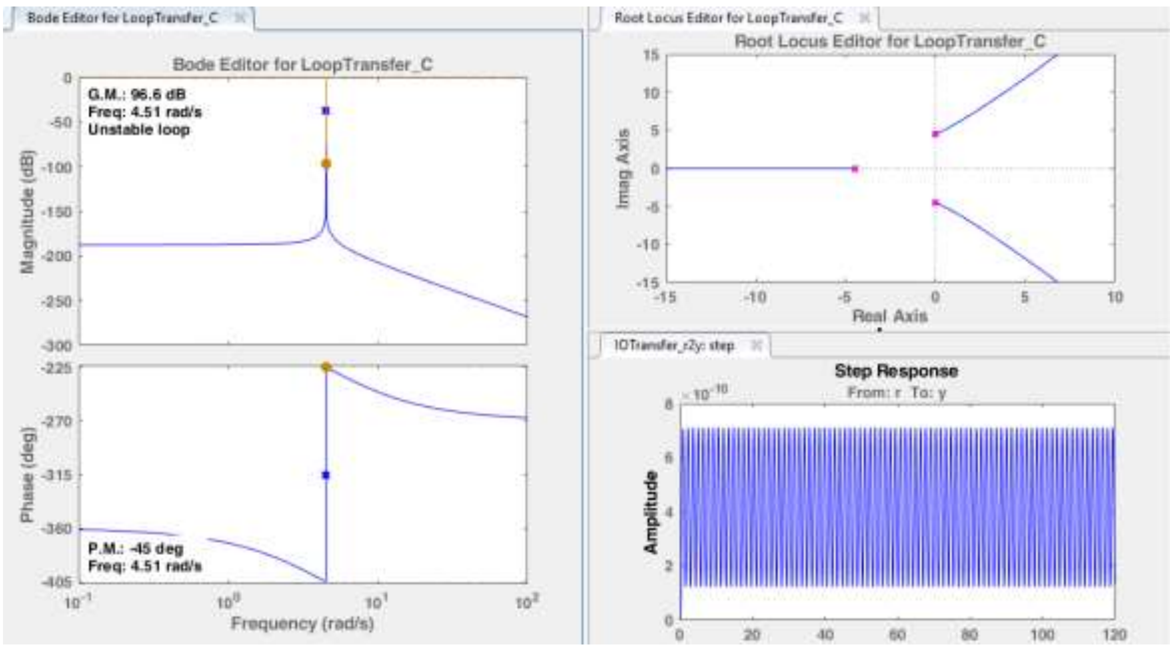
D = 0

پاسخ پله متغیر های حالت بر حسب زمان :



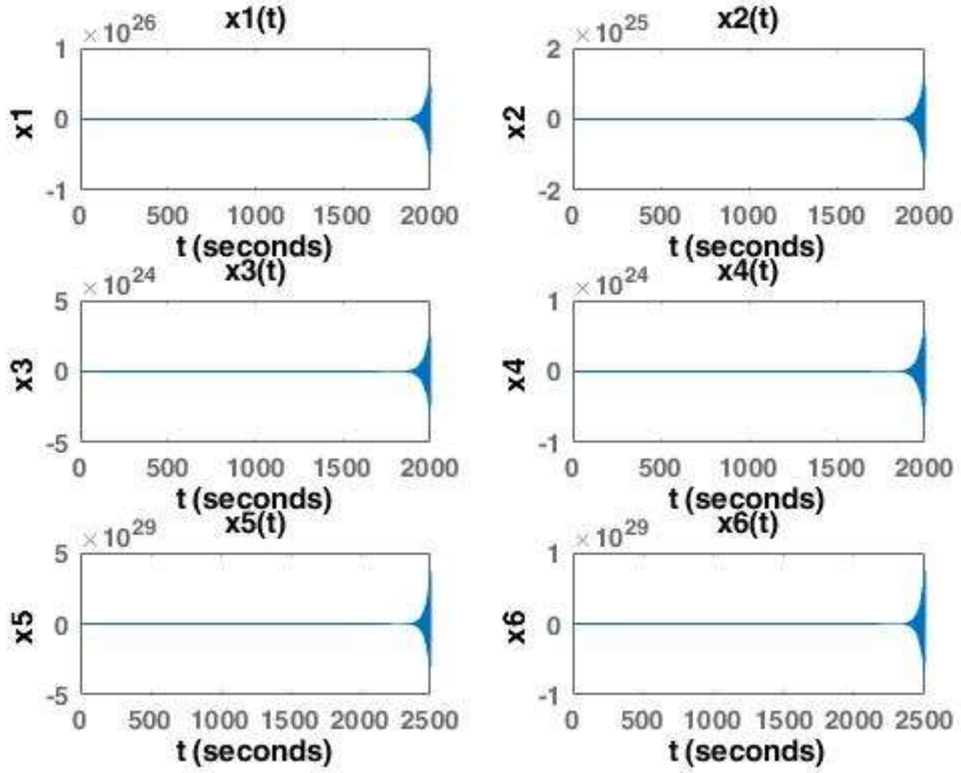
شکل ۲. پاسخ پله متغیر های حالت با گین ۰,۱۳

با گین های منفی نیز امتحان کردیم که برای گین حدود ده به توان منفی ده پاسخ نوسانی شد.



شکل ۳. پاسخ سیستم کنترل شده با گین 10^(-10)

البته گین این قدر نزدیک به صفر می تواند حاصل از خطای متلب باشد و بی معنی است و قابل پیاده سازی نیست و ممکن است اصلا سیستم را در همین حد هم کنترل نکند همان طور که وقتی تابع تبدیل سیستم معادل آن (کنترل شده) را در متلب به دست می آوریم پاسخ پله متغیر های حالت را رسم می کنیم واگرا می شوند و کنترل نمی شوند. همان طور که در شکل ۴ می بینید.



شکل ۴. پاسخ پله متغیر های حالت کنترل شده با PD با گین 10^(-10)

سوال ۹

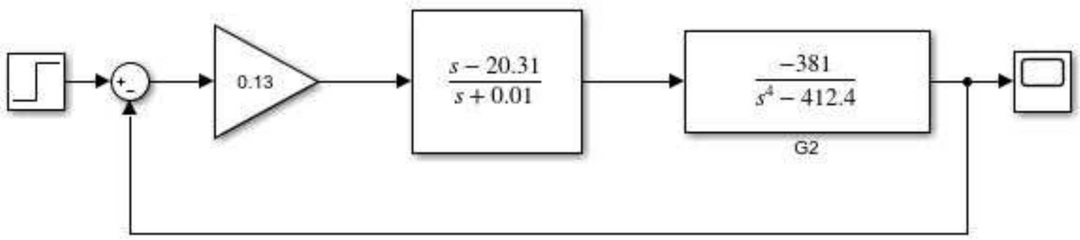
در صورتی که بخواهیم به این روش با کنترلر PD و حذف صفر و قطب سیستم پایدار شود باید حتما این حذف دقیق باشد که در عمل نا ممکن است بنابراین این روش مناسبی برای پایدار سازی نیست. چون همیشه مدل دقیقی از سیستم نداریم و حتی اگر بتوانیم کنترل کننده ای طراحی کنیم که مدل را دقیقا کنترل کند چون قطب ناپایدار سیستم واقعی متفاوت است برای آن کار نمی کند. با توجه به نموار روت لوکاس سیستم که در بخش های قبل دیدیم امکان کنترل آن در غیر این صورت (حذف دقیق) وجود ندارد.

سوال ۱۱

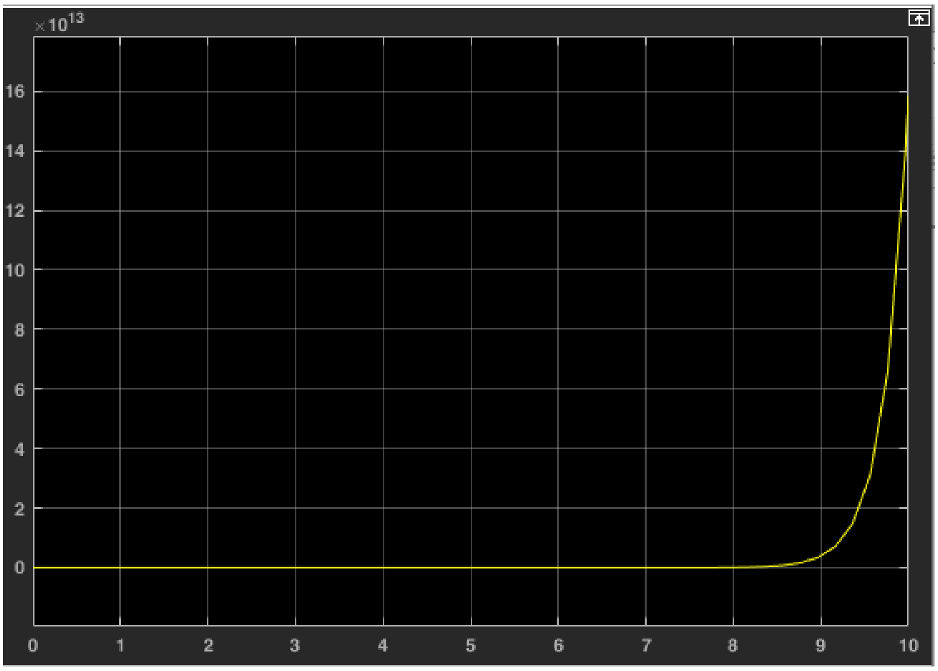
با توجه به پاسخ سوال ۹ و ۱۰ می بینیم که در این حالت حتی با اینکه قطب را دستی از مخرج حذف کرده ایم که دقیق ترین حالت ممکن برای حذف قطب از مخرج با صفر صورت کنترلر باشد، باز هم گین های به دست آمده نزدیک صفر و نا کارآمد هستند و خطای حالت ماندگار خیلی زیاد است که با توجه به این گین ها عجیب نیست. به این ترتیب این روحذف صفر و قطب در کنترل روش مناسبی نیست.

سوال ۱۲

با تکرار سوال ۸ در سیمولینک میبینیم که همان طور که توضیح داده شد این گین های نزدیک صفر خطای محاسبه دارند و در شرتیط واقعی تر ممکن است سیستم را کنترل نکنند که دقیقا در سیمولینک که به واقعیت نزدیک تر است این را میبینیم. تاییدی بر این که این روش کنترل مناسب نیست.



شکل ۵. سیستم در سیمولینک



شکل ۶. پاسخ سیستم کنترل شده با گین ۰٫۳ و حذف قطب در سیمولینک