

استخراج مولفه های هدف از سیگنال های الکتروانسفالوگرافی

مطهره پوررحیمی، نیوشا میرحکیمی

۸۱۰۱۹۶۵۶۹، ۸۱۰۱۹۶۴۳۴

مهندسی برق - کنترل

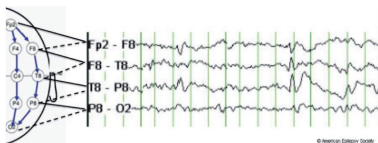
۲۰ تیر ماه ۱۳۹۹

۱ مقدمات

مقدمه‌ای بر الکتروانسفالوگرافی در مطالعه مغز
مروری بر مفاهیم ریاضی موضوع
ماتریس کواریانس
تجزیه مقدار ویژه
تبدیل سفید سازی

۲

استخراج مولفه‌های مربوط به شرایط رفتاری
فرمول بندی سوال و مدل سازی فضایی- زمانی منبع
قطری سازی هم زمان دو ماتریس کواریانس
تجزیه زیر فضای فضایی مشترک



شکل: الکتروانسفالوگرافی

◀ ماتریس کواریانس

تعریف

ماتریس مربعی که عناصر آن کواریانس بین جفت های عناصر یک بردار از متغیر های تصادفی هستند. به این ترتیب، عناصر روی قطر اصلی واریانس هر یک از متغیر های تصادفی هستند.

◀ تجزیه مقادیر ویژه

قضیه

اگر A یک ماتریس $n \times n$ با n بردار ویژه مستقل خطی است. در آن صورت A می تواند به صورت زیر تجزیه شود.

$$A = Q\Lambda Q^{-1}$$

Q یک ماتریس مربعی $n \times n$ است که ستون i ام آن بردار ویژه متناظر با i امین مقدار ویژه ماتریس A است و ماتریس Λ ماتریس قطری است که مقادیر ویژه متناظر روی قطر آن قرار دارند.

◀ تبدیل سفید سازی

تعریف

تبدیل سفید سازی یا تبدیل کروی کننده، تبدیلی خطی است که برداری از متغیرهای تصادفی با یک ماتریس کواریانس معلوم را به برداری از متغیرهای تصادفی جدید با ماتریس کواریانس برابر ماتریس همانی تبدیل می کند؛ به این معنی که متغیرهای جدید نا همبسته هستند و واریانس هر یک برابر یک است.

تبدیل سفید سازی روی یک ماتریس داده:

$$W = \Lambda^{-\frac{1}{2}} \Phi^T$$

Λ : ماتریسی قطری است که مقادیر ویژه ماتریس داده روی قطر آن قرار دارند.

Φ : ستون های آن بردارهای ویژه نرمالایز شده ی ماتریس داده ها هستند.

استخراج مولفه های مربوط به شرایط رفتاری

فرمول بندی سوال و مدل سازی فضایی- زمانی منبع

تعریف

X_A, X_B : دو ماتریس سیگنال $N * T$ مربوط به شرایط A, B هستند. N تعداد الکترود ها و T تعداد نمونه های برداشته شده در طی زمان است.

مدل کردن ماتریس های سیگنال به صورت برآیندی از تعدادی منبع

$$R_A = X_A X_A^T, R_B = X_B X_B^T$$

$$X_A = \begin{bmatrix} C^a \\ C_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S^a \\ S_A^c \end{bmatrix}, \quad X_B = \begin{bmatrix} C^b \\ C_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S^b \\ S_B^c \end{bmatrix}$$

استخراج مولفه های مربوط به شرایط رفتاری

قطری سازی هم زمان دو ماتریس کواریانس

تجزیه مقادیر ویژه مجموع دو ماتریس کواریانس

$$R = R_A + R_B = U_0 \cdot \Sigma \cdot U_0^T$$

تشکیل ماتریس سفید سازی

$$P = \Sigma^{-\frac{1}{2}} U_0^T$$

سفید سازی هر یک از ماتریس های سیگنال

$$S_A = P \cdot R_A \cdot P^T, S_B = P \cdot R_B \cdot P^T$$

استخراج مولفه های مربوط به شرایط رفتاری

تجزیه زیرفضای فضایی مشترک

$$X = [X_A \mid X_B] = U_0 . \Sigma^{\frac{1}{2}} . V_0^T = U_0 . \Sigma^{\frac{1}{2}} [V_{0A}^T \mid V_{0B}^T]$$

تعریف

ماتریس W ، شبه معکوس ماتریس تبدیل سفید سازی، به شکل زیر تعریف می شود:

$$W = U_0 . \Sigma^{1/2}$$

اعمال تبدیل و بازنویسی معادله

$$\begin{aligned}X_A &= W.V_{0A}^T, & X_B &= W.U_0.\Sigma_{0B}^T \\V_{0A}^T &= U.\Sigma_A^{1/2}.V_A^T, & V_{0B}^T &= U.\Sigma_B^{1/2}.V_B^T \\X &= [X_A \quad X_B] = W.U.[\Sigma_A^{1/2}.V_A^T \quad \Sigma_B^{1/2}.V_B^T]\end{aligned}$$

SP ، W ای است که توسط U چرخیده شده است. فاکتورهای فضایی مشترک بین X_A و X_B است.

رنگ ماتریس A و B به ترتیب برابر $m_a + m_c$ و $m_b + m_c$ هستند. بنابراین فقط $m_a + m_c$ تا مقدار ویژه اول آن در ماتریس Σ_A غیر صفر هستند. به همین ترتیب فقط $m_b + m_c$ تا مقدار ویژه انتهایی در ماتریس Σ_B غیر صفر هستند.

استخراج مولفه های مربوط به شرایط رفتاری

تجزیه زیرفضای فضایی مشترک

در نتیجه در واقع فقط m_c فاکتور فضایی میانی در SP بین دو ماتریس سیگنال X_A, X_B مشترک هستند. m_a فاکتور اولیه فقط مربوط به شرایط A و m_b فاکتور فضایی انتهایی مربوط به شرایط B هستند. بنابراین SP از سه بخش تشکیل شده است.

ماتریس SP

$$SP = [SP^a \quad SP^c \quad SP^b]$$

ماتریس SF

$$SF = U^T . P \begin{bmatrix} SF^a \\ SF^c \\ SF^b \end{bmatrix}$$

استخراج مولفه های مربوط به شرایط رفتاری

تجزیه زیرفضای فضایی مشترک

اعمال تبدیل و بازنویسی معادله

$$X_A = \begin{bmatrix} SP^a \\ SP^c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} TP^a \\ TP_A^c \end{bmatrix} \quad X_B = \begin{bmatrix} SP^b \\ SP^c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} TP^b \\ TP_B^c \end{bmatrix}$$



شکل: دانشگاه تهران