

Search and Pathfinding Algorithms

Algoritmi de căutare în grafuri

- Algoritmi de căutare în graf explorează un graf pentru descoperire generală, fie pentru căutare explicită.
- Acești algoritmi parcurg căi prin graf dar nu există nicio așteptare ca aceste căi să fie optime din punct de vedere computațional.
- Breadth și Depth Search, căutarea în lățime și adâncime sunt fundamentale pentru traversarea unui graf și sunt adesea un prim pas necesar pentru multe alte tipuri de analize.
- Algoritmi de găsire a căilor se bazează pe algoritmi de căutare în graf și explorează rutele dintre noduri, începând de la un nod și traversând relațiile până la destinație.
- Acești algoritmi sunt utilizați pentru a **identifica rutele optime** din graf în planificarea logistica, rutarea apelurilor sau IP cu cel mai mic cost și simularea jocurilor.

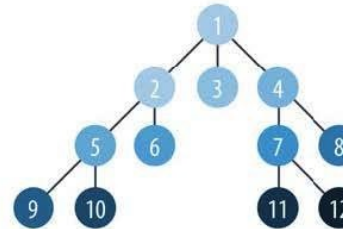
Algoritmi de pathfinding prezentați:

- Shortest Path, cel mai scurt drum cu două variante utile (A^* și Yen): găsirea celei mai scurte căi sau a celor mai scurte căi între două noduri alese
- All Pairs Shortest Path and Single Source Shortest Path, pentru găsirea celor mai scurte cai între toate perechile sau de la un nod ales la toate celelalte
- Minimum Spanning Tree, Arborele minim de acoperire: pentru găsirea unei structuri arborescente conectate cu cel mai mic cost pentru vizitarea tuturor nodurilor dintr-un nod ales
- Random Walk: deoarece este un pas util de preprocesare / eșantionare pentru fluxurile de lucru de învățare automată a algoritmilor grafurilor

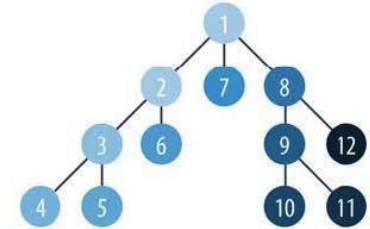
Search and Pathfinding Algorithms

- Figura următoare prezintă diferențele dintre aceste tipuri de algoritmi
 - Graph search algorithms** BFS, DFS
 - Pathfinding algorithms** Shortest Path (SP), All Pairs Shortest path (APSP), Single Source Shortest path (SSSP), Minimum Spanning Tree (MST), RandomWalk
- Pentru fiecare algoritm, se începe cu o scurtă descriere a algoritmului și orice informații pertinente despre modul în care funcționează.
- Sunt incluse îndrumări cu privire la momentul utilizării algoritmilor asociați.

Graph Search Algorithms

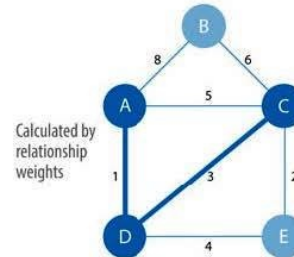


Breadth First Search
Visits nearest neighbors first



Depth First Search
Walks down each branch first

Pathfinding Algorithms

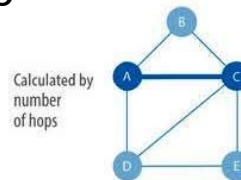


Calculated by relationship weights

(A, B) = 8
(A, C) = 4 via D
(A, D) = 1
(A, E) = 5 via D
(B, C) = 6
(B, D) = 9 via A or C
And so on...

Shortest Path

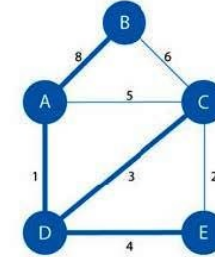
Shortest path between 2 nodes (A to C shown)



Calculated by number of hops

All-Pairs Shortest Paths

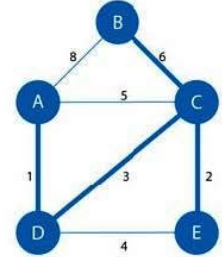
Optimized calculations for shortest paths from all nodes to all other nodes



Single Source Shortest Path

Shortest path from a root node (A shown) to all other nodes

Traverses to the next unvisited node via the lowest cumulative weight from the root

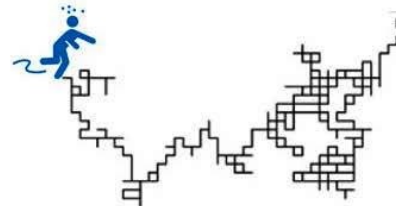


Minimum Spanning Tree

Shortest path connecting all nodes (A start shown)

Traverses to the next unvisited node via the lowest weight from any visited node

Random Pathfinding Algorithm



Random Walk

Provides a set of random, connected nodes by following any relationship, selected somewhat randomly

Pathfinding and graph search algorithms

Algoritmi de Căutare și Găsire Drumuri în Grafuri

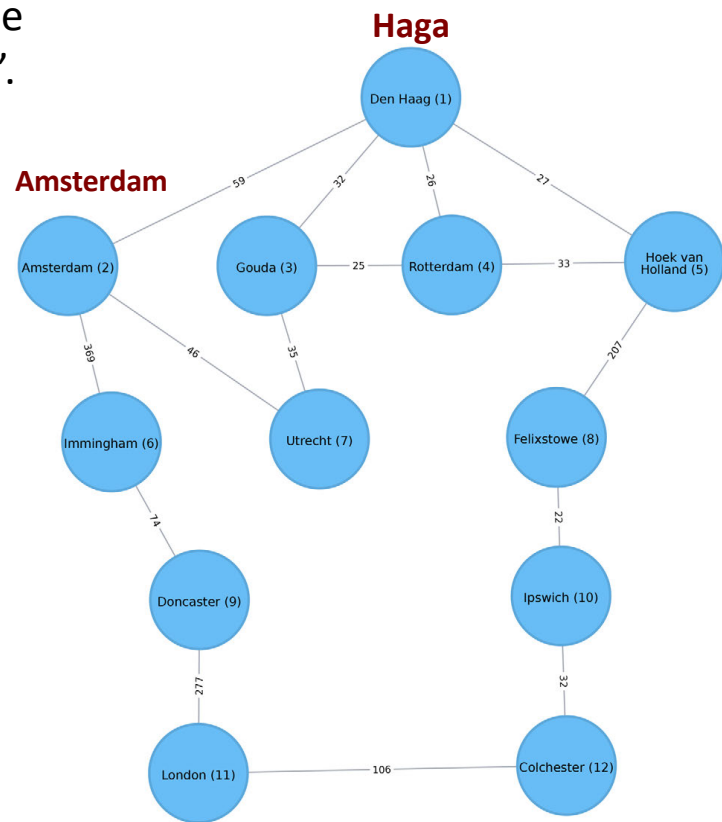
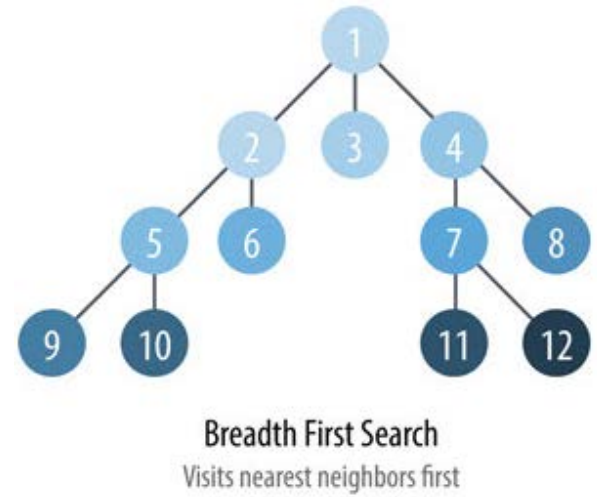
Tabel – sumar al algoritmilor cu un exemplu de utilizare.

Algoritm	Ce realizează	Exemple	App Neo4J
Breadth First Search Căutare în lățime	Traverseaza o structura de arbore (tree) cautand (nearest neighbors) cei mai apropiati vecini si vecinii de la nivel inferior.	Localizare noduri vecine in sisteme GPS pentru identificarea celor mai apropiate noduri de interes.	Nu
Depth First Search Căutarea în Adâncime	Traversează o strcutura arborescentă (tree) și explorează cât mai adânc posibil fiecare ramură a arborelui (până la frunze dacă este posibil) înainte de backtracking	Descoperă o soluție optimă în simulări de jocuri cu alegeri ierarhice (în ierarhie arborecentă)	Nu
Shortest Path (SP) Cel mai scurt drum (cale) Variații: A*, Yen	Calculează cel mai scurt drum între o pereche de noduri	Găsirea direcțiilor de deplasare (ex. automobil) între două locații	Da
All Pairs Shortest Path (APSP) Toate Drumurile (căile) cele mai scurte	Calculează cele mai scurte drumuri (căi) între toate perechile de noduri din graf	Evaluează rute alternative într-un trafic aglomerat.	Da
Single Source Shortest Path (SSSP) Cel mai scurt drum de la un singur nod sursă (rădăcină)	Calculează cel mai scurt drum între un singur nod (rădăcină) și toate celelalte noduri	Cel mai mic cost al rutării apelurilor în rețele de telefonie	Da
Minimum Spanning Tree (MST) Arbore de acoperire minimă	Calculează drumul într-un arbore (tree) cu structură conectată cu cel mai mic cost de vizitare al tuturor nodurilor.	Optimizarea rutelor conectate ex. întindere cabluri telefonie, strangere deșeuri în oraș	Da
Random Walk Deplasare aleatorie	Returneză lista de noduri și drumul de o distanță specificată prin alegerea aleatorie a relațiilor de traersat.	Augmentarea învățării pentru machine learning (ML) sau date pentru algoritmica grafurilor	Da

Breadth First Search (BFS)

Parcurgerea în Lățime a arborilor (trees)

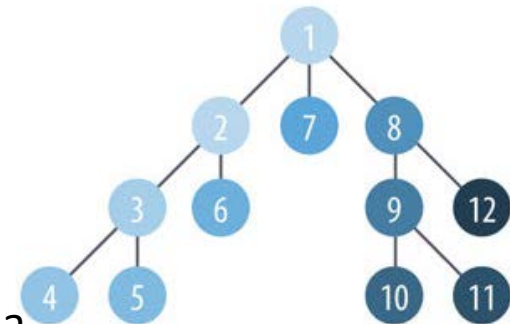
- Breadth First Search (BFS) este un algoritm fundamental de traversare a grafurilor. Se pornește de la un nod ales și explorează toți vecinii săi la un salt (hop) distanță înainte de a vizita toți vecinii la doua salturi (hopuri) distanță și continuă similar mai departe
- A fost publicat în 1959 de E.F. Moore și l-a folosit pentru a găsi cea mai scurtă cale de ieșire dintr-un labirint.
- A fost dezvoltat într-un algoritm de rutare a firelor de C. Y. Lee 1961, "An Algorithm for Path Connections and Its Applications".
- BFS este cel mai utilizat ca bază pentru alți algoritmi orientați spre obiective, ex. **Shortest Path, Connected Components și Closeness Centrality folosesc algoritmul BFS.**
- Poate fi folosit și pentru a găsi cea mai scurtă cale între noduri.
- Figura arată ordinea în care am vizita nodurile grafului de transport dacă se caută amplu din orașul de start olandez, Den Haag (Haga).
- Numerele de lângă numele orașului indică ordinea în care este vizitat fiecare nod.
- Mai întâi vizităm toți vecinii direcți ai Den Haag, înainte de a-i vizita pe vecinii lor și pe vecinii vecinilor lor, până când nu mai sunt relații de traversat.



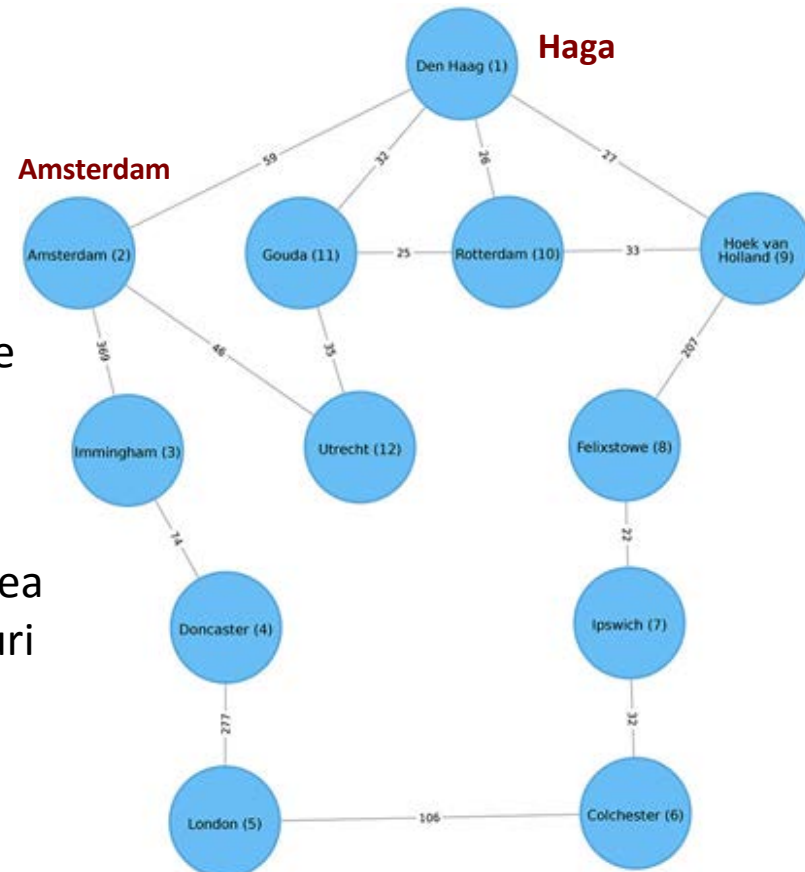
Depth First Search (DFS)

Parcurgere arbore în adâncime

- Depth First Search (DFS) este un algoritm fundamental de traversare a grafului.
- Începe de la un nod ales, alege unul din vecinii săi și apoi traversează cât de departe posibil de-a lungul acelei căi înainte de a se întoarce.
- DFS a fost inventat de matematicianul francez Charles Pierre Trémaux ca strategie pentru rezolvarea labirinturilor. Acesta este util pentru a simula posibile căi de modelarea scenariilor.
- Figura arată ordinea în care se vizitează nodurile grafului de transport dacă DFS a pornit din Haga.
- Se observă cât de diferita este ordinea nodurilor comparativ cu BFS.
- Pentru acest DFS, începem prin traversarea de la Haga (**radacina** grafului) la Amsterdam și apoi se poate ajunge la orice alt nod din graf fara sa ne întoarcem.
- Se observă cum algoritmii de căutare pun bazele deplasării prin grafuri.
- Să observăm algoritmii de găsim a căilor ce găsesc cea mai ieftină cale în ceea ce privește numărul de noduri sau greutatea.
- Greutățile pot fi orice măsură (ex. timpul, distanța, capacitatea sau costul.)



Depth First Search
Walks down each branch first



Two Special Paths/Cycles

Doua trasee/cicluri speciale

Doua trasee/cicluri speciale există în analiza grafurilor:

1) drum **eulerian** ce este una în care fiecare relație este vizitata exact o dată.

2) drum **Hamiltonian** ce este una în care fiecare nod este vizitat exact o data.

Un drum poate fi atât eulerian, cât și hamiltonian, iar dacă începeți și terminați la același nod, este considerat **un tur**.

Comparație vizuală este prezentată în Figura.

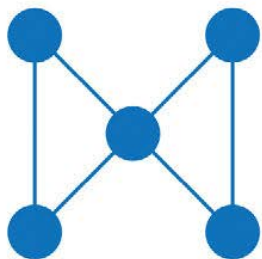
- Problema podurilor Königsberg caută un ciclu eulerian. Este ușor de văzut cum se aplica acest lucru scenariilor de rutare, cum ar fi direcționarea plugurilor de zapada și livrarea corespondenței.

- Drumurile euleriene sunt utilizate și de alți algoritmi în procesarea datelor în arbori și sunt simple din punct de vedere matematic de studiat decât altele.

- **Ciclul Hamiltonian** este cunoscut cu problema comis voiajorului (TSP): "Care este cea mai scurtă rută posibilă pentru un agent de vânzări sa viziteze fiecare dintre orașele atribuite și să se întoarcă în orașul de origine?"

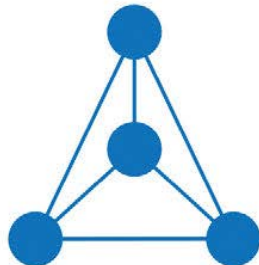
- Deși aparent similar cu un **tur eulerian**, TSP este dificil computațional cu alternative de aproximare.
- Este utilizat într-o mare varietate de probleme de planificare, logistică și optimizare.

Eulerian Cycle
not Hamiltonian



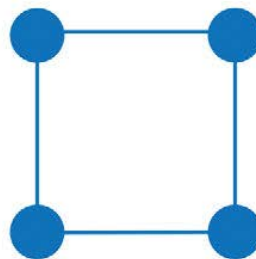
Visit every relationship once
(allowed to repeat nodes)

Hamiltonian Cycle
not Eulerian



Visit every node once
(allowed to repeat relationships)

Eulerian and Hamiltonian



Shortest Path (SP) Drumul cel mai scurt

- Alg. Shortest Path **calculează cea mai scurta cale (ponderată) dintre o pereche de noduri.**
- **Utilizat** pentru interacțiunile utilizatorilor și fluxurile de lucru dinamice, deoarece funcționează în timp real.
- Pathfinding datează din secolul al 19-lea. Este considerată problema clasică de grafuri.
- A câștigat importanță la începutul anilor 1950 în contextul rutelor alternative; adică găsirea celei de-a doua rute cele mai scurte dacă cea mai scurtă ruta este blocată.

În 1956, Edsger Dijkstra a creat cel mai cunoscut dintre acești algoritmi.

- **Algoritmul Dijkstra Shortest Path** funcționează găsind mai întâi relația cu cea mai mică greutate de la nodul de pornire la nodurile conectate direct.
- Se ține evidența acestor greutăți și se deplasează la nodul "cel mai apropiat".
- Apoi efectuează același calcul, dar acum ca total cumulativ din nodul de pornire.
- Algoritmul continuă similar evaluând un "val" de greutate cumulate și alegând întotdeauna cea mai mică cale cumulativă ponderată pentru a avansa, până când ajunge la nodul destinație.

Se observă în analiza grafurilor utilizarea termenilor greutate, cost, distanța și hops atunci când descrieți relații și căi.

- Pondere/ȚGreutatea" este valoarea numerică a unei anumite proprietăți a unei relații.
- "Cost" este folosit în mod similar atunci când luăm în considerare greutatea totală a unei căi.
- "Distanța" se utilizează ca nume al proprietății relației ce indică costul traversării între o pereche de noduri. Nu este necesar să fie măsură fizică reală a distanței.
- Hops/salturi exprimă numărul de relații dintre două noduri. Sunt și termeni combinați, ex. "Este o distanță de cinci hops până la Londra" sau "Acesta este cel mai mic cost al distanței"

Când se utilizează Shortest Path (SP), drumul cel mai scurt în graf ?

- Utilizați SP pentru a găsi rute optime între o pereche de noduri, pe baza numărului de salturi/hops sau a oricărei valori ponderate (greutate/weight) a relației.
- De exemplu, poate oferi răspunsuri în timp real despre gradele de separare, cea mai scurtă distanță dintre puncte sau ruta cea mai puțin costisitoare.
- Utilizați SP pentru a explora pur și simplu conexiunile dintre anumite noduri.

Exemple de cazuri de utilizare:

- Găsirea indicațiilor de orientare între locații. Instrumentele de cartografiere web, cum ar fi Google Maps, utilizează algoritmul Shortest Path sau o variantă apropiată pentru a oferi indicații rutiere.
- Găsirea gradelor de separare între oameni în rețelele sociale. De exemplu, atunci când vizualizați profilul cuiva pe LinkedIn, acesta va indica câte persoane va separa în graf, precum și listează conexiunile reciproce.
- Găsirea numărului de grade de separare dintre un actor și Kevin Bacon pe baza filmelor în care au aparut (numărul Bacon). Un exemplu în acest sens poate fi văzut pe site-ul Oracle of Bacon. Proiectul Erdős Number ofera o analiză a grafului similară bazată pe colaborarea cu Paul Erdős, unul dintre cei mai prolifici matematicieni ai secolului al XX-lea.

Observație Algoritmul Dijkstra **nu suportă ponderi negative.**

- Algoritmul presupune că adăugarea unei relații la o cale nu poate face niciodată o cale mai scurtă - un invariant care ar fi încălcat cu ponderi negative.

Shortest Path Variation: A* (variantă Shortest Path)

- Algoritmul A* Shortest Path îmbunătățește algoritmul lui Dijkstra prin găsirea mai rapidă a celor mai scurte cai.
- Se realizează prin includerea de informații suplimentare pe care algoritmul le poate utiliza, ca parte a unei funcții euristice, la determinarea căilor de explorat continuare.
- Algoritmul a fost inventat de P.Hart, N. Nilsson și B.Raphael și descris în 1968 ("A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths")
- Algoritmul A* determină care din căile parțiale să se extindă la fiecare iterație a buclei sale principale.
- Se folosește o estimare a costului (euristic) rămas pentru a ajunge la nodul țintă.

- Observație- Atenție la euristica folosită pentru a estima costurile căii.
- Subestimarea costurilor traseului poate include în mod inutil unele căi ce ar fi putut fi eliminate, dar rezultatele vor fi totuși exacte.
- Cu toate acestea, dacă euristica supraestimează costurile, poate sări peste căile reale mai scurte (estimate incorect a fi mai lungi) care ar fi trebuit să fie evaluate, ceea ce poate duce la rezultate inexacte.

A* selectează calea ce minimizează următoarea funcție: $f(n)=g(n)+h(n)$

$g(n)$ = costul cail de la nod de start la nodul n.

$h(n)$ = costul estimat al căi de la nodul n la nodul destinație, calculat prin euristica.

- În unele implementari **distanța geospațială** este utilizată ca euristică.
- În exemplul cu set de date de transport, se utilizează **latitudinea și longitudinea** fiecărei locații ca parte a funcției euristice.

Shortest Path Variation **Yen's k-Shortest Paths** (variantă Shortest Path)

- Algoritmul k-Shortest Paths al lui Yen este similar cu algoritmul Shortest Path, dar găsește nu doar cea mai scurtă cale între două perechi de noduri, ci, **în plus calculează și a 2-a cea mai scurtă cale, a 3-a cea mai scurta cale și așa mai departe pâna la k-1 abateri ale celor mai scurte căi.**
- J. Y. Yen a inventat algoritmul în 1971 (“Finding the K Shortest Loopless Paths in a Network”).)
- Algoritmul este util pentru a obține căi alternative atunci când găsirea celei mai scurte căi absolute nu este singurul obiectiv.
- Este util atunci când este necesar mai mult de un plan de rezervă.

All Pairs Shortest Path (APSP)

- Algoritmul All Pairs Shortest Path (APSP) calculeaza cea mai scurtă cale (ponderata) dintre toate perechile de noduri.
- Este mai eficient decât rularea algoritmului Single Source Shortest Path pentru fiecare pereche de noduri din graf.
- APSP optimizeaza operațiunile ținând evidența distanțelor calculate până acum și rulând pe noduri în **paralel**.
- Aceste distanțe cunoscute pot fi apoi reutilizate atunci când se calculează cea mai scurtă cale catre un nod nevazut.
- Se poate utiliza exemplul următor pentru a înțelege funcționarea algoritmului.
- Este posibil ca unele perechi de noduri să nu fie accesibile unul pentru celălalt, adică nu există cea mai scurtă cale între aceste noduri.
- Algoritmul nu returnează distanțe pentru aceste perechi de noduri.

All Pairs Shortest Path (APSP)

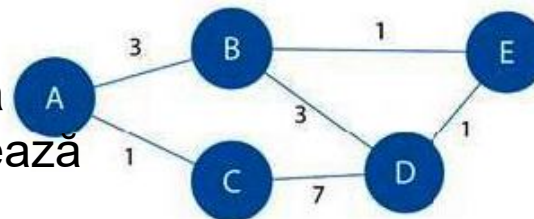
Detalii de calcul

APSP este mai ușor de înțeles când se urmează o secvență de operații. Diagrama Figura parcurge pașii pentru nodul A.

A. Inițial, algoritmul presupune o distanță infinită față de toate nodurile. Când este selectat un nod de pornire, atunci distanța până la acel nod este setată la 0.

Calculul continuă:

1. De la nodul de start A evaluăm costul trecerii la nodurile la care se poate ajunge și se actualizează aceste valori.



Pentru cea mai mica valoare, se poate alege între B (cost 3) sau C (cost 1). C este selectat pentru urmatoarea traversare.

2. Din nod C, alg. actualizează distanțele cumulate de la A la noduri la care se poate ajunge direct din C.

Valorile sunt actualizate numai atunci când a fost găsit un cost mai mic: A=0, B=3, C=1, D=8, E=8

All nodes start with a ∞ distance and then the start node is set to a 0 distance			Each Step Keeps or Updates to the Lowest Value Calculated so Far Only steps for node A to all nodes shown				
			1 st from A	2 nd from A to C to Next	3 rd from A to B to Next	4 th from A to E to Next	5 th from A to D to Next
A	∞	0	0	0	0	0	0
B	∞	∞	3	3	3	3	3
C	∞	∞	1	1	1	1	1
D	∞	∞	∞	8	6	5	5
E	∞	∞	∞	∞	4	4	4

Etapele de calcul APSP din nodul de start A spre toate celelalte noduri cu updates colorate.

All Pairs Shortest Path (APSP)

3. B este selectat ca urmatorul nod cel mai apropiat nevizitat. B are relații cu nodurile A, D și E. Alg. calculează distanța până la acele noduri prin însumarea distanței de la A la B cu distanța de la B la fiecare dintre aceste noduri. (Cel mai mic cost de la nodul de pornire A la nodul curent este întotdeauna păstrat ca și cost irecuperabil.) Rezultate calcul distanța (d):

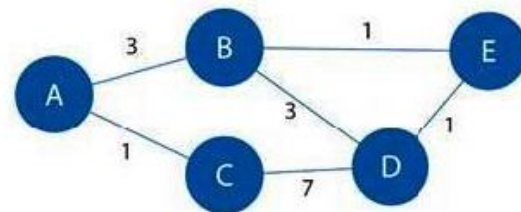
$$d(A,A) = d(A,B) + d(B,A) = 3 + 3 = 6$$

$$d(A,D) = d(A,B) + d(B,D) = 3 + 3 = 6$$

$$d(A,E) = d(A,B) + d(B,E) = 3 + 1 = 4$$

- Aici, distanța de la nodul A la B și înapoi la A, afișată ca $d(A,A) = 6$, este mai mare decât cea mai scurtă distanță deja calculată (0), deci valoarea sa nu este actualizată.

- Distanțele pentru nodurile D (6) și E (4) sunt mai mici decât distanțele calculate anterior, a.i. valorile lor sunt actualizate.



4. Nodul E este selectat în continuare. Doar totalul cumulat pentru ajungerea la D (5) este acum mai mic și astfel este singurul actualizat.

5. Când D este evaluat în final, nu există noi greutatea minime ale căii; nimic nu se mai actualizează, iar algoritmul se termină.

All nodes start with a ∞ distance and then the start node is set to a 0 distance			Each Step Keeps or Updates to the Lowest Value Calculated so Far Only steps for node A to all nodes shown				
			1 st from A	2 nd from A to C to Next	3 rd from A to B to Next	4 th from A to E to Next	5 th from A to D to Next
A	∞	0	0	0	0	0	0
B	∞	∞	3	3	3	3	3
C	∞	∞	1	1	1	1	1
D	∞	∞	∞	8	6	5	5
E	∞	∞	∞	∞	4	4	4

Etapele de calcul APSP din nodul de start A spre toate celelalte noduri cu updates colorate.

All Pairs Shortest Path (APSP)

Observație - Chiar dacă algoritmul All Pairs Shortest Path este optimizat pentru a rula calcule în paralel pentru fiecare nod, se poate extinde pentru un graf foarte mare. Se ia în considerare utilizarea unui subgraf dacă trebuie doar să evaluați căile dintre o subcategorie de noduri.

Când se utilizează ASPS?

- ASPS se utilizează pentru înțelegerea rutelor alternative atunci când ruta cea mai scurtă este blocată sau devine suboptimală.
- De exemplu, acest algoritm este utilizat în planificarea logică a rutelor pentru a asigura cele mai bune căi multiple pentru rutarea diversității.
- Utilizați ASPS atunci când trebuie să luați în considerare toate rutele posibile între toate sau majoritatea nodurilor dvs.

Exemple de cazuri de utilizare includ:

- Optimizarea amplasării facilităților urbane și a distribuției de bunuri.

Exemplu - determinarea încărcăturii de trafic așteptate pe diferite segmente ale unei rețele de transport (cartea R. C. Larson și A. R. Odoni, Urban Operations Research, Prentice-Hall)

- Găsirea unei rețele cu lățime de bandă maximă și latență minimă ca parte a unui algoritm de proiectare a centrului de date. Există mai multe detalii despre această abordare în lucrarea "REWIRE: An Optimization-Based Framework for Data Center Network Design", by A. R. Curtis et al.

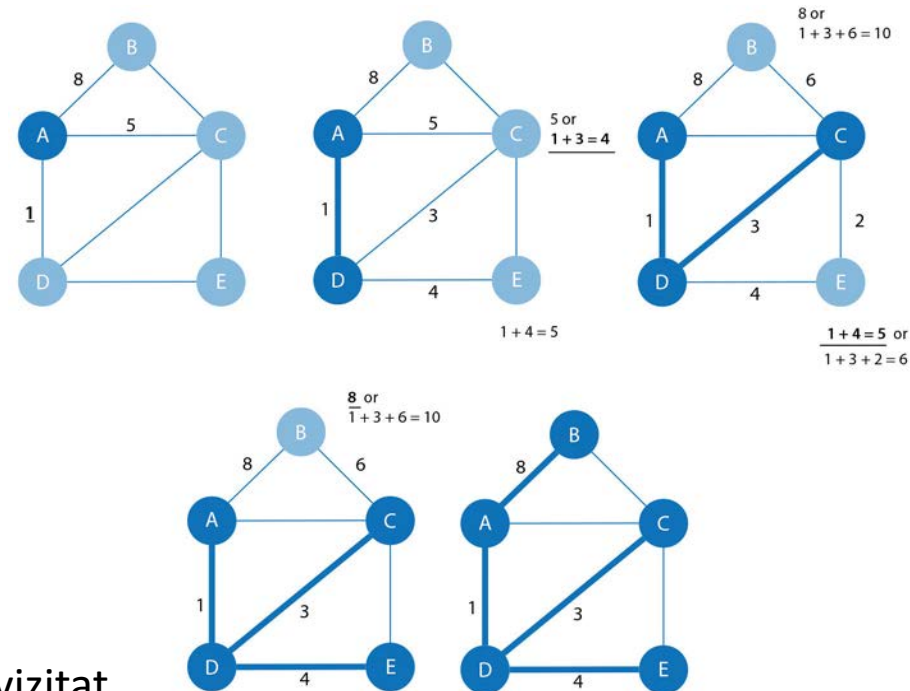
Single Source Shortest Path (SSSP)

- Algoritmul Single Source Shortest Path (SSSP), a apărut aproximativ în același timp cu algoritmul Shortest Path al lui Dijkstra, acționează ca o implementare pentru ambele probleme.
- Algoritmul SSSP calculează cea mai scurtă cale (ponderată) de la un nod rădăcină la toate celelalte noduri din graf, așa cum se demonstrează în Figura cu Etapele SSSP.

Se procedează astfel::

1. Se pornește cu un nod radacina din care vor fi masurate toate caile. În Figura s-a selectat nodul A ca radacina.
2. Relația cu cea mai mica greutate provenita de la acel nod radacina este selectata și adaugată arborelui, împreună cu nodul sau conectat, aici $d(A,D)=1$.
3. Urmatoarea relație cu cea mai mica greutate cumulata de la nodul radacina la orice nod nevizitat este selectata și adaugata arborelui în același mod.

Figura $d(A,B)=8$, $d(A,C)=5$ direct sau 4 via A-D-C, și $d(A,E)=5$. Deci, traseul prin A-D-C este ales și C este adaugat la arbore.



4. Procesul continuă până când nu mai există noduri de adăugat și există cea mai scurtă cale a sursei unice, SSSP.

Single Source Shortest Path (SSSP)

Când se utilizează SSSP?

- Utilizați SSSP la evaluare ruta optimă de la un punct de pornire fix la toate celelalte noduri individuale. Deoarece ruta este aleasa pe baza greutații totale (costului total) a drumului de la radacina, este utila pentru gasirea celei mai bune cai catre fiecare nod, dar nu neaparat atunci când toate nodurile trebuie vizitate într-o singura parcurgere.
- De exemplu, SSSP este util pentru identificarea principalelor rute de utilizat pentru **serviciile de urgență** în cazul în care nu vizitați fiecare locație pentru fiecare incident, dar nu pentru a gasi o singura ruta pentru colectarea gunoiului unde trebuie sa vizitați fiecare casă într-un singur drum (În ultimul caz, veți utiliza algoritmul Minimum Spanning Tree.)

Exemple de cazuri de utilizare includ:

- Detectarea modificarilor în topologie, cum ar fi erorile legaturilor, și sugerarea unei noi structuri de rutare în câteva secunde
- Utilizarea Dijkstra ca protocol de rutare IP pentru utilizare în sisteme autonome, cum ar fi o rețea locala (LAN)

Minimum Spanning Tree (MST)

- Minimum Spanning Tree algorithm, algoritmul pentru determinarea arborelui de întindere (greutate) minimă pornește de la un nod dat și găsește toate nodurile sale accesibile și setul de relații ce conectează nodurile împreună cu greutatea minimă posibilă.
- Traversează de la orice nod vizitat spre următorul nod nevizitat cu cea mai mică greutate, evitând ciclurile.
- Primul algoritm cunoscut Minimum Weight Spanning Tree a fost dezvoltat de cercetătorul ceh Otakar Boruvka în 1926.
- Algoritmul lui Prim, inventat în 1957, este un alg. de bază și cel mai cunoscut.
- **Algoritmul lui Prim's este similar cu algoritmul Shortest Path al lui Dijkstra**, dar în loc să minimizeze lungimea totală a unei căi care se termină la fiecare relație, minimizează lungimea fiecărei relații individual.
- MST tolerează relațiile cu **greutate negativă** (Alg. Dijkstra nu tolerează greutăți negative)

Minimum Spanning Tree (MST)

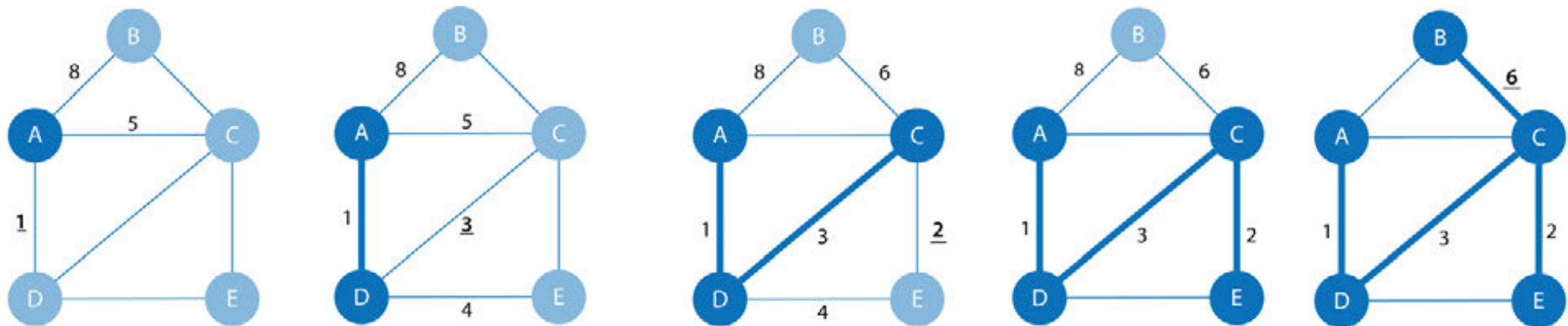
- Etapele Minimum Spanning Tree algorithm ilustrate în Figura

Etapele MST

1. Începe cu un arbore care conține un singur nod. În Figura începem cu nodul A.
2. Relația cu cea mai mică greutate provenind de la acel nod este selectată și adăugată în arbore (împreună cu nodul sau conectat). În acest caz, A-D.
3. Acest proces se repeta, alegând întotdeauna relația minimă-greutate care unește orice nod care nu este deja în arbore.

Dacă comparați cu exemplul SSSP se observa că în al 4-lea graf căile devin diferite - deoarece SSSP evaluează calea cea mai scurtă pe baza totalurilor cumulate de la rădăcină, în timp ce MST analizează doar costul următorului pas.

4. Când nu mai există noduri de adăugat, arborele este de întindere minimă, MST.



Minimum Spanning Tree (MST)

Observație MST are rezultate semnificative când este rulat pe un graf în care relațiile au ponderi diferite. **Daca graful nu are ponderi sau toate relațiile au aceeași pondere, atunci orice arbore de întindere este un arbore de întindere minim.**

Exista, variante ale acestui algoritm ce gasesc arbore de întindere cu greutate maxima (arboarele cu cel mai mare cost) și arbore de întindere k (dimensiune arbore limitata).

Când se utilizează arboarele de întindere minima MST?

- Utilizați MST pentru aflarea celei mai bune rute vizitând toate nodurile. Deoarece traseul este ales în funcție de costul fiecarui pas urmator, este util atunci când trebuie sa vizitați toate nodurile într-un singur drum.
- Alg. se poate utiliza pentru optimizarea căilor pentru sistemele conectate, ex. conducte de apa și proiectarea circuitelor.
- Este util pentru a aproxima unele probleme cu timpi de calcul necunoscuti, ex.Problema comis voiajorului (TSP, Traveling Salesman problem) și tipuri de probleme de rotunjire.

Exemple de cazuri de utilizare includ:

- Minimizarea costurilor de calatorie pentru explorarea unei țari. . “An Application of Minimum Spanning Trees to Travel Planning” descrie modul în care algoritmul a analizat conexiunile aeriene și maritime pentru a face acest lucru.
- Vizualizarea corelațiilor dintre randamentele valutare. Acest lucru este descris în “Minimum Spanning Tree Application in the Currency Market”.
- Urmărirea istoricului transmiterii infecției într-un focar. Pentru mai multe informații, consultați “Use of the Minimum Spanning Tree Model for Molecular Epidemiological Investigation of a Nosocomial Outbreak of Hepatitis C Virus Infection”.

Random Walk

- Algoritmul Random Walk ofera un set de noduri pe o cale aleatorie într-un graf.
- Termenul a fost menționat pentru prima data de Karl Pearson în 1905 într-o scrisoare adresată revistei Nature, intitulata „The Problem of the Random Walk”.
- Deși conceptul este mai vechi, doar mai recent s-a aplicat Random Walk în Știința rețelelor.
- Random walk, deplasare aleatorie, în general similara unei persoane dezorientate.
- Persoana știe în ce direcție sau în ce punct de final dorește să ajunga, dar pot merge pe o rută foarte întortocheată pentru a ajunge acolo.
- Algoritmul începe de la un nod și urmeaza oarecum aleatoriu una dintre relații înainte sau înapoi catre un nod vecin. Apoi face același lucru din acel nod și așa mai departe, pâna când ajunge la lungimea setata a caii.
- Spunem oarecum aleatoriu, deoarece numarul de relații pe care le are un nod și pe care le au vecinii sai influențeaza probabilitatea prin care un nod va fi parcurs.

Când ar trebui să utilizați Random Walk?

- Utilizați algoritmul Random Walk ca parte a altor algoritmi sau data pipelines atunci când trebuie sa generați un set aleator de noduri conectate.

Exemple de cazuri de utilizare includ:

- Ca parte a algoritmilor node2vec și graph2vec, ce creeaza înglobari de noduri-Aceste înglobari de noduri ar putea fi utilizate ca intrare într-o rețea neuronală.
- Ca parte a detectarii comunității Walktrap, Infomap , daca o plimbare aleatorie returneaza un set mic de noduri în mod repetat, atunci acel set de noduri poate avea o structura comunitara.
- Ca parte a procesului de instruire a modelelor de învățare automata (D. Mack“Review Prediction with Neo4j and TensorFlow”.)
- Alte cazuri de utilizare în N. Masuda et al.“Random Walks and Diffusion on Networks”.

Sumar

- Algoritmii Pathfinding sunt utili pentru înțelegerea modului în care datele sunt conectate. S-a început cu algoritmii fundamentali Breadth and Depth First, înainte de a trece la Dijkstra și alți algoritmi pentru găsirea celui mai scurt drum.
 - S-au analizat și variante ale algoritmilor de calea cea mai scurtă (shortest path algorithms optimized for finding the shortest path from one node to all other nodes or between all pairs of nodes in a graph)
- Optimizari pentru a găsi calea cea mai scurtă de la un nod la toate celelalte noduri sau între toate perechile de noduri dintr-un graf.
- S-a prezentat și algoritmul Random Walk, ce poate fi folosit pentru a găsi seturi arbitrare de căi.

Resurse

Carte ce acoperă concepte fundamentale și algoritmi ai grafurilor
The Algorithm Design Manual, by Steven S. Skiena(Springer).