

## PROBLEMA ORDONANTARII

## Definitii:

- Problema ordonantarii
- Graful potentiale-activitati:  
Bernard Roy
- marja de timp
- activitati critice
- drum critic
- Graful potentiale- etape  
PERT (Programme  
Evaluation and Review  
Technique)

## 9.PROBLEMA ORDONANTARII

- Problema ordonantarii
- Graful potentiale-activitati
- Graful potentiale- etape PERT

### Algoritmi (pseudocod)

- alg. Roy (a) Initializare b) Iteratia de baza c) Criteriul de stop)--- det. durata minima de realizare: graf potentiale-activitati

# Problema ordonanțării

- programarea activităților în cadrul unui proiect astfel încât să se realizeze un obiectiv
- între activitățile proiectului există relații de interdependență și coordonare
- condițiile de realizarea a unei activități sunt de timp: unele activități pot începe doar după terminarea altora
- fiecare activitate are o durată de timp dată și pentru fiecare activitate se cunosc activitățile care trebuie finalizate înainte de abordarea acesteia

Problema: programarea desfășurării activităților astfel încât să se realizeze unele condiții de eficiență

# Graful potențiale-activități

Bernard Roy, 1958

- fie un proiect care are  $n$  activități
- se construiește  $G = (X, U)$  astfel:
  - fiecărei activități  $i$  se asociază un nod  $i \in X$ ;
  - există arc de la nodul  $i$  la nodul  $j$  dacă și numai dacă activitatea  $j$  poate începe imediat după terminarea activității  $i$
  - arcul  $(i, j) \in U$  are asociată ca valoare durata activității  $i$ ,  
 $l_{ij} = d_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$
  - se adaugă
    - nodul 0 pentru activitatea START- activitate care le precede pe toate celelalte
    - nodul  $n + 1$  pentru activitatea STOP - activitate care urmează tuturor celorlalte
  - $X = \{0, 1, \dots, n, n + 1\}$

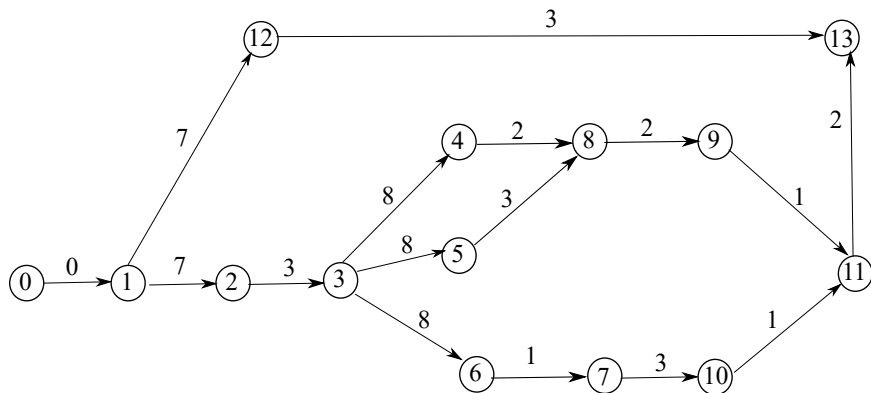
# Graful potențiale-activități

## Construirea unei clădiri

Nr.	Activitate	Durata	Activități precedente
1	Amenajare căi acces	7	—
2	Șanțuri fundație	3	1
3	Structura rezistență	8	2
4	Montare instalații sanitare, electrice	2	3
5	Montare uși, ferestre	3	3
6	Montare schela exterioară	3	3
7	Realizare fațadă	3	6
8	Zugrăveli interioare	2	4, 5
9	Amenajări interioare	1	8
10	Demontare schelă	1	7
11	Curățenie	2	9, 10
12	Împrejmuiți	3	1

# Graful potențiale-activități

$X = \{0, 1, 2, \dots, 12, 13\}$

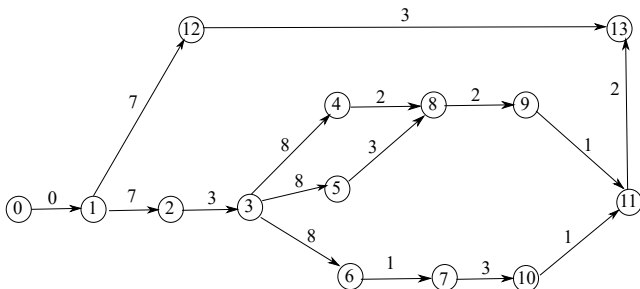


# Graful potențiale-activități

- pentru ca o activitate să demareze trebuie ca toate activitățile pe un drum de la activitatea de start 0 la nodul corespunzător activității să fie executate

$t_i$  = momentul cel mai devreme de începere a activității  $i$

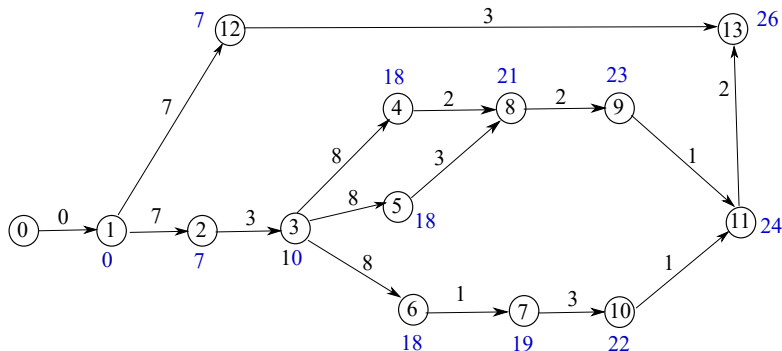
$t_i = \max\{t_j + d_j \mid j \in \Gamma^{-1}i\}$  = valoarea maximă a drumurilor de la 0 la  $i$



- durata minimă de realizare a proiectului este  $t_{n+1}$

# Graful potențiale-activități

$t_i = \max\{t_j + d_j \mid j \in \Gamma^{-1}i\} =$  valoarea maximă a drumurilor de la 0 la  $i$ ,  
 $i = \overline{0, n+1}$



- durata minimă de realizare a proiectului este  $t_{n+1} = 26$



# Graful potențiale-activități

$t_i = \max\{t_j + d_j \mid j \in \Gamma^{-1}i\}$  = valoarea maximă a drumurilor de la 0 la  $i$ ,  
 $i = \overline{0, n+1}$

$T_i$  = momentul cel mai târziu de începere a activității  $i$  care nu duce la amânarea realizării obiectivului,  $i = \overline{0, n+1}$

Pseudocod Roy

$t_{n+1} - T_i = \max\{l(\mu) \mid \mu \text{ drum de la } i \text{ la } n+1\}$

a) Inițializare:  $T_{n+1} = t_{n+1}$ ;  $S = \{n+1\}$

b) Iterația de bază:

Fie  $i \notin S$  a. î.  $\Gamma i \subseteq S$ ;

$T_i = \min \{T_j - d_j \mid j \in \Gamma i\}$ ;

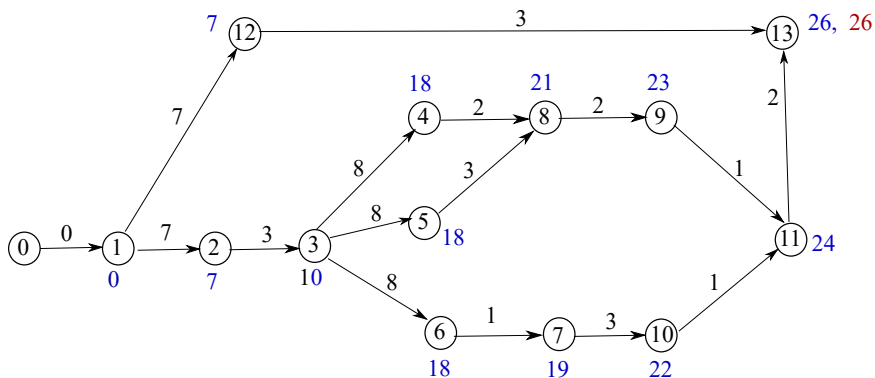
$S = S \cup \{i\}$ ;

c) Criteriul de stop:

Dacă  $S = \{0, 1, \dots, n, n+1\}$  atunci STOP;

altfel goto b);

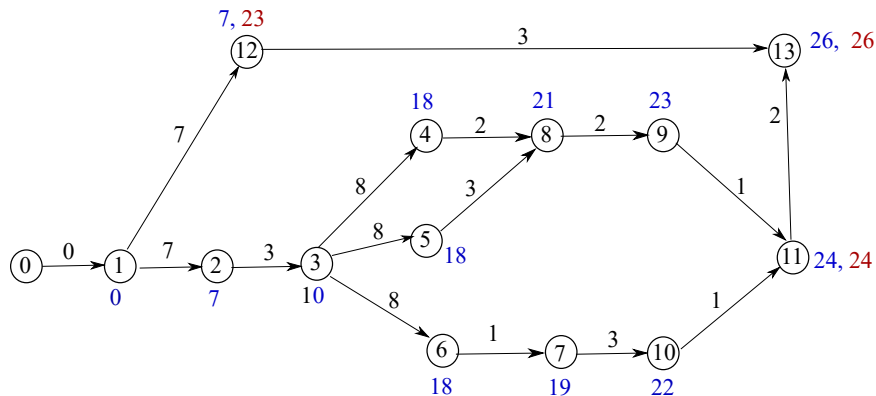
# Graful potențiale-activități



$$S = \{13\}$$

# Graful potențiale-activități

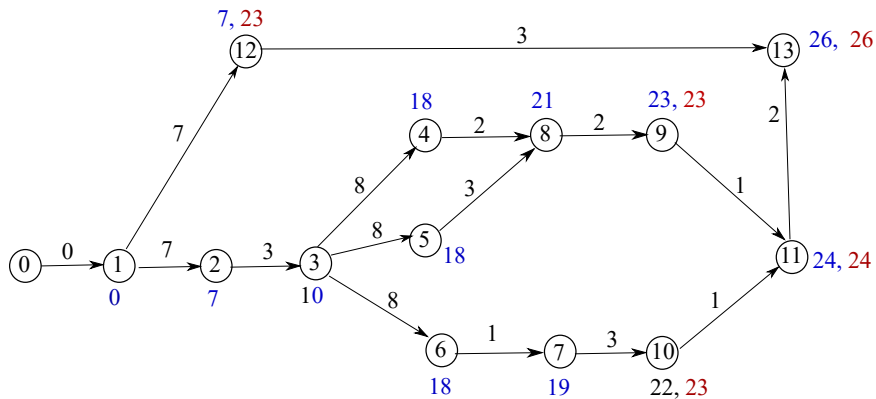
$$S = \{13\}$$



$$S = \{11, 12, 13\}$$

# Graful potențiale-activități

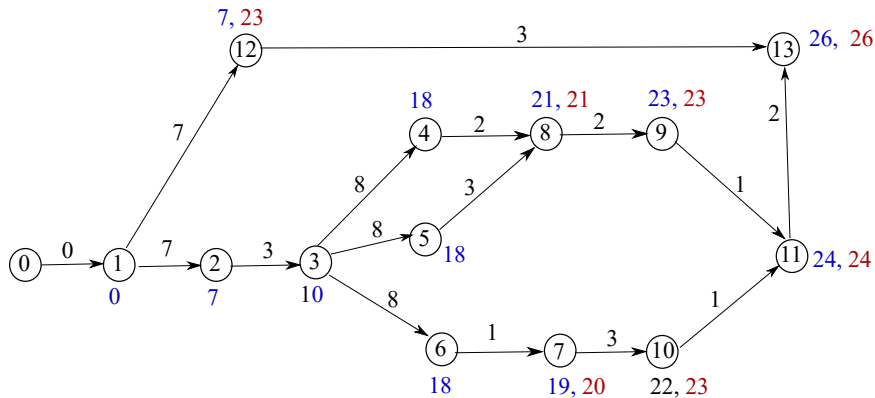
$$S = \{11, 12, 13\}$$



$$S = \{9, 10, 11, 12, 13\}$$

# Graful potențiale-activități

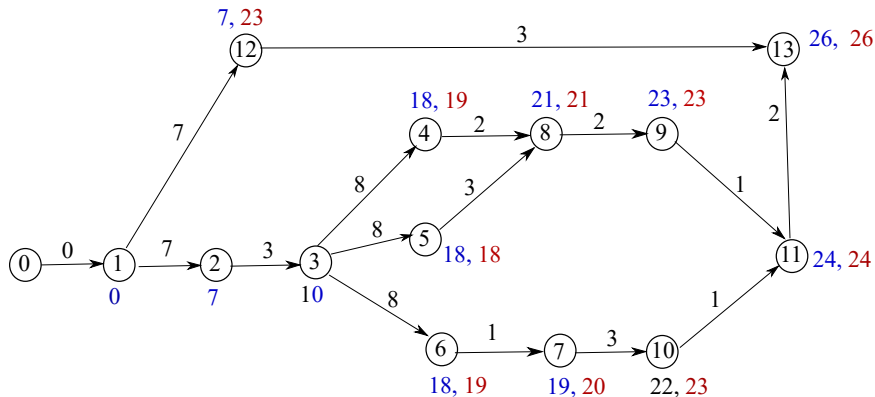
$S = \{9, 10, 11, 12, 13\}$



$S = \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

# Graful potențiale-activități

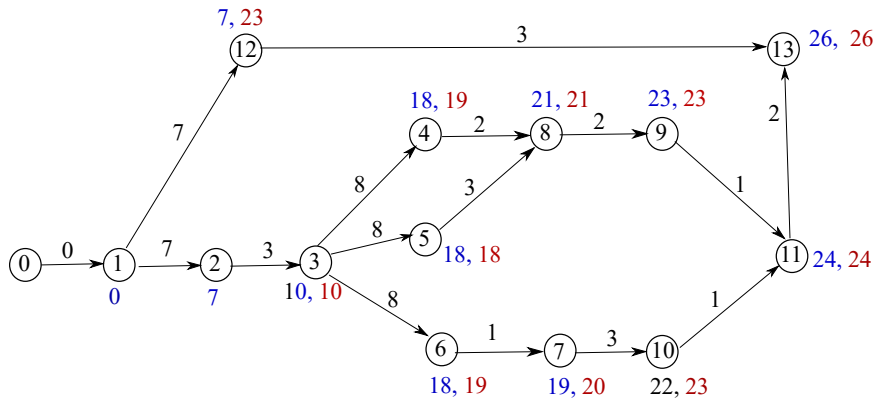
$S = \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$



$S = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

# Graful potențiale-activități

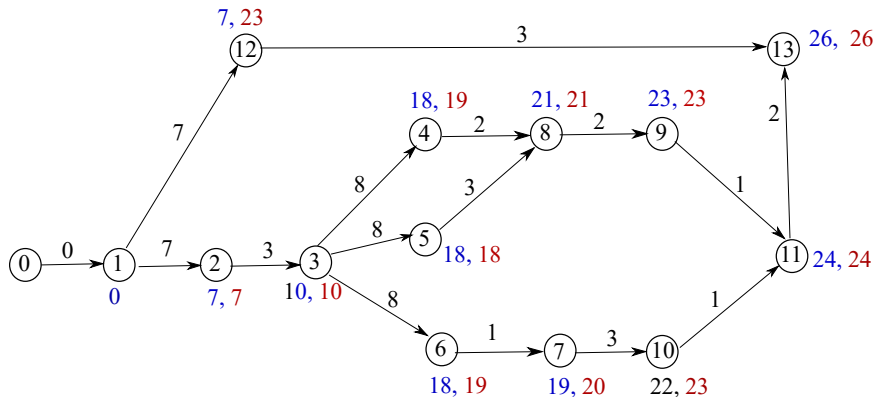
$S = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$



$S = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

# Graful potențiale-activități

$S = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

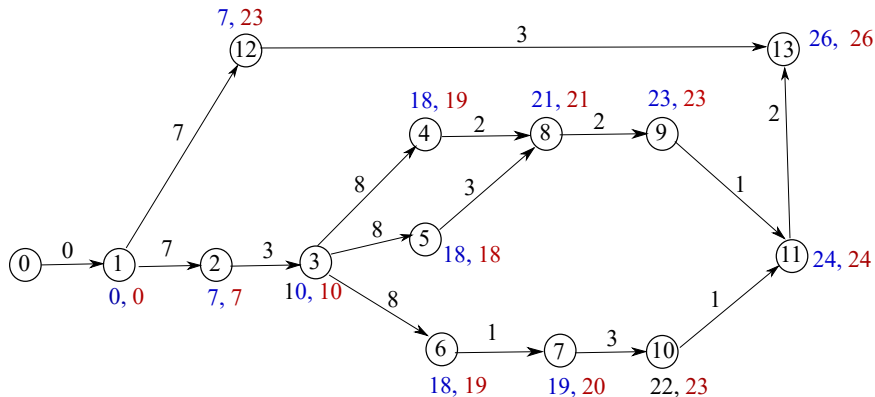


$S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$



# Graful potențiale-activități

$S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

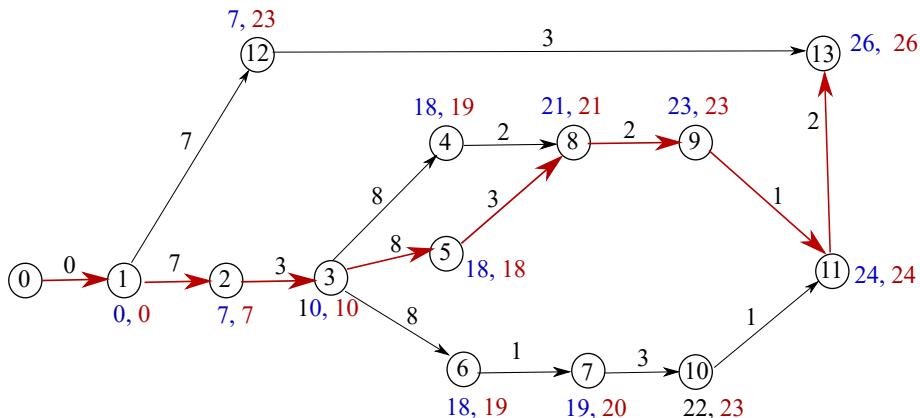


$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

## Definitii

- se definește  $m_i = T_i - t_i$  marja de timp pentru activitatea  $i$ ,  $i = \overline{1, n}$
- activitatea  $i$  poate începe oricând în intervalul  $[t_i, T_i]$  fără a afecta realizarea obiectivului
- activitățile  $i$  pentru care  $m_i = 0$  se numesc **activități critice**
- drumul pe care toate activitățile sunt critice se numește **drum critic**

# Graful potențiale-activități



- drumul critic este:  $\mu_{critic} = (0, 1, 2, 3, 5, 8, 9, 11, 13)$

# Graful potențiale- etape PERT

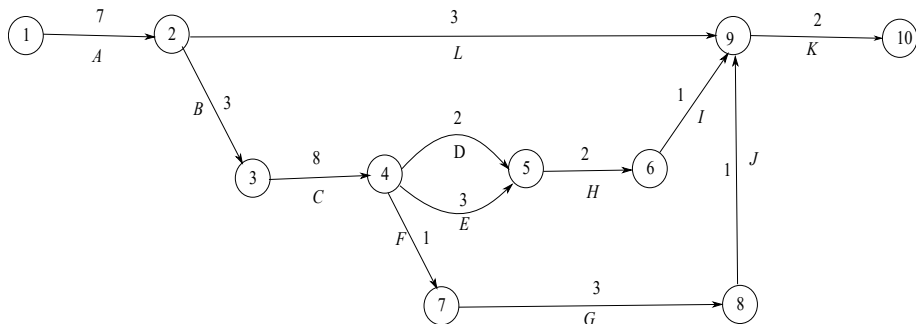
PERT (Programme Evaluation and Review Technique)

- 1957-1958, Malcolm, Roseboom, Clark, Fazar - dezvoltat inițial pentru proiecte pentru US Navy
- se construiește un multigraf  $G = (X, U)$  în care:
  - nodurile sunt etape ale realizării proiectului
  - arcele corespund activităților și li se asociază ca valoare durata  $d$  a activității respective
  - activitatea  $j$  succede activității  $i \Rightarrow$  extremitatea finală a arcului  $i$  coincide cu extremitatea inițială a arcului  $j$

# Graful potențiale- etape PERT

Nr.	Activitate	Durata	Activități precedente
<i>A</i>	Amenajare căi acces	7	—
<i>B</i>	Șanțuri fundație	3	<i>A</i>
<i>C</i>	Structura rezistență	8	<i>B</i>
<i>D</i>	Montare instalații sanitare, electrice	2	<i>C</i>
<i>E</i>	Montare uși, ferestre	3	<i>C</i>
<i>F</i>	Montare schela exterioară	3	<i>C</i>
<i>G</i>	Realizare fațadă	3	<i>F</i>
<i>H</i>	Zugrăveli interioare	2	<i>D, E</i>
<i>I</i>	Amenajări interioare	1	<i>I</i>
<i>J</i>	Demontare schelă	1	<i>H</i>
<i>K</i>	Curățenie	2	<i>I, J</i>
<i>L</i>	Împrejmuiri	3	<i>A</i>

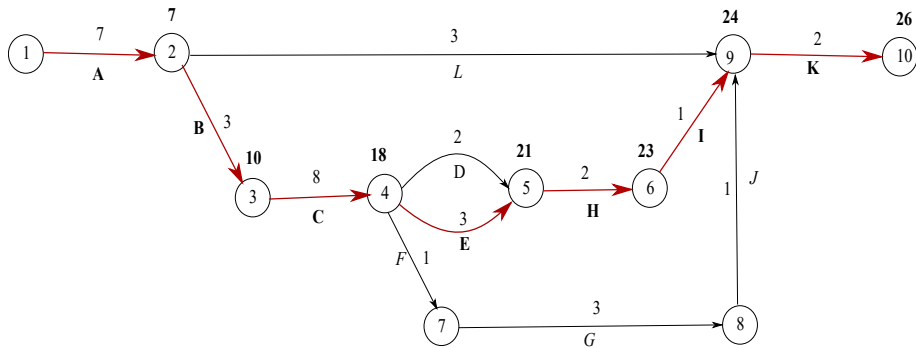
# Graful potențiale- etape PERT



# Graful potențiale- etape PERT

- fie  $\lambda_i$  valoarea maximă a drumurilor de la debut (etapa 1) la etapa  $i$
- $\lambda_{fin}$  momentul realizării ultimei etape
- dacă activitatea  $M$  are ca și extremități etapele  $p$  și  $q$  înseamnă că activitatea  $M$  poate începe cel mai devreme la momentul  $\lambda_p$  și cel mai târziu la momentul  $\lambda_q - d_M$  astfel încât obiectivul să fie atins în timp optim ( $\lambda_{fin}$ )
- drumul de valoare maximă de la etapa de debut la cea finală se numește drum critic, activitățile de pe acest drum sunt activități critice

# Graful potențiale- etape PERT



$$\lambda_{fin} = 26, \mu_{critic} = (A, B, C, E, H, I, K)$$