

# Kurvendiskussion

Die zu diskutierende Funktion ist

$$f(x) = -tx^2 + x^3.$$

Die Ableitungen sind:

$$\begin{aligned}f'(x) &= -2tx + 3x^2 \\f''(x) &= -2t + 6x \\f'''(x) &= 6 \\ \int f(x) \, dx &= -\frac{tx^3}{3} + \frac{x^4}{4}\end{aligned}$$

**Schnittpunkt mit der y-Achse.**  $f(0) = 0$

**Nullstellen** Die Nullstellenmenge  $\mathcal{N}$  ist:

$$\mathcal{N} = \{(0, 0), (t, 0)\}$$

**Extrema** Die Menge der potenziellen Extrema  $\mathcal{E}$  ist:

$$\mathcal{E} = \{(0, 0), (\frac{2t}{3}, -\frac{4t^3}{27})\}$$

Einsetzen in die zweite Ableitung liefert:

$$\begin{aligned}f''(0) &= -2t \\f''(\frac{2t}{3}) &= 2t\end{aligned}$$

**Wendepunkte** Die Menge der potenziellen Wendepunkte  $\mathcal{W}$  ist:

$$\mathcal{W} = \{(\frac{t}{3}, -\frac{2t^3}{27})\}$$

Einsetzen in die dritte Ableitung liefert:

$$f'''(\frac{t}{3}) = 6$$

**Wendetangenten** Die Wendetangenten sind:

$$\text{Die Tangente an } (\frac{t}{3}, -\frac{2t^3}{27}) \text{ ist } t(x) = -\frac{t^2}{3} \cdot x + \frac{t^3}{27}$$