

Kurvendiskussion

Die zu diskutierende Funktion ist

$$f(x) = -5t^2x^2 + x^3.$$

Die Ableitungen sind:

$$\begin{aligned}f'(x) &= -10t^2x + 3x^2 \\f''(x) &= -10t^2 + 6x \\f'''(x) &= 6 \\ \int f(x) \, dx &= -\frac{5t^2}{3}x^3 + \frac{x^4}{4}\end{aligned}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse. $f(0) = 0$

Nullstellen Die Nullstellenmenge \mathcal{N} ist:

$$\mathcal{N} = \{(0, 0), (5t^2, 0)\}$$

Extrema Die Menge der potenziellen Extrema \mathcal{E} ist:

$$\mathcal{E} = \{(0, 0), (\frac{10t^2}{3}, -\frac{500t^6}{27})\}$$

Einsetzen in die zweite Ableitung liefert:

$$\begin{aligned}f''(0) &= -10t^2 \\f''(\frac{10t^2}{3}) &= 10t^2\end{aligned}$$

Wendepunkte Die Menge der potenziellen Wendepunkte \mathcal{W} ist:

$$\mathcal{W} = \{(\frac{5t^2}{3}, -\frac{250t^6}{27})\}$$

Einsetzen in die dritte Ableitung liefert:

$$f'''(\frac{5t^2}{3}) = 6$$

Wendetangenten Die Wendetangenten sind:

$$\text{Die Tangente an } (\frac{5t^2}{3}, -\frac{250t^6}{27}) \text{ ist } t(x) = -\frac{25t^4}{3} \cdot x + \frac{125t^6}{27}$$