

# **Эконометрикада эҳтимоллар назарияси ва математик статистиканинг асосий тушунчалари**

1. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистиканинг асосий тушунчалари.
2. Тўпламлар ва уларнинг хоссалари.
3. Дискрет ва узлуксиз тасодифий миқдорлар.
4. Тасодифий миқдорларнинг характеристикаларини ҳисоблаш.

# 1. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистиканинг асосий тушунчалари

Кузатилаётган ҳодисалар уч турга бўлинади:

- 1) муқаррар;
- 2) рўй бермайдиган;
- 3) тасодифий ҳодисалар.

**Муқаррар ҳодиса** деб тайин шартлар тўплами  $S$  бажарилганда албатта рўй берадиган ҳодисага айтилади.

Агар идишдаги сув нормал атмосфера босими остида ва температураси  $20^0$  бўлса, у ҳолда “идишдаги сув суюқ ҳолатда” ҳодисаси муқаррар ҳодисадир. Бу мисолда берилган атмосфера босими ва сув температураси шартлар тўплами  $S$  ни ташкил этади<sub>2</sub>

**Мумкин бўлмаган ҳодиса деб** шартлар тўплами  $S$  бажарилганда мутлақо рўй бермайдиган ҳодисага айтилади. Масалан, юқоридаги масаланинг шартлари тўплами бажарилганда “идишдаги сув қаттиқ ҳолатда” ҳодисаси мутлақо рўй бермайди.

**Тасодифий ҳодиса деб** шартлар тўплами  $S$  бажарилганда рўй бериши ҳам, рўй бермаслиги ҳам мумкин бўлган ҳодисага айтилади.

Масалан, танга ташланганда, унинг ё гербли томони, ёки ёзувли томони тушиши мумкин. Шу сабабли “танга ташланганда гербли томони билан тушди” ҳодисаси тасодифийдир.

Етарлича кўп сондаги бир жинсли тасодифий ҳодисалар ўзларининг аниқ табиатларидан қатъий назар тайин қонуниятларга бўйсунди. Эҳтимоллар назарияси ана шу қонуниятларни аниқлаш билан шуғулланади.

Ҳодисани синаш натижаси деб қараш мумкин. Масалан, яшикда рангли шарлар бор. Яшикдан таваккалига битта шар олинганда, шарнинг олиниши синаш, тайин рангли шар чиқиши эса ҳодиса ҳисобланади.

## 2. Тўпламлар ва уларнинг хоссалари

Статистикада *тўплам* ибораси жуда кенг қўлланилади. Тўплам ҳажми деб бу тўпламдаги объектлар сонига айтилади.

*Тўпламнинг* қуйидаги турлари мавжуд:

асосий;

танлама;

чекланган;

чексиз.

*Танланма тўплам*, ёки оддий килиб, танланма деб тасодифий равишда танлаб олинган объектлар тўпламига айтилади.

*Бош тўплам* деб танланма ажратилган объектлар тўпламига айтилади.

Масалан, 1000 та деталдан текшириш учун 100 та детал олинган бўлса, у ҳолда бош тўплам ҳажми  $N=1000$ , танланма ҳажми эса  $n=100$ .

Бош тўплам кўпинча *чекли* сондаги элементларни ўз ичига олади. Аммо бу сон жуда катта бўлса, у ҳолда ҳисоблашларни соддалаштириш ёки назарий хулосаларни ихчамлаш мақсадида, баъзан бош тўплам *чексиз* кўп сондаги объектлардан иборат деб фараз қилинади. Бундай йўл қўйиш шу билан оқланадаки, бош тўплам ҳажмини орттириш танланма маълумотларини ишлаб чиқиш натижаларига амалда таъсир этмайди.

*Тўплам бирлиги* - кузатиш талаб этиладиган элемент.

*Белги* - тўплам бирлигининг белгилар турлари:

сонли;

сон билан ифодалаб бўлмайдиган.

*Вариация* - белгининг ўзгаришидир.

*Вариант* - ўзгарувчи белгининг аник ифодаси.

Вариантлар лотин ҳарфларида белгиланади.

Масалан:

$$X_1, X_2, \dots, X_k$$

$$Y_1, Y_2, \dots, Y_k$$

Ўзгарувчи белгининг миқдорлари мажмуаси *вариацион қатор* деб аталади.

Агар вариантларни кўпайиш ёки камайиш бўйича жойлаштирилса, *тартибли вариацион қатор* тузилган бўлади.



### 3. Дискрет ва узлуксиз тасодифий миқдорлар

*Тасодифий миқдор*  $X$  деб, аввалдан номаълум бўлган ва олдиндан инобатга олиб бўлмайдиган тасодифий сабабларга боғлиқ бўлган ҳамда синаш натижасида битта мумкин бўлган қиймат қабул қилувчи миқдорга айтилади.

*Дискрет (узлукли) тасодифий миқдор*  $X$  -деб қандайдир қийматлар тўпламидан маълум эҳтимоллар билан қабул қилувчи миқдорга айтилади. Дискрет тасодифий миқдорнинг мумкин бўлган қийматлари сони чекли ёки чексиз бўлиши мумкин.

*Узлуксиз тасодифий миқдор* деб чекли ёки чексиз ораликдаги барча қийматларни қабул қилиши мумкин бўлган миқдорга айтилади.

**Дискрет тасодифий миқдорнинг математик кутилиши** деб, унинг барча мумкин бўлган қийматларининг мос эҳтимолларга кўпайтмалари йиғиндисига айтилади:

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad (1)$$

Тасодифий миқдорнинг математик кутилишини кўпинча **бош тўплам бўйича ўртача** деб ҳам айтишади. Тасодифий миқдор  $X$  учун бу қийматни кўпинча “ $\mu$ ”-билан белгиланади.

# Математик кутилишнинг хоссалари

1-хосса. Ўзгармас миқдорнинг математик кутилиши шу ўзгармас миқдорнинг ўзига тенг:

$$M(C) = C \quad (2)$$

2-хосса. Ўзгармас кўпайтувчини математик кутилиш белгисидан ташқарига чиқариш мумкин:

$$M(CX) = CM(X) \quad (3)$$

3-хосса. Иккита эркин  $X$  ва  $Y$  тасодифий  
миқдорлар кўпайтмасининг математик  
кутилиши уларнинг математик  
кутилишлари кўпайтмасига тенг:

$$M(XY) = M(X)M(Y) \quad (4)$$

4-хосса. Иккита тасодифий миқдор  
йиғиндисининг математик кутилиши  
қўшилувчиларнинг математик кутилишлар  
йиғиндисига тенг:

$$M(X + Y) = M(X) + M(Y) \quad (5)$$

$X$  тасодифий микдорнинг  $k$ - тартибли бошланғич моменти деб,  $X^k$  микдорнинг математик кутилишига айтилади:

$$\nu_k = M(X^k) \quad (6)$$

$X$  тасодифий микдорнинг  $k$ - тартибли марказий моменти деб,  $(X - M(X))^k$  микдорнинг математик кутилишига айтилади:

$$\mu_k = (X - M(X))^k \quad (7)$$

## 4.Тасодифий миқдорларнинг характеристикаларини ҳисоблаш

*Арифметик ўртача:*

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (8)$$

**Частота** ( $m$ ) - абсолют микдор бўлиб, ҳар вариантнинг тўпламда неча бор учрашини кўрсатади.

Частотанинг нисбий кўриниши **частота улуши** деб аталади.

$$w_i = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (10)$$

$$\sum w_i \cdot 100 = 100\%$$

***Танланманинг статистик тақсимооти***  
деб вариантлар ва уларга мос частоталар ёки  
нисбий частоталар рўйхатига айтилади.

***Вариация чегараси (R)*** - вариацион  
қаторнинг экстремал қийматлари фарқига  
айтилади.

.

$$R = X_{\max} - X_{\min} \quad (11)$$



**Ўртача чизикли фарқ :**

$$\rho = \frac{\sum |X - \bar{X}|}{n} \quad (\text{торттирилмаган}),$$

$$\rho = \frac{\sum |X - \bar{X}| \cdot m}{\sum m} \quad (\text{торттирилган}).$$

**Дисперсия** - вариантларнинг арифметик ўртачадан фарқлари квадратининг ўртачаси.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n} \text{ (торттирилмаган),}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2 \cdot m}{\sum m} \text{ (торттирилган).}$$

**Ўртача квадратик фарқ** - белгининг ўзгаришини ифодалайди ва қуйидагича ҳисобланади:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}} \text{ - (торттирилмаган),}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2 \cdot m}{\sum m}} \text{ - (торттирилган).}$$

**Вариация коэффиценти ( $V_R$ )** - нисбий кўрсаткич бўлиб, белгининг ўзгаришини ифодалайди ва процентларда ифодаланади.

$$V_R = \frac{R}{\bar{X}} \cdot 100\%$$

- вариация чегараси бўйича вариация коэффиценти, оссилляция коэффиценти.
- $R$  – вариация чегараси,

$$R = X_{max} - X_{min}$$

$$V_{\rho} = \frac{\rho}{\bar{X}} \cdot 100\%$$

- ўртача чизикли фарқ бўйича вариация коэффиценти.

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100\%$$

- квадратик фарқ бўйича вариация коэффиценти.

**Мода** ( $M_o$ ) деб энг катта частотага эга бўлган вариантга айтилади. Масалан, ушбу

вариант	1	4	7	9
частота	5	1	20	6

қатор учун мода га тенг.

**Медиана**  $M_e$  - деб вариацион қаторни вариантлар сони тенг бўлган икки қисмга ажратадиган вариантга 7 га айтилади. Агар

вариантлар сони тоқ, яъни ,  $n = 2k + 1$  бўлса, у ҳолда  $M_e = X_{k+1}$  ;  $n$  жуфт, яъни  $n = 2k$  да медиана:

$$M_e = \frac{X_k + X_{k+1}}{2}$$

## *Нормал тақсимот* деб

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (13)$$

дифференциал функция билан  
тавсифланадиган узлуксиз тасодифий  
миқдор тақсимотига айтилади (  $a$  - нормал  
тақсимотнинг математик кутилиши,  $\sigma$  -  
ўртача квадратик четланиши).

**Эътиборингиз учун рахмат !**