

6-Mavzu: Geteroskedastlik va qoldiqlar avtokorrelyatsiyasi

Reja:

- 1.1. To'plamiy regressiyaning umumlashgan modeli. Geteroskedastlik tushunchasi va sabablari.
- 1.2. Geteroskedastlikni aniqlash va uni yo'qotish usullari.
- 1.3. Qoldiqlarning avtokorrelyatsiyasi: mohiyati, oqibatlar va testlash usullari.

Tayanch iboralar: To'plamiy regressiyaning umumlashgan modeli. Geteroskedastlik. Geteroskedastlikni yo'qotish usullari. Kirish. EKKU baholashning oqibatlar. Muqobil baholovchi. Statistik gepotezani testlashtirish. EKKU uchun geteroskedastlik bilan mos keladigan standart xatolar. Multiplikativ geteroskedastlik. Geteroskedastlikni testlashtirish.

6.1. To'plamiy regressiyaning umumlashgan modeli. Geteroskedastlik tushunchasi va sabablari.

Iqtisodiy tahlilda quyidagi chiziqli regressiya modeli qo'llaniladi:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i$$

Bu yerda:

- y_i – natija (bog'liq o'zgaruvchi),
- x_{ki} – mustaqil omillar,
- ε_i – **xatolik (qoldiq)**.

EKKU (Eng kichik kvadratlar usuli) asosiy farazlardan biri:

$$Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$$

(ya'ni, barcha kuzatuvlar uchun doimiy dispersiya mavjud).

Ammo amalda bu shart ko'p hollarda buziladi — ya'ni xatoliklarning dispersiyasi o'zgarib bo'lmaydi.

Geteroskedastlik mohiyati

Geteroskedastlik (heteroskedasticity) — bu xatolik dispersiyasining turli kuzatuvlarda turlicha bo'lishi holatidir.

Ya'ni:

$$Var(\varepsilon_i) = \sigma_i^2 \neq \sigma^2$$

Oddiy qilib aytganda: modeldagi kuzatuvlar xatoliklari “teng og‘irlikda” emas, ayrimlari katta, ayrimlari kichik bo‘ladi.

Geteroskedastlik sabablari:

- Kuzatuvlar hajmi turlicha bo‘lishi (masalan, yirik va kichik firmalar).
- Ma’lumotlarda kuchli o‘zgaruvchanlik mavjudligi.
- Noto‘g‘ri o‘lchov birliklari (masalan, ming so‘mda va milliard so‘mda).
- O‘ta ekstremal qiymatlar (outlierlar).
- Modelning noto‘liq yoki noto‘g‘ri ko‘rinishi (misspecification).

Geteroskedastlikning oqibatlar:

- Agar geteroskedastlik mavjud bo‘lsa:
- EKKU xolis, lekin no-samarali bo‘ladi;
- Baholangan parametrlarning dispersiyasi noto‘g‘ri bo‘ladi;
- T-test va F-testlar ishonchsiz natija beradi;
- Standart xatolar noto‘g‘ri hisoblanadi.

Ya’ni, modelni baholash mumkin, lekin statistik xulosalar (masalan, omil muhim yoki emasligi) noto‘g‘ri chiqadi.

6.2. Geteroskedastlikni aniqlash va uni yo‘qotish usullari

1. Geteroskedastlikni aniqlash usullari (testlash)

a) Grafik usul:

Qoldiqlarni (ε_i) prognoz qilingan qiymatlar (y_i)ga qarshi chiziladi. Agar tarqalish bir xil bo‘lmasa (masalan, “voronka” shaklida) — demak, geteroskedastlik mavjud.

b) Breusch–Pagan testi:

Bu test quyidagicha aniqlaydi:

$$H_0 : Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$$

$H_1 : Var(\varepsilon_i)$ -o‘zgaruvchi omillarga bog‘liq

Agar $p < 0.05$ bo‘lsa, geteroskedastlik mavjud.

c) White testi:

Bu test Breusch–Pagan testining umumlashgan ko‘rinishi bo‘lib, modeldagi kvadrat va ko‘paytma terminlarni ham hisobga oladi.

d) Goldfeld–Quandt testi:

Ma'lumotlar ikki qismga bo'linadi. Agar dispersiyalar orasidagi farq ahamiyatli bo'lsa \rightarrow geteroskedastlik mavjud.

2. Geteroskedastlikni yo'qotish (korreksiya) usullari

a) Transformatsiya (logarifmlash):

Ko'pincha log yondashuv yordam beradi:

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(x_i) + \varepsilon_i$$

Bu yondashuv dispersiyani barqarorlashtiradi.

b) Og'irlikli EKKU (Weighted Least Squares — WLS):

Agar dispersiya $Var(\varepsilon_i) = \sigma_i^2$ bo'lsa, har bir kuzatuv og'irlik bilan baholanadi:

$$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$$

c) Robast (moslashgan) standart xatolar:

Agar geteroskedastlik mavjud bo'lsa, robast (robust) EKKU yordamida standart xatolarni tuzatish mumkin.

Bu usulda parametrlarga tegilmaydi, faqat ularning ishonchlilik bahosi tuzatiladi.

d) Multiplikativ geteroskedastlik:

Agar dispersiya omillarga bog'liq bo'lsa, masalan:

$$Var(\varepsilon_i) = \sigma^2 x_i^\gamma$$

unda Feasible GLS (FGLS) yordamida baholash tavsiya etiladi.

EKKUni baholashning oqibatlari:

EKKU geteroskedastlik mavjud bo'lgan hollarda:

- β **xolis**, lekin **no-samarali** (inefficient)
- Standart xatolar notog'ri, shuning uchun gipotezalar testlari ishonchsiz;
- R^2 qiymati **aldovchi** bo'lishi mumkin;
- Prognoz aniqligi pasayadi.

Shuning uchun, baholashdan so'ng albatta geteroskedastlik testi o'tkazilishi zarur.

6.3. Qoldiqlarning avtokorrelyatsiyasi (autocorrelation) : mohiyati, oqibatlari va testlash usullari.

Avtokorrelyatsiya — bu modeldagi xatoliklar o‘zaro bog‘liqlik holati, ya’ni:

$$Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) \neq 0$$

Bu ko‘pincha vaqtli qatorlarda uchraydi.

Misol:

Agar bir yildagi xatolik keyingi yilga ta’sir etsa — bu avtokorrelyatsiyadir. Avtokorrelyatsiyaning sabablari:

- Muhim omil modeldan tashlab ketilgan.
- Vaqtli ma’lumotlarda kechikish (lag) ta’siri hisobga olinmagan.
- Model shakli noto‘g‘ri tanlangan.
- Ma’lumotdagi o‘lchov xatolari.

Avtokorrelyatsiya oqibatlari:

- EKKU baholovchi xolis, lekin no-samarali;
- Standart xatolar noto‘g‘ri;
- T va F testlar ishonchsiz bo‘ladi;
- Prognoz sifatiga salbiy ta’sir qiladi.
- Avtokorrelyatsiyani aniqlash usullari:

a) Durbin–Watson testi:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2}$$

Agar $d \approx 2$ — avtokorrelyatsiya yo‘q;

Agar $d < 2$ — musbat bog‘liqlik;

Agar $d > 2$ — manfiy bog‘liqlik mavjud.

b) Breusch–Godfrey testi (BG-test):

Bu test yuqori tartibli (lagli) avtokorrelyatsiyalarni ham aniqlaydi.

Avtokorrelyatsiyani yo‘qotish usullari:

- Modelni to‘g‘ri shaklda tanlash (kechikkan o‘zgaruvchilarni qo‘shish).
- Ko‘p farqlash (Differencing) – vaqt qatori farqlari olinadi.
- Cochrane–Orcutt yoki Prais–Winsten usullari – model transformatsiyasi orqali avtokorrelyatsiyani bartaraf etish.
- Robast standart xatolar – avtokorrelyatsiya ta’sirini yumshatadi.

