

38- mavzu:Transport masalasi

1. Transport masalasining qo‘yilishi. Masalaning optimallik mezoni.Cheklashlar tizimini aniqlash

2. Masalaning iqtisodiy-matematik modeli

Masalan, taqsimlash usuli; potensiallar usuli; modifikatsiyalashgan taqsimlash usuli; differensial renta usuli; venger usuli va boshq.

Bizga ma’lumki, simpleks usuli barcha chiziqli dasturlash masalalarini yechishning universal usullardan biri hisoblanadi. Ba’zi hollarda, shunday masalalar turkumi xam uchraydiki, ularni birmuncha qulayroq usullar bilan yechish maqsadga muvofiq hisoblanadi. Bu transport masalasidir. Bu usul bilan dastavval yuklarni tashishni optimal tashkillashtirishga oid masalalar yechilganligi bois u transport masalasi nomini olgan.

Yuqorida qayd qilganimizdek,

Akademik **L.V.Kantorovich (Rossiya)** tomonidan yozilgan «Ishlab chiqarishni tashkil etish va rejorashtirishda matematik usullar» asarida, birinchi marotaba, iqtisodiy mazmundagi ekstremal masalalarini yechish usullarini ko‘rsatib berilgan.

Kiyinchalik transport masalasini formulirovkasi yaratildi.

1941 yilda amerikalik olim **F.Xichkok** transport masalasini formallashtirilgan holda qo‘yilishini ifodaladi hamda uni ayrim yechish yo‘llarini ko‘rsatdi.

Hozirgi vaqtida sanoat, trasport, qishloq xo‘jaligi va boshqa tarmoqlarda uchrab turadigan ko‘pgina rejorashtirish va boshqarish masalalari, jumladan optimal taqsimot masalalari trasport masalasiga keltirilib hal qilinmoqda. Bu sohadagi masalalar iqtisodiy ma’nosи jihatidan har xil bo‘lishga qaramasdan bir xil matematik modelga keltiriladi. Jumladan, mashinalarni traktor yoki agregatlarni markalariga qarab turli ishlarga optimal taqsimlash masalasi xam transport masalasiga keltiriladi.

Endi, transport masalasining qo‘yilishini, uning matematik modelini tuzish va yechish usullaridan birini kurib chiqamiz.

 **Transport masalasining umumiy qo‘yilishi** (minimal qiymat mezoni bo‘yicha) quyidagicha: A_1, A_2, \dots, A_n punktlarda (ta’mintonchilarda) mos ravishda a_1, a_2, \dots, a_n miqdorda bir xil yuklar bor. Bu yuklarga bo‘lgan extiyoji mos ravishda b_1, b_2, \dots, b_m bo‘lgan V_1, V_2, \dots, V_m punktlarga (iste’molchilarga) yuklarni shunday tashish talab etiladki: natijada tashish uchun ketgan *umumiy harajat minimal bo‘lishi kerak*.

A_i dan V_j ga bir birlik yukni tashish harajati S_{ij} ni tashkil etadi. Shu bilan birga yuklarni teskari tashish man etiladi, ta’mintonchilarning yuklarni tula tashib ketilishi va iste’molchilarning talabi to‘la qanoatlantirilishi talab qilinadi.

Yuk tashishda qilinadigan **xarajatlarni minimallashtirish optimallik mezonini** ifodalaydi.

Masalaning tarkibli iqtisodiy-matematik modeli

 **O‘zgaruvchilarni quyidagicha belgilaymiz.** x_{11} -bilan, A_1 ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{12} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{13} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_3 iste’molchiga ,..., x_{1n} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_m iste’molchiga junatiladigan yuklar miqdori; x_{21} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{22} - bilan, A_2 ta’minotchidan V_2 iste’molchiga; x_{23} - bilan, A_2 ta’minotchidan V_3 iste’molchiga ,..., x_{2n} - bilan, A_2 ta’minotchidan V_m iste’molchiga junatiladigan yuklar miqdori; x_{m1} - bilan, A_n ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{m2} - bilan, A_n ta’minotchidan V_2 iste’molchiga; x_{m3} - bilan, A_n ta’minotchidan V_3 iste’molchiga ,..., x_{1n} - bilan, A_n ta’minotchidan V_m iste’molchiga junatiladigan yuklar miqdori;

 Bu masalaning matematik modelini tuzish uchun o‘zgaruvchilarni, ya’ni i - ta’minotchidan j - iste’molchiga tashilishi kerak bo‘lgan yuk miqdorini x_{ij} deb belgilab olsak, u holda quyidagicha ifodalanadi: x_{ij} larning shunday qiyamatlari topilsinki, natijada maqsad funksiya - tashish uchun ketgan umumiy harajat,

$$\begin{aligned} Z_{\min} = & s_{11}x_{11} + s_{12}x_{12} + \dots + s_{1m}x_{1m} + s_{21}x_{21} + s_{22}x_{22} + \dots \\ & + s_{2m}x_{2m} + \dots + s_{n1}x_{n1} + s_{n2}x_{n2} + s_{n3}x_{n3} + \dots + s_{nm}x_{nm}. \end{aligned}$$

$$\text{yoki } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m s_{ij} s_{ij} \min \quad (1)$$

bo‘lsin va yuklarning to‘la tashilib ketilish shartini:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1m} &= a_1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{1m} &= a_2 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nm} &= a_n. \end{aligned} \quad (2)$$

iste’molchilar talablarining to‘la qanoatlantirilishi shartini:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{n1} &= b_1, \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{n2} &= b_2 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{1m} + x_{2m} + \dots + x_{nm} &= b_n. \\ x_{ij} &\geq 0 \quad i=1,n ; j=1,m. \end{aligned} \quad (3)$$

o‘zgaruvchilarning nomanfiylik sharti (yoki yuklarning teskari tashilmaslik sharti) ni qanoatlantirsin.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiy yig‘indisiga teng bo‘lsa,

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &= b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } a_i &= \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \quad (5)$$

bo‘lsa transport masalasi yopiq, aks holda ochiq deyiladi.

Ochiq tipdagi masalalar yopiq tipdagi masalaga soxta punkt kiritish yo‘li bilan amalga oshiriladi.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiy yig‘indisidan katta bo‘lsa, ya’ni:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &> b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } \sum_{i=1}^n a_i &> \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \quad (6)$$

bo‘lsa modelga V_{m+1} soxta qabul punkti kiritiladi, uning yuklarga bo‘lgan extiyoji:

$$b_{m+1} = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j \quad (11.7)$$

va tashish harajati $s_{im+1}=0$ ($i=1, n$), bo‘ladi.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiy yig‘indisidan kichik bo‘lsa,

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &< b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } \sum_{i=1}^n a_i &< \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \quad (8)$$

bo‘lsa A_{n+1} soxta jo‘natish punkti kiritilib undagi yuk miqdori,

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^m b_j - \sum_{i=1}^n a_i \quad (9)$$

tashish qiymati $S_{n+1j}=0$ ($j = i, m$) bo‘ladi.

Shunday qilib transport masalasi chiziqli dasturlash masalasining xususiy holi bo‘lib, u ko‘yidagi xususiyatlarga ega :

- chegara shartlari tenglamalar bilan ifodalaniladi;
- o‘zgaruvchilar oldidagi koefitsientlar 0 yoki 1 ga teng;
- har bir o‘zgaruvchi faqat ikkita tenglamada uchraydi.

Transport masalasining bir necha yechish usullari mavjud. Jumladan: *dioganallar, taqsimlash, potensiallar, nomerlarni ketma-ket o‘chirish yoki Brudno usuli, differensial renta, vengercha usullardir.*

Bu usullar yordamida masalani yechish tartibi quyidagicha :

- ◎tayanch reja tuziladi;
- ◎bu rejaning optimalligi tekshiriladi;
- ◎agar u optimal bo‘lmasa, u ketma-ket yaxshilanadi.

Masalani jadval ko‘rinishda quyidagicha yozish mumkin :

V	A	1	2	...	n	b_j
1		s₁₁	s₂₁	...	s_{n1}	b₁

2	s_{12} x_{11}	s_{22} x_{21}	...	s_{n1} x_{n2}	b_2
...
m	s_{1m} x_{1m}	s_{2m} x_{2m}	...	s_{nm} x_{nm}	b_m
a_i	a_1	a_2	...	a_n	$\Sigma a_i = \Sigma b_j$

Tayanch yechimni topishning eng ko‘p tarqalgan usuli *shimoliy-Tarbiy burchak* usulidir. Jadvalda yuqorigi chap katak uchun resurs a va ehtiyoj b tanlanadi.

Agar $a > b$ bo‘lsa shu katakka b son yoziladi. Bu katak satridagi resurs $a - b$, bu katak ustunidagi ehtiyoj esa 0 bo‘ladi.

Agar $a < b$ bo‘lsa, u holda katakka a yoziladi, bu katak resursi 0, extiyoji $b - a$ bo‘ladi.

Agar $a = b$ bo‘lsa u holda bu katakka shu son yoziladi va bu katakning keyingi extiyoji va resursi 0 bo‘ladi. Extiyoji 0 bo‘lgan satr yoki resursi 0 bo‘lgan ustunlar ketma-ket jarayonidan chiqariladi va qolganlari uchun takrorlanadi va h.k. Shunday qilib birinchi reja tuziladi. Hosil qilingan rejaning optimalligini tekshirish uchun va optimal bo‘lмаган holda uni yaxshilash uchun *potensiallar usulidan* foydalanamiz.

Bu usulga asosan har bir ta’motchi A_i uchun U_i potensialni, har bir iste’molchi B_j uchun U_j potensiallarni mos qo‘yamiz. Agar trasport masalasining qandaydir rejasi uchun to‘ldirilgan kataklar uchun

$$U_j + U_i = C_{ij} \quad (10)$$

va to‘ldirilmagan kataklar uchun esa

$$U_j + U_i \leq C_{ij} \quad (11)$$

chartlarni kanoatlantiruvchi U_j va U_i sonlar sistemasini tanlash mumkin bo‘lsa, *bunday reja optimal* bo‘ladi.

MUHOKAMA UChUN SAVOLLAR

- ☞ 1.Chiziqli dasturlash masalasini yechish usullarini ayting.
- ☞ 2.Simpleks usuli va trasport masalasida bir hil mazmundagi masalalarni yechish mumkinmi? Javobingizni izohlang.
- ☞ 3.Transport masalasini yechish usullari ayting.
- ☞ 4.Transport masalasining qo‘yilishi va masalasida optimallik mezonini ayting.
- ☞ 5.Trasport masalasida o‘zgaruvchilar va ozod xadlarni mohiyatini tushuntiring.
- ☞ 6.Ochiq va yopiq trasport masalasi tushunchalarini mohiyatini tushuntiring.Maqsad funksiyasini yozing.Optimal reja nima?

- ☞ 7.Rejani optimalligini tekshirish tartiblari. Potensiallar usulini mohiyatini tushuntiring.
- ☞ 8.Transport masalasi kim tomonidan yaratilgan?
- ☞ 9.Transport masalasini yechish usullarini ayting.
- ☞ 10.Transport masalasini qo‘yilishini va maqsadini ayting.
- ☞ 11.Transport masalasida qanday boshlang‘ich ma’lumotlar ishlatiladi?
- ☞ 12.Transport masalasida o‘zgaruvchilar belgilanishini tushuntiring. o‘zgaruvchilar tarkibini tushuntiring.
- ☞ 13.Transport masalasidagi o‘zgaruvchilarda ishlatiladigan texnik-iqtisodiy koeffitsientlarning mazmunini ayting.
- ☞ 14.Transport masalasida optimallik mezoni sifatida qanday ko‘rsatkichlar olinadi?

38- mavzu:Transport masalasi

1. Transport masalasining qo‘yilishi. Masalaning optimallik mezoni.Cheklashlar tizimini aniqlash

2. Masalaning iqtisodiy-matematik modeli

Masalan, taqsimlash usuli; potensiallar usuli; modifikatsiyalashgan taqsimlash usuli; differensial renta usuli; venger usuli va boshq.

Bizga ma’lumki, simpleks usuli barcha chiziqli dasturlash masalalarini yechishning universal usullardan biri hisoblanadi. Ba’zi hollarda, shunday masalalar turkumi xam uchraydiki, ularni birmuncha qulayroq usullar bilan yechish maqsadga muvofiq hisoblanadi. Bu transport masalasidir. Bu usul bilan dastavval yuklarni tashishni optimal tashkillashtirishga oid masalalar yechilganligi bois u transport masalasi nomini olgan.

Yuqorida qayd qilganimizdek,

Akademik **L.V.Kantorovich (Rossiya)** tomonidan yozilgan «Ishlab chiqarishni tashkil etish va rejorashtirishda matematik usullar» asarida, birinchi marotaba, iqtisodiy mazmundagi ekstremal masalalarini yechish usullarini ko‘rsatib berilgan.

Kiyinchalik transport masalasini formulirovkasi yaratildi.

1941 yilda amerikalik olim **F.Xichkok** transport masalasini formallashtirilgan holda qo‘yilishini ifodaladi hamda uni ayrim yechish yo‘llarini ko‘rsatdi.

Hozirgi vaqtda sanoat, trasport, qishloq xo‘jaligi va boshqa tarmoqlarda uchrab turadigan ko‘pgina rejorashtirish va boshqarish masalalari, jumladan optimal taqsimot masalalari trasport masalasiga keltirilib hal qilinmoqda. Bu sohadagi masalalar iqtisodiy ma’nosи jihatidan har xil bo‘lishga qaramasdan bir xil matematik modelga keltiriladi. Jumladan, mashinalarni traktor yoki agregatlarni markalariga qarab turli ishlarga optimal taqsimlash masalasi xam transport masalasiga keltiriladi.

Endi, transport masalasining qo‘yilishini, uning matematik modelini tuzish va yechish usullaridan birini kurib chiqamiz.

 **Transport masalasining umumiy qo‘yilishi** (minimal qiymat mezonibor) quyidagicha: A_1, A_2, \dots, A_n punktlarda (ta’minotchilarda) mos ravishda a_1, a_2, \dots, a_n miqdorda bir xil yuklar bor. Bu yuklarga bo‘lgan extiyoji mos ravishda b_1, b_2, \dots, b_m bo‘lgan V_1, V_2, \dots, V_m punktlarga (iste’molchilarga) yuklarni shunday tashish talab etiladki: natijada tashish uchun ketgan *umumiy harajat minimal bo‘lishi kerak*.

A_i dan V_j ga bir birlik yukni tashish harajati S_{ij} ni tashkil etadi. Shu bilan birga yuklarni teskari tashish man etiladi, ta’minotchilarning yuklarni tula tashib ketilishi va iste’molchilarning talabi to‘la qanoatlantirilishi talab qilinadi.

Yuk tashishda qilinadigan **xarajatlarni minimallashtirish optimallik mezonini** ifodalaydi.

Masalaning tarkibli iqtisodiy-matematik modeli

 O‘zgaruvchilarni quyidagicha belgilaymiz. x_{11} -bilan, A_1 ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{12} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{13} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_3 iste’molchiga ,..., x_{1n} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_m iste’molchiga junatiladigan yuklar miqdori; x_{21} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{22} - bilan, A_2 ta’minotchidan V_2 iste’molchiga; x_{23} - bilan, A_2 ta’minotchidan V_3 iste’molchiga ,..., x_{2n} - bilan, A_2 ta’minotchidan V_m iste’molchiga junatiladigan yuklar miqdori; x_{m1} - bilan, A_n ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{m2} - bilan, A_n ta’minotchidan V_2 iste’molchiga; x_{m3} - bilan, A_n ta’minotchidan V_3 iste’molchiga ,..., x_{1n} - bilan, A_n ta’minotchidan V_m iste’molchiga junatiladigan yuklar miqdori;

 Bu masalaning matematik modelini tuzish uchun o‘zgaruvchilarni, ya’ni i - ta’minotchidan j - iste’molchiga tashilishi kerak bo‘lgan yuk miqdorini x_{ij} deb belgilab olsak, u holda quyidagicha ifodalanadi: x_{ij} larning shunday qiymatlari topilsinki, natijada maqsad funksiya - tashish uchun ketgan umumiylarajat,

$$Z_{\min} = s_{11}x_{11} + s_{12}x_{12} + \dots + s_{1m}x_{1m} + s_{21}x_{21} + s_{22}x_{22} + \dots + s_{2m}x_{2m} + \dots + s_{n1}x_{n1} + s_{n2}x_{n2} + s_{n3}x_{n3} + \dots + s_{nm}x_{nm} .$$

$$\text{yoki } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m s_{ij} S_{ij} \min \quad (1)$$

bo‘lsin va yuklarning to‘la tashilib ketilish shartini:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1m} &= a_1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{1m} &= a_2 \\ \dots &\dots \dots \dots \dots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nm} &= a_n . \end{aligned} \quad (2)$$

iste’molchilar talablarining to‘la qanoatlantirilishi shartini:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{n1} &= b_1, \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{n2} &= b_2 \\ \dots &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} x_{1m} + x_{2m} + \dots + x_{nm} &= b_n. \\ x_{ij} &\geq 0 \quad i=1, n ; j=1, m \end{aligned} \tag{4}$$

o‘zgaruvchilarning nomanfiylik sharti (yoki yuklarning teskari tashilmaslik sharti) ni qanoatlantirsin.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiy yig‘indisiga teng bo‘lsa,

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &= b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } a_i &= \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \tag{5}$$

bo‘lsa transport masalasi yopiq, aks holda ochiq deyiladi.

Ochiq tipdagи masalalar yopiq tipdagи masalaga soxta punkt kiritish yo‘li bilan amalga oshiriladi.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiy yig‘indisidan katta bo‘lsa, ya’ni:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &> b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } \sum_{i=1}^n a_i &> \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \tag{6}$$

bo‘lsa modelga V_{m+1} soxta qabul punkti kiritiladi, uning yuklarga bo‘lgan extiyoji:

$$b_{m+1} = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j \tag{11.7}$$

va tashish harajati $s_{im+1}=0$ ($i=1, n$), bo‘ladi.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiy yig‘indisidan kichik bo‘lsa,

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &< b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } \sum_{i=1}^n a_i &< \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \tag{8}$$

bo‘lsa A_{n+1} soxta jo‘natish punkti kiritilib undagi yuk miqdori,

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^m b_j - \sum_{i=1}^n a_i \tag{9}$$

tashish qiymati $S_{n+1j}=0$ ($j = i, m$) bo‘ladi.

Shunday qilib transport masalasi chiziqli dasturlash masalasining xususiy holi bo‘lib, u ko‘yidagi xususiyatlarga ega :

- chegara shartlari tenglamalar bilan ifodalaniladi;
- o‘zgaruvchilar oldidagi koefitsientlar 0 yoki 1 ga teng;
- har bir o‘zgaruvchi faqat ikkita tenglamada uchraydi.

Transport masalasining bir necha yechish usullari mavjud. Jumladan: *dioganallar, taqsimlash, potensiallar, nomerlarni ketma-ket o'chirish yoki Brudno usuli, differensial renta, vengercha usullardir.*

Bu usullar yordamida masalani yechish tartibi quyidagicha :

- ◎tayanch reja tuziladi;
- ◎bu rejaning optimalligi tekshiriladi;
- ◎agar u optimal bo'lmasa, u ketma-ket yaxshilanadi.

Masalani jadval ko'rinishda quyidagicha yozish mumkin :

V	A	1	2	...	n	b_j
1		s₁₁ x₁₁	s₂₁ x₂₁	...	s_{n1} x_{n1}	b₁
2		s₁₂ x₁₂	s₂₂ x₂₂	...	s_{n1} x_{n2}	b₂
...	
m		s_{1m} x_{1m}	s_{2m} x_{2m}	...	s_{nm} x_{nm}	b_m
a_i	a₁	a₂	...	a_n	$\Sigma a_i = \Sigma b_j$	

Tayanch yechimni topishning eng ko'p tarqalgan usuli *shimoliy-Γarbiy burchak* usulidir. Jadvalda yuqorigi chap katak uchun resurs **a** va ehtiyoj **b** tanlanadi.

Agar **a > b** bo'lsa shu katakka **b** son yoziladi. Bu katak satridagi resurs **a - b**, bu katak ustunidagi ehtiyoj esa 0 bo'ladi.

Agar **a < b** bo'lsa, u holda katakka **a** yoziladi, bu katak resursi 0, extiyoji **b - a** bo'ladi.

Agar **a = b** bo'lsa u holda bu katakka shu son yoziladi va bu kataknинг keyingi extiyoji va resursi 0 bo'ladi. Extiyoji 0 bo'lgan satr yoki resursi 0 bo'lgan ustunlar ketma-ket jarayonidan chiqariladi va qolganlari uchun takrorlanadi va h.k. Shunday qilib birinchi reja tuziladi. Hosil qilingan rejaning optimalligini tekshirish uchun va optimal bo'lмаган holda uni yaxshilash uchun *potensiallar usulidan* foydalanamiz.

Bu usulga asosan har bir ta'minotchi **A_i** uchun **U_i** potensialni, har bir iste'molchi **B_j** uchun **U_j** potensiallarni mos qo'yamiz. Agar trasport masalasining qandaydir rejasiga uchun to'ldirilgan kataklar uchun

$$\mathbf{U}_j + \mathbf{U}_i = \mathbf{C}_{ij} \quad (10)$$

va to'ldirilmagan kataklar uchun esa

$$U_j + U_i \leq C_{ij} \quad (11)$$

shartlarni kanoatlantiruvchi U_j va U_i sonlar sistemasini tanlash mumkin bo'lsa, *bunday reja optimal* bo'ladi.

MUHOKAMA UChUN SAVOLLAR

- ☞ 1. Chiziqli dasturlash masalasini yechish usullarini ayting.
- ☞ 2. Simpleks usuli va trasport masalasida bir hil mazmundagi masalalarini yechish mumkinmi? Javobingizni izohlang.
- ☞ 3. Transport masalasini yechish usullari ayting.
- ☞ 4. Transport masalasining qo'yilishi va masalasida optimallik mezonini ayting.
- ☞ 5. Trasport masalasida o'zgaruvchilar va ozod xadlarni mohiyatini tushuntiring.
- ☞ 6. Ochiq va yopiq trasport masalasi tushunchalarini mohiyatini tushuntiring. Maqsad funksiyasini yozing. Optimal reja nima?
- ☞ 7. Rejani optimalligini tekshirish tartiblari. Potensiallar usulini mohiyatini tushuntiring.
- ☞ 8. Transport masalasi kim tomonidan yaratilgan?
- ☞ 9. Transport masalasini yechish usullarini ayting.
- ☞ 10. Transport masalasini qo'yilishini va maqsadini ayting.
- ☞ 11. Transport masalasida qanday boshlang'ich ma'lumotlar ishlatiladi?
- ☞ 12. Transport masalasida o'zgaruvchilar belgilanishini tushuntiring. o'zgaruvchilar tarkibini tushuntiring.
- ☞ 13. Transport masalasidagi o'zgaruvchilarda ishlatiladigan texnik-iqtisodiy koeffitsientlarning mazmunini ayting.
- ☞ 14. Transport masalasida optimallik mezoni sifatida qanday ko'rsatkichlar olinadi?

38- mavzu: Transport masalasi

1. Transport masalasining qo'yilishi. Masalaning optimallik mezoni. Cheklashlar tizimini aniqlash

2. Masalaning iqtisodiy-matematik modeli

Masalan, taqsimlash usuli; potensiallar usuli; modifikatsiyalashgan taqsimlash usuli; differensial renta usuli; venger usuli va boshq.

Bizga ma'lumki, simpleks usuli barcha chiziqli dasturlash masalalarini yechishning universal usullardan biri hisoblanadi. Ba'zi hollarda, shunday masalalar turkumi xam uchraydiki, ularni birmuncha qulayroq usullar bilan yechish maqsadga muvofiq hisoblanadi. Bu transport masalasidir. Bu usul bilan dastavval yuklarni tashishni optimal tashkillashtirishga oid masalalar yechilganligi bois u transport masalasi nomini olgan.

Yuqorida qayd qilganimizdek,

Akademik **L.V.Kantorovich (Rossiya)** tomonidan yozilgan «Ishlab chiqarishni tashkil etish va rejorashtirishda matematik usullar» asarida, birinchi

marotaba, iqtisodiy mazmundagi ekstremal masalalarini yechish usullarini ko'rsatib berilgan.

Kiyinchalik transport masalasini formulirovkasi yaratildi.

1941 yilda amerikalik olim **F.Xichkok** transport masalasini formallashtirilgan holda qo'yilishini ifodaladi hamda uni ayrim yechish yo'llarini ko'rsatdi.

Hozirgi vaqtda sanoat, trasport, qishloq xo'jaligi va boshqa tarmoqlarda uchrab turadigan ko'pgina rejorashtirish va boshqarish masalalari, jumladan optimal taqsimot masalalari trasport masalasiga keltirilib hal qilinmoqda. Bu sohadagi masalalar iqtisodiy ma'nosi jihatidan har xil bo'lishga qaramasdan bir xil matematik modelga keltiriladi. Jumladan, mashinalarni traktor yoki agregatlarni markalariga qarab turli ishlarga optimal taqsimlash masalasi xam transport masalasiga keltiriladi.

Endi, transport masalasining qo'yilishini, uning matematik modelini tuzish va yechish usullaridan birini kurib chiqamiz.

 **Transport masalasining umumiyoq qo'yilishi** (minimal qiymat mezonini bo'yicha) quyidagicha: A_1, A_2, \dots, A_n punktlarda (ta'minotchilarda) mos ravishda a_1, a_2, \dots, a_n miqdorda bir xil yuklar bor. Bu yuklarga bo'lgan extiyoji mos ravishda b_1, b_2, \dots, b_m bo'lgan V_1, V_2, \dots, V_m punktlarga (iste'molchilarga) yuklarni shunday tashish talab etiladi: natijada tashish uchun ketgan *umumiyoq harajat minimal bo'lishi kerak*.

A_i dan V_j ga bir birlik yukni tashish harajati S_{ij} ni tashkil etadi. Shu bilan birga yuklarni teskari tashish man etiladi, ta'minotchilarning yuklarni tula tashib ketilishi va iste'molchilarning talabi to'la qanoatlantirilishi talab qilinadi.

Yuk tashishda qilinadigan **xarajatlarni minimallashtirish optimallik mezonini** ifodalaydi.

Masalaning tarkibli iqtisodiy-matematik modeli

 O'zgaruvchilarni quyidagicha belgilaymiz. x_{11} -bilan, A_1 ta'minotchidan V_1 iste'molchiga; x_{12} - bilan, A_1 ta'minotchidan V_1 iste'molchiga; x_{13} - bilan, A_1 ta'minotchidan V_3 iste'molchiga, ..., x_{1n} - bilan, A_1 ta'minotchidan V_m iste'molchiga junatiladigan yuklar miqdori; x_{21} - bilan, A_1 ta'minotchidan V_1 iste'molchiga; x_{22} - bilan, A_2 ta'minotchidan V_2 iste'molchiga; x_{23} - bilan, A_2 ta'minotchidan V_3 iste'molchiga, ..., x_{2n} - bilan, A_2 ta'minotchidan V_m iste'molchiga junatiladigan yuklar miqdori; x_{m1} - bilan, A_n ta'minotchidan V_1 iste'molchiga; x_{m2} - bilan, A_n ta'minotchidan V_2 iste'molchiga; x_{m3} - bilan, A_n ta'minotchidan V_3 iste'molchiga, ..., x_{1n} - bilan, A_n ta'minotchidan V_m iste'molchiga junatiladigan yuklar miqdori;

 Bu masalaning matematik modelini tuzish uchun o'zgaruvchilarni, ya'ni i - ta'minotchidan j - iste'molchiga tashilishi kerak bo'lgan yuk miqdorini x_{ij} deb belgilab olsak, u holda quyidagicha ifodalananadi: x_{ij} larning shunday qiymatlari topilsinki, natijada maqsad funksiya - tashish uchun ketgan umumiyoq harajat,

$$Z_{\min} = s_{11}x_{11} + s_{12}x_{12} + \dots + s_{1m}x_{1m} + s_{21}x_{21} + s_{22}x_{22} + \dots + s_{2m}x_{2m} + \dots + s_{n1}x_{n1} + s_{n2}x_{n2} + s_{n3}x_{n3} + \dots + s_{nm}x_{nm}.$$

$$\text{yoki } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m s_{ij} s_{ij} \min \quad (1)$$

bo‘lsin va yuklarning to‘la tashilib ketilish shartini:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1m} &= a_1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{1m} &= a_2 \\ \dots &\dots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nm} &= a_n. \end{aligned} \quad (2)$$

iste’molchilar talablarining to‘la qanoatlantirilishi shartini:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{n1} &= b_1, \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{n2} &= b_2 \\ \dots &\dots \\ x_{1m} + x_{2m} + \dots + x_{nm} &= b_n. \\ x_{ij} &\geq 0 \quad i=1,n ; j=1,m. \end{aligned} \quad (3)$$

o‘zgaruvchilarning nomanfiylik sharti (yoki yuklarning teskari tashilmaslik sharti) ni qanoatlantirsin.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiyligi yig‘indisiga teng bo‘lsa,

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &= b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } a_i &= \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \quad (5)$$

bo‘lsa transport masalasi yopiq, aks holda ochiq deyiladi.

Ochiq tipdagi masalalar yopiq tipdagi masalaga soxta punkt kiritish yo‘li bilan amalga oshiriladi.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiyligi yig‘indisidan katta bo‘lsa, ya’ni:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &> b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } \sum_{i=1}^n a_i &> \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \quad (6)$$

bo‘lsa modelga V_{m+1} soxta qabul punkti kiritiladi, uning yuklarga bo‘lgan extiyoji:

$$b_{m+1} = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j$$

(11.7)

va tashish harajati $s_{im+1}=0$ ($i=1, n$), bo‘ladi.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiyligi yig‘indisidan kichik bo‘lsa,

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n < b_1 + b_2 + \dots + b_m$$

$$\text{yoki } \sum_{i=1}^n a_i < \sum_{j=1}^m b_j \quad (8)$$

bo‘lsa A_{n+1} soxta jo‘natish punkti kiritilib undagi yuk miqdori,

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^m b_j - \sum_{i=1}^n a_i \quad (9)$$

tashish qiymati $S_{n+1j} = 0$ ($j = i, m$) bo‘ladi.

Shunday qilib transport masalasi chiziqli dasturlash masalasining xususiy holi bo‘lib, u ko‘yidagi xususiyatlarga ega :

- chegara shartlari tenglamalar bilan ifodalaniladi;
- o‘zgaruvchilar oldidagi koefitsientlar 0 yoki 1 ga teng;
- har bir o‘zgaruvchi faqat ikkita tenglamada uchraydi.

Transport masalasining bir necha yechish usullari mavjud. Jumladan: *dioganallar, taqsimlash, potensiallar, nomerlarni ketma-ket o‘chirish yoki Brudno usuli, differensial renta, vengercha usullardir.*

Bu usullar yordamida masalani yechish tartibi quyidagicha :

- ◎tayanch reja tuziladi;
- ◎bu rejaning optimalligi tekshiriladi;
- ◎agar u optimal bo‘lmasa, u ketma-ket yaxshilanadi.

Masalani jadval ko‘rinishda quyidagicha yozish mumkin :

V	A	1	2	...	n	b _j
1		s ₁₁ x ₁₁	s ₂₁ x ₂₁	...	x _{n1}	b ₁
2		s ₁₂ x ₁₁	s ₂₂ x ₂₁	...	s _{n1} x _{n2}	b ₂
...	
m		s _{1m} x _{1m}	s _{2m} x _{2m}	...	s _{nm} x _{nm}	b _m
a _i	a ₁	a ₂	...	a _n	$\Sigma a_i = \Sigma b_j$	

Tayanch yechimni topishning eng ko‘p tarqalgan usuli *shimoliy-İarbiy burchak* usulidir. Jadvalda yuqorigi chap katak uchun resurs **a** va ehtiyoj **b** tanlanadi.

Agar $a > b$ bo‘lsa shu katakka **b** son yoziladi. Bu katak satridagi resurs **a**-**b**, bu katak ustunidagi ehtiyoj esa 0 bo‘ladi.

Agar $a < b$ bo'lsa, u holda katakka a yoziladi, bu katak resursi 0, extiyoji b - a bo'ladi.

Agar $a = b$ bo'lsa u holda bu katakka shu son yoziladi va bu kataknинг keyingi extiyoji va resursi 0 bo'ladi. Extiyoji 0 bo'lgan satr yoki resursi 0 bo'lgan ustunlar ketma-ket jarayonidan chiqariladi va qolganlari uchun takrorlanadi va h.k. Shunday qilib birinchi reja tuziladi. Hosil qilingan rejaning optimalligini tekshirish uchun va optimal bo'lмаган holda uni yaxshilash uchun *potensiallar usulidan* foydalanamiz.

Bu usulga asosan har bir ta'minotchi A_i uchun U_i potensialni, har bir iste'molchi B_j uchun U_j potensiallarni mos qo'yamiz. Agar trasport masalasining qandaydir rejasiga uchun to'ldirilgan kataklar uchun

$$U_j + U_i = C_{ij} \quad (10)$$

va to'ldirilmagan kataklar uchun esa

$$U_j + U_i \leq C_{ij} \quad (11)$$

shartlarni kanoatlantiruvchi U_j va U_i sonlar sistemasini tanlash mumkin bo'lsa, *bunday reja optimal* bo'ladi.

MUHOKAMA UChUN SAVOLLAR

- ☞ 1. Chiziqli dasturlash masalasini yechish usullarini ayting.
- ☞ 2. Simpleks usuli va trasport masalasida bir hil mazmundagi masalalarni yechish mumkinmi? Javobingizni izohlang.
- ☞ 3. Transport masalasini yechish usullari ayting.
- ☞ 4. Transport masalasining qo'yilishi va masalasida optimallik mezonini ayting.
- ☞ 5. Transport masalasida o'zgaruvchilar va ozod xadlarni mohiyatini tushuntiring.
- ☞ 6. Ochiq va yopiq trasport masalasi tushunchalarini mohiyatini tushuntiring. Maqsad funksiyasini yozing. Optimal reja nima?
- ☞ 7. Rejani optimalligini tekshirish tartiblari. Potensiallar usulini mohiyatini tushuntiring.
- ☞ 8. Transport masalasi kim tomonidan yaratilgan?
- ☞ 9. Transport masalasini yechish usullarini ayting.
- ☞ 10. Transport masalasini qo'yilishini va maqsadini ayting.
- ☞ 11. Transport masalasida qanday boshlang'ich ma'lumotlar ishlatiladi?
- ☞ 12. Transport masalasida o'zgaruvchilar belgilanishini tushuntiring. O'zgaruvchilar tarkibini tushuntiring.
- ☞ 13. Transport masalasidagi o'zgaruvchilarda ishlatiladigan texnik-iqtisodiy koeffitsientlarning mazmunini ayting.
- ☞ 14. Transport masalasida optimallik mezoni sifatida qanday ko'rsatkichlar olinadi?

38- mavzu:Transport masalasi

1. Transport masalasining qo‘yilishi. Masalaning optimallik mezoni.Cheklashlar tizimini aniqlash

2. Masalaning iqtisodiy-matematik modeli

Masalan, taqsimlash usuli; potensiallar usuli; modifikatsiyalashgan taqsimlash usuli; differensial renta usuli; venger usuli va boshq.

Bizga ma’lumki, simpleks usuli barcha chiziqli dasturlash masalalarini yechishning universal usullardan biri hisoblanadi. Ba’zi hollarda, shunday masalalar turkumi xam uchraydiki, ularni birmuncha qulayroq usullar bilan yechish maqsadga muvofiq hisoblanadi. Bu transport masalasidir. Bu usul bilan dastavval yuklarni tashishni optimal tashkillashtirishga oid masalalar yechilganligi bois u transport masalasi nomini olgan.

Yuqorida qayd qilganimizdek,

Akademik **L.V.Kantorovich (Rossiya)** tomonidan yozilgan «Ishlab chiqarishni tashkil etish va rejorashtirishda matematik usullar» asarida, birinchi marotaba, iqtisodiy mazmundagi ekstremal masalalarini yechish usullarini ko‘rsatib berilgan.

Kiyinchalik transport masalasini formulirovkasi yaratildi.

1941 yilda amerikalik olim **F.Xichkok** transport masalasini formallashtirilgan holda qo‘yilishini ifodaladi hamda uni ayrim yechish yo‘llarini ko‘rsatdi.

Hozirgi vaqtida sanoat, trasport, qishloq xo‘jaligi va boshqa tarmoqlarda uchrab turadigan ko‘pgina rejorashtirish va boshqarish masalalari, jumladan optimal taqsimot masalalari trasport masalasiga keltirilib hal qilinmoqda. Bu sohadagi masalalar iqtisodiy ma’nosи jihatidan har xil bo‘lishga qaramasdan bir xil matematik modelga keltiriladi. Jumladan, mashinalarni traktor yoki agregatlarni markalariga qarab turli ishlarga optimal taqsimlash masalasi xam transport masalasiga keltiriladi.

Endi, transport masalasining qo‘yilishini, uning matematik modelini tuzish va yechish usullaridan birini kurib chiqamiz.

 **Transport masalasining umumiy qo‘yilishi** (minimal qiymat mezoni bo‘yicha) quyidagicha: A_1, A_2, \dots, A_n punktlarda (ta’minotchilarda) mos ravishda a_1, a_2, \dots, a_n miqdorda bir xil yuklar bor. Bu yuklarga bo‘lgan extiyoji mos ravishda b_1, b_2, \dots, b_m bo‘lgan V_1, V_2, \dots, V_m punktlarga (iste’molchilarga) yuklarni shunday tashish talab etiladki: natijada tashish uchun ketgan *umumiy harajat minimal bo‘lishi kerak*.

A_i dan V_j ga bir birlik yukni tashish harajati S_{ij} ni tashkil etadi. Shu bilan birga yuklarni teskari tashish man etiladi, ta’minotchilarning yuklarni tula tashib ketilishi va iste’molchilarning talabi to‘la qanoatlantirilishi talab qilinadi.

Yuk tashishda qilinadigan **xarajatlarni minimallashtirish optimallik mezonini** ifodalaydi.

Masalaning tarkibli iqtisodiy-matematik modeli

 **O‘zgaruvchilarni quyidagicha belgilaymiz.** x_{11} -bilan, A_1 ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{12} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{13} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_3 iste’molchiga ,..., x_{1n} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_m iste’molchiga junatiladigan yuklar miqdori; x_{21} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{22} - bilan, A_2 ta’minotchidan V_2 iste’molchiga; x_{23} - bilan, A_2 ta’minotchidan V_3 iste’molchiga ,..., x_{2n} - bilan, A_2 ta’minotchidan V_m iste’molchiga junatiladigan yuklar miqdori; x_{m1} - bilan, A_n ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{m2} - bilan, A_n ta’minotchidan V_2 iste’molchiga; x_{m3} - bilan, A_n ta’minotchidan V_3 iste’molchiga ,..., x_{1n} - bilan, A_n ta’minotchidan V_m iste’molchiga junatiladigan yuklar miqdori;

 Bu masalaning matematik modelini tuzish uchun o‘zgaruvchilarni, ya’ni i - ta’minotchidan j - iste’molchiga tashilishi kerak bo‘lgan yuk miqdorini x_{ij} deb belgilab olsak, u holda quyidagicha ifodalanadi: x_{ij} larning shunday qiyamatlari topilsinki, natijada maqsad funksiya - tashish uchun ketgan umumiy harajat,

$$\begin{aligned} Z_{\min} = & s_{11}x_{11} + s_{12}x_{12} + \dots + s_{1m}x_{1m} + s_{21}x_{21} + s_{22}x_{22} + \dots \\ & + s_{2m}x_{2m} + \dots + s_{n1}x_{n1} + s_{n2}x_{n2} + s_{n3}x_{n3} + \dots + s_{nm}x_{nm}. \end{aligned}$$

$$\text{yoki } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m s_{ij} s_{ij} \min \quad (1)$$

bo‘lsin va yuklarning to‘la tashilib ketilish shartini:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1m} &= a_1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{1m} &= a_2 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nm} &= a_n. \end{aligned} \quad (2)$$

iste’molchilar talablarining to‘la qanoatlantirilishi shartini:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{n1} &= b_1, \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{n2} &= b_2 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_{1m} + x_{2m} + \dots + x_{nm} &= b_n. \\ x_{ij} &\geq 0 \quad i=1,n ; j=1,m. \end{aligned} \quad (3)$$

o‘zgaruvchilarning nomanfiylik sharti (yoki yuklarning teskari tashilmaslik sharti) ni qanoatlantirsin.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiy yig‘indisiga teng bo‘lsa,

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &= b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } a_i &= \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \quad (5)$$

bo‘lsa transport masalasi yopiq, aks holda ochiq deyiladi.

Ochiq tipdagi masalalar yopiq tipdagi masalaga soxta punkt kiritish yo‘li bilan amalga oshiriladi.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiy yig‘indisidan katta bo‘lsa, ya’ni:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &> b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } \sum_{i=1}^n a_i &> \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \quad (6)$$

bo‘lsa modelga V_{m+1} soxta qabul punkti kiritiladi, uning yuklarga bo‘lgan extiyoji:

$$b_{m+1} = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j \quad (11.7)$$

va tashish harajati $s_{im+1}=0$ ($i=1, n$), bo‘ladi.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiy yig‘indisidan kichik bo‘lsa,

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &< b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } \sum_{i=1}^n a_i &< \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \quad (8)$$

bo‘lsa A_{n+1} soxta jo‘natish punkti kiritilib undagi yuk miqdori,

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^m b_j - \sum_{i=1}^n a_i \quad (9)$$

tashish qiymati $S_{n+1j}=0$ ($j = i, m$) bo‘ladi.

Shunday qilib transport masalasi chiziqli dasturlash masalasining xususiy holi bo‘lib, u ko‘yidagi xususiyatlarga ega :

- chegara shartlari tenglamalar bilan ifodalaniladi;
- o‘zgaruvchilar oldidagi koefitsientlar 0 yoki 1 ga teng;
- har bir o‘zgaruvchi faqat ikkita tenglamada uchraydi.

Transport masalasining bir necha yechish usullari mavjud. Jumladan: *dioganallar, taqsimlash, potensiallar, nomerlarni ketma-ket o‘chirish yoki Brudno usuli, differensial renta, vengercha usullardir.*

Bu usullar yordamida masalani yechish tartibi quyidagicha :

- ◎tayanch reja tuziladi;
- ◎bu rejaning optimalligi tekshiriladi;
- ◎agar u optimal bo‘lmasa, u ketma-ket yaxshilanadi.

Masalani jadval ko‘rinishda quyidagicha yozish mumkin :

V	A	1	2	...	n	b_j
1		s₁₁	s₂₁	...	s_{n1}	b₁

2	s_{12} x_{11}	s_{22} x_{21}	...	s_{n1} x_{n2}	b_2
...
m	s_{1m} x_{1m}	s_{2m} x_{2m}	...	s_{nm} x_{nm}	b_m
a_i	a_1	a_2	...	a_n	$\Sigma a_i = \Sigma b_j$

Tayanch yechimni topishning eng ko‘p tarqalgan usuli *shimoliy-Tarbiy burchak* usulidir. Jadvalda yuqorigi chap katak uchun resurs a va ehtiyoj b tanlanadi.

Agar $a > b$ bo‘lsa shu katakka b son yoziladi. Bu katak satridagi resurs $a - b$, bu katak ustunidagi ehtiyoj esa 0 bo‘ladi.

Agar $a < b$ bo‘lsa, u holda katakka a yoziladi, bu katak resursi 0, extiyoji $b - a$ bo‘ladi.

Agar $a = b$ bo‘lsa u holda bu katakka shu son yoziladi va bu katakning keyingi extiyoji va resursi 0 bo‘ladi. Extiyoji 0 bo‘lgan satr yoki resursi 0 bo‘lgan ustunlar ketma-ket jarayonidan chiqariladi va qolganlari uchun takrorlanadi va h.k. Shunday qilib birinchi reja tuziladi. Hosil qilingan rejaning optimalligini tekshirish uchun va optimal bo‘lмаган holda uni yaxshilash uchun *potensiallar usulidan* foydalanamiz.

Bu usulga asosan har bir ta’motchi A_i uchun U_i potensialni, har bir iste’molchi B_j uchun U_j potensiallarni mos qo‘yamiz. Agar trasport masalasining qandaydir rejasi uchun to‘ldirilgan kataklar uchun

$$U_j + U_i = C_{ij} \quad (10)$$

va to‘ldirilmagan kataklar uchun esa

$$U_j + U_i \leq C_{ij} \quad (11)$$

chartlarni kanoatlantiruvchi U_j va U_i sonlar sistemasini tanlash mumkin bo‘lsa, *bunday reja optimal* bo‘ladi.

MUHOKAMA UChUN SAVOLLAR

- ☞ 1.Chiziqli dasturlash masalasini yechish usullarini ayting.
- ☞ 2.Simpleks usuli va trasport masalasida bir hil mazmundagi masalalarni yechish mumkinmi? Javobingizni izohlang.
- ☞ 3.Transport masalasini yechish usullari ayting.
- ☞ 4.Transport masalasining qo‘yilishi va masalasida optimallik mezonini ayting.
- ☞ 5.Trasport masalasida o‘zgaruvchilar va ozod xadlarni mohiyatini tushuntiring.
- ☞ 6.Ochiq va yopiq trasport masalasi tushunchalarini mohiyatini tushuntiring.Maqsad funksiyasini yozing.Optimal reja nima?

- ☞ 7.Rejani optimalligini tekshirish tartiblari. Potensiallar usulini mohiyatini tushuntiring.
- ☞ 8.Transport masalasi kim tomonidan yaratilgan?
- ☞ 9.Transport masalasini yechish usullarini ayting.
- ☞ 10.Transport masalasini qo‘yilishini va maqsadini ayting.
- ☞ 11.Transport masalasida qanday boshlang‘ich ma’lumotlar ishlatiladi?
- ☞ 12.Transport masalasida o‘zgaruvchilar belgilanishini tushuntiring. o‘zgaruvchilar tarkibini tushuntiring.
- ☞ 13.Transport masalasidagi o‘zgaruvchilarda ishlatiladigan texnik-iqtisodiy koeffitsientlarning mazmunini ayting.
- ☞ 14.Transport masalasida optimallik mezoni sifatida qanday ko‘rsatkichlar olinadi?

38- mavzu:Transport masalasi

1. Transport masalasining qo‘yilishi. Masalaning optimallik mezoni.Cheklashlar tizimini aniqlash

2. Masalaning iqtisodiy-matematik modeli

Masalan, taqsimlash usuli; potensiallar usuli; modifikatsiyalashgan taqsimlash usuli; differensial renta usuli; venger usuli va boshq.

Bizga ma’lumki, simpleks usuli barcha chiziqli dasturlash masalalarini yechishning universal usullardan biri hisoblanadi. Ba’zi hollarda, shunday masalalar turkumi xam uchraydiki, ularni birmuncha qulayroq usullar bilan yechish maqsadga muvofiq hisoblanadi. Bu transport masalasidir. Bu usul bilan dastavval yuklarni tashishni optimal tashkillashtirishga oid masalalar yechilganligi bois u transport masalasi nomini olgan.

Yuqorida qayd qilganimizdek,

Akademik **L.V.Kantorovich (Rossiya)** tomonidan yozilgan «Ishlab chiqarishni tashkil etish va rejorashtirishda matematik usullar» asarida, birinchi marotaba, iqtisodiy mazmundagi ekstremal masalalarini yechish usullarini ko‘rsatib berilgan.

Kiyinchalik transport masalasini formulirovkasi yaratildi.

1941 yilda amerikalik olim **F.Xichkok** transport masalasini formallashtirilgan holda qo‘yilishini ifodaladi hamda uni ayrim yechish yo‘llarini ko‘rsatdi.

Hozirgi vaqtida sanoat, trasport, qishloq xo‘jaligi va boshqa tarmoqlarda uchrab turadigan ko‘pgina rejorashtirish va boshqarish masalalari, jumladan optimal taqsimot masalalari trasport masalasiga keltirilib hal qilinmoqda. Bu sohadagi masalalar iqtisodiy ma’nosи jihatidan har xil bo‘lishga qaramasdan bir xil matematik modelga keltiriladi. Jumladan, mashinalarni traktor yoki agregatlarni markalariga qarab turli ishlarga optimal taqsimlash masalasi xam transport masalasiga keltiriladi.

Endi, transport masalasining qo‘yilishini, uning matematik modelini tuzish va yechish usullaridan birini kurib chiqamiz.

 **Transport masalasining umumiy qo‘yilishi** (minimal qiymat mezonibor) quyidagicha: A_1, A_2, \dots, A_n punktlarda (ta’minotchilarda) mos ravishda a_1, a_2, \dots, a_n miqdorda bir xil yuklar bor. Bu yuklarga bo‘lgan extiyoji mos ravishda b_1, b_2, \dots, b_m bo‘lgan V_1, V_2, \dots, V_m punktlarga (iste’molchilarga) yuklarni shunday tashish talab etiladki: natijada tashish uchun ketgan *umumiy harajat minimal bo‘lishi kerak*.

A_i dan V_j ga bir birlik yukni tashish harajati S_{ij} ni tashkil etadi. Shu bilan birga yuklarni teskari tashish man etiladi, ta’minotchilarning yuklarni tula tashib ketilishi va iste’molchilarning talabi to‘la qanoatlantirilishi talab qilinadi.

Yuk tashishda qilinadigan **xarajatlarni minimallashtirish optimallik mezonini** ifodalaydi.

Masalaning tarkibli iqtisodiy-matematik modeli

 O‘zgaruvchilarni quyidagicha belgilaymiz. x_{11} -bilan, A_1 ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{12} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{13} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_3 iste’molchiga ,..., x_{1n} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_m iste’molchiga junatiladigan yuklar miqdori; x_{21} - bilan, A_1 ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{22} - bilan, A_2 ta’minotchidan V_2 iste’molchiga; x_{23} - bilan, A_2 ta’minotchidan V_3 iste’molchiga ,..., x_{2n} - bilan, A_2 ta’minotchidan V_m iste’molchiga junatiladigan yuklar miqdori; x_{m1} - bilan, A_n ta’minotchidan V_1 iste’molchiga; x_{m2} - bilan, A_n ta’minotchidan V_2 iste’molchiga; x_{m3} - bilan, A_n ta’minotchidan V_3 iste’molchiga ,..., x_{1n} - bilan, A_n ta’minotchidan V_m iste’molchiga junatiladigan yuklar miqdori;

 Bu masalaning matematik modelini tuzish uchun o‘zgaruvchilarni, ya’ni i - ta’minotchidan j - iste’molchiga tashilishi kerak bo‘lgan yuk miqdorini x_{ij} deb belgilab olsak, u holda quyidagicha ifodalanadi: x_{ij} larning shunday qiymatlari topilsinki, natijada maqsad funksiya - tashish uchun ketgan umumiylarajat,

$$\begin{aligned} Z_{\min} = & s_{11}x_{11} + s_{12}x_{12} + \dots + s_{1m}x_{1m} + s_{21}x_{21} + s_{22}x_{22} + \dots \\ & + s_{2m}x_{2m} + \dots + s_{n1}x_{n1} + s_{n2}x_{n2} + s_{n3}x_{n3} + \dots + s_{nm}x_{nm}. \end{aligned}$$

$$\text{yoki } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m s_{ij} S_{ij} \min \quad (1)$$

bo‘lsin va yuklarning to‘la tashilib ketilish shartini:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1m} &= a_1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{1m} &= a_2 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nm} &= a_n. \end{aligned} \quad (2)$$

iste’molchilar talablarining to‘la qanoatlantirilishi shartini:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{n1} &= b_1, \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{n2} &= b_2 \\ \dots &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} x_{1m} + x_{2m} + \dots + x_{nm} &= b_n. \\ x_{ij} &\geq 0 \quad i=1, n ; j=1, m \end{aligned} \tag{4}$$

o‘zgaruvchilarning nomanfiylik sharti (yoki yuklarning teskari tashilmaslik sharti) ni qanoatlantirsin.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiy yig‘indisiga teng bo‘lsa,

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &= b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } a_i &= \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \tag{5}$$

bo‘lsa transport masalasi yopiq, aks holda ochiq deyiladi.

Ochiq tipdagи masalalar yopiq tipdagи masalaga soxta punkt kiritish yo‘li bilan amalga oshiriladi.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiy yig‘indisidan katta bo‘lsa, ya’ni:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &> b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } \sum_{i=1}^n a_i &> \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \tag{6}$$

bo‘lsa modelga V_{m+1} soxta qabul punkti kiritiladi, uning yuklarga bo‘lgan extiyoji:

$$b_{m+1} = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j \tag{11.7}$$

va tashish harajati $s_{im+1}=0$ ($i=1, n$), bo‘ladi.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiy yig‘indisidan kichik bo‘lsa,

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &< b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } \sum_{i=1}^n a_i &< \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \tag{8}$$

bo‘lsa A_{n+1} soxta jo‘natish punkti kiritilib undagi yuk miqdori,

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^m b_j - \sum_{i=1}^n a_i \tag{9}$$

tashish qiymati $S_{n+1j}=0$ ($j = i, m$) bo‘ladi.

Shunday qilib transport masalasi chiziqli dasturlash masalasining xususiy holi bo‘lib, u ko‘yidagi xususiyatlarga ega :

- chegara shartlari tenglamalar bilan ifodalaniladi;
- o‘zgaruvchilar oldidagi koefitsientlar 0 yoki 1 ga teng;
- har bir o‘zgaruvchi faqat ikkita tenglamada uchraydi.

Transport masalasining bir necha yechish usullari mavjud. Jumladan: *dioganallar, taqsimlash, potensiallar, nomerlarni ketma-ket o'chirish yoki Brudno usuli, differensial renta, vengercha usullardir.*

Bu usullar yordamida masalani yechish tartibi quyidagicha :

- ◎tayanch reja tuziladi;
- ◎bu rejaning optimalligi tekshiriladi;
- ◎agar u optimal bo'lmasa, u ketma-ket yaxshilanadi.

Masalani jadval ko'rinishda quyidagicha yozish mumkin :

V	A	1	2	...	n	b_j
1		s₁₁ x₁₁	s₂₁ x₂₁	...	s_{n1} x_{n1}	b₁
2		s₁₂ x₁₂	s₂₂ x₂₂	...	s_{n1} x_{n2}	b₂
...	
m		s_{1m} x_{1m}	s_{2m} x_{2m}	...	s_{nm} x_{nm}	b_m
a_i	a₁	a₂	...	a_n	$\Sigma a_i = \Sigma b_j$	

Tayanch yechimni topishning eng ko'p tarqalgan usuli *shimoliy-Γarbiy burchak* usulidir. Jadvalda yuqorigi chap katak uchun resurs **a** va ehtiyoj **b** tanlanadi.

Agar **a > b** bo'lsa shu katakka **b** son yoziladi. Bu katak satridagi resurs **a - b**, bu katak ustunidagi ehtiyoj esa 0 bo'ladi.

Agar **a < b** bo'lsa, u holda katakka **a** yoziladi, bu katak resursi 0, extiyoji **b - a** bo'ladi.

Agar **a = b** bo'lsa u holda bu katakka shu son yoziladi va bu kataknинг keyingi extiyoji va resursi 0 bo'ladi. Extiyoji 0 bo'lgan satr yoki resursi 0 bo'lgan ustunlar ketma-ket jarayonidan chiqariladi va qolganlari uchun takrorlanadi va h.k. Shunday qilib birinchi reja tuziladi. Hosil qilingan rejaning optimalligini tekshirish uchun va optimal bo'lмаган holda uni yaxshilash uchun *potensiallar usulidan* foydalanamiz.

Bu usulga asosan har bir ta'minotchi **A_i** uchun **U_i** potensialni, har bir iste'molchi **B_j** uchun **U_j** potensiallarni mos qo'yamiz. Agar trasport masalasining qandaydir rejasiga uchun to'ldirilgan kataklar uchun

$$\mathbf{U}_j + \mathbf{U}_i = \mathbf{C}_{ij} \quad (10)$$

va to'ldirilmagan kataklar uchun esa

$$U_j + U_i \leq C_{ij} \quad (11)$$

shartlarni kanoatlantiruvchi U_j va U_i sonlar sistemasini tanlash mumkin bo'lsa, *bunday reja optimal* bo'ladi.

MUHOKAMA UChUN SAVOLLAR

- ☞ 1. Chiziqli dasturlash masalasini yechish usullarini ayting.
- ☞ 2. Simpleks usuli va trasport masalasida bir hil mazmundagi masalalarini yechish mumkinmi? Javobingizni izohlang.
- ☞ 3. Transport masalasini yechish usullari ayting.
- ☞ 4. Transport masalasining qo'yilishi va masalasida optimallik mezonini ayting.
- ☞ 5. Trasport masalasida o'zgaruvchilar va ozod xadlarni mohiyatini tushuntiring.
- ☞ 6. Ochiq va yopiq trasport masalasi tushunchalarini mohiyatini tushuntiring. Maqsad funksiyasini yozing. Optimal reja nima?
- ☞ 7. Rejani optimalligini tekshirish tartiblari. Potensiallar usulini mohiyatini tushuntiring.
- ☞ 8. Transport masalasi kim tomonidan yaratilgan?
- ☞ 9. Transport masalasini yechish usullarini ayting.
- ☞ 10. Transport masalasini qo'yilishini va maqsadini ayting.
- ☞ 11. Transport masalasida qanday boshlang'ich ma'lumotlar ishlatiladi?
- ☞ 12. Transport masalasida o'zgaruvchilar belgilanishini tushuntiring. o'zgaruvchilar tarkibini tushuntiring.
- ☞ 13. Transport masalasidagi o'zgaruvchilarda ishlatiladigan texnik-iqtisodiy koeffitsientlarning mazmunini ayting.
- ☞ 14. Transport masalasida optimallik mezoni sifatida qanday ko'rsatkichlar olinadi?

38- mavzu: Transport masalasi

1. Transport masalasining qo'yilishi. Masalaning optimallik mezoni. Cheklashlar tizimini aniqlash

2. Masalaning iqtisodiy-matematik modeli

Masalan, taqsimlash usuli; potensiallar usuli; modifikatsiyalashgan taqsimlash usuli; differensial renta usuli; venger usuli va boshq.

Bizga ma'lumki, simpleks usuli barcha chiziqli dasturlash masalalarini yechishning universal usullardan biri hisoblanadi. Ba'zi hollarda, shunday masalalar turkumi xam uchraydiki, ularni birmuncha qulayroq usullar bilan yechish maqsadga muvofiq hisoblanadi. Bu transport masalasidir. Bu usul bilan dastavval yuklarni tashishni optimal tashkillashtirishga oid masalalar yechilganligi bois u transport masalasi nomini olgan.

Yuqorida qayd qilganimizdek,

Akademik **L.V.Kantorovich (Rossiya)** tomonidan yozilgan «Ishlab chiqarishni tashkil etish va rejorashtirishda matematik usullar» asarida, birinchi

marotaba, iqtisodiy mazmundagi ekstremal masalalarini yechish usullarini ko'rsatib berilgan.

Kiyinchalik transport masalasini formulirovkasi yaratildi.

1941 yilda amerikalik olim **F.Xichkok** transport masalasini formallashtirilgan holda qo'yilishini ifodaladi hamda uni ayrim yechish yo'llarini ko'rsatdi.

Hozirgi vaqtda sanoat, trasport, qishloq xo'jaligi va boshqa tarmoqlarda uchrab turadigan ko'pgina rejorashtirish va boshqarish masalalari, jumladan optimal taqsimot masalalari trasport masalasiga keltirilib hal qilinmoqda. Bu sohadagi masalalar iqtisodiy ma'nosi jihatidan har xil bo'lishga qaramasdan bir xil matematik modelga keltiriladi. Jumladan, mashinalarni traktor yoki agregatlarni markalariga qarab turli ishlarga optimal taqsimlash masalasi xam transport masalasiga keltiriladi.

Endi, transport masalasining qo'yilishini, uning matematik modelini tuzish va yechish usullaridan birini kurib chiqamiz.

 **Transport masalasining umumiyoq qo'yilishi** (minimal qiymat mezonini bo'yicha) quyidagicha: A_1, A_2, \dots, A_n punktlarda (ta'minotchilarda) mos ravishda a_1, a_2, \dots, a_n miqdorda bir xil yuklar bor. Bu yuklarga bo'lgan extiyoji mos ravishda b_1, b_2, \dots, b_m bo'lgan V_1, V_2, \dots, V_m punktlarga (iste'molchilarga) yuklarni shunday tashish talab etiladi: natijada tashish uchun ketgan *umumiyoq harajat minimal bo'lishi kerak*.

A_i dan V_j ga bir birlik yukni tashish harajati S_{ij} ni tashkil etadi. Shu bilan birga yuklarni teskari tashish man etiladi, ta'minotchilarning yuklarni tula tashib ketilishi va iste'molchilarning talabi to'la qanoatlantirilishi talab qilinadi.

Yuk tashishda qilinadigan **xarajatlarni minimallashtirish optimallik mezonini** ifodalaydi.

Masalaning tarkibli iqtisodiy-matematik modeli

 O'zgaruvchilarni quyidagicha belgilaymiz. x_{11} -bilan, A_1 ta'minotchidan V_1 iste'molchiga; x_{12} - bilan, A_1 ta'minotchidan V_1 iste'molchiga; x_{13} - bilan, A_1 ta'minotchidan V_3 iste'molchiga, ..., x_{1n} - bilan, A_1 ta'minotchidan V_m iste'molchiga junatiladigan yuklar miqdori; x_{21} - bilan, A_1 ta'minotchidan V_1 iste'molchiga; x_{22} - bilan, A_2 ta'minotchidan V_2 iste'molchiga; x_{23} - bilan, A_2 ta'minotchidan V_3 iste'molchiga, ..., x_{2n} - bilan, A_2 ta'minotchidan V_m iste'molchiga junatiladigan yuklar miqdori; x_{m1} - bilan, A_n ta'minotchidan V_1 iste'molchiga; x_{m2} - bilan, A_n ta'minotchidan V_2 iste'molchiga; x_{m3} - bilan, A_n ta'minotchidan V_3 iste'molchiga, ..., x_{1n} - bilan, A_n ta'minotchidan V_m iste'molchiga junatiladigan yuklar miqdori;

 Bu masalaning matematik modelini tuzish uchun o'zgaruvchilarni, ya'ni i - ta'minotchidan j - iste'molchiga tashilishi kerak bo'lgan yuk miqdorini x_{ij} deb belgilab olsak, u holda quyidagicha ifodalananadi: x_{ij} larning shunday qiymatlari topilsinki, natijada maqsad funksiya - tashish uchun ketgan umumiyoq harajat,

$$Z_{\min} = s_{11}x_{11} + s_{12}x_{12} + \dots + s_{1m}x_{1m} + s_{21}x_{21} + s_{22}x_{22} + \dots + s_{2m}x_{2m} + \dots + s_{n1}x_{n1} + s_{n2}x_{n2} + s_{n3}x_{n3} + \dots + s_{nm}x_{nm}.$$

$$\text{yoki } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m s_{ij} s_{ij} \min \quad (1)$$

bo‘lsin va yuklarning to‘la tashilib ketilish shartini:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1m} &= a_1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{1m} &= a_2 \\ \dots &\dots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nm} &= a_n. \end{aligned} \quad (2)$$

iste’molchilar talablarining to‘la qanoatlantirilishi shartini:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{n1} &= b_1, \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{n2} &= b_2 \\ \dots &\dots \\ x_{1m} + x_{2m} + \dots + x_{nm} &= b_n. \\ x_{ij} &\geq 0 \quad i=1,n ; j=1,m. \end{aligned} \quad (3)$$

o‘zgaruvchilarning nomanfiylik sharti (yoki yuklarning teskari tashilmaslik sharti) ni qanoatlantirsin.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiyligi yig‘indisiga teng bo‘lsa,

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &= b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } a_i &= \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \quad (5)$$

bo‘lsa transport masalasi yopiq, aks holda ochiq deyiladi.

Ochiq tipdagi masalalar yopiq tipdagi masalaga soxta punkt kiritish yo‘li bilan amalga oshiriladi.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiyligi yig‘indisidan katta bo‘lsa, ya’ni:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_n &> b_1 + b_2 + \dots + b_m \\ \text{yoki } \sum_{i=1}^n a_i &> \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \quad (6)$$

bo‘lsa modelga V_{m+1} soxta qabul punkti kiritiladi, uning yuklarga bo‘lgan extiyoji:

$$b_{m+1} = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j$$

(11.7)

va tashish harajati $s_{im+1}=0$ ($i=1, n$), bo‘ladi.

Agar a_1, a_2, \dots, a_n yuklarning yig‘indisi, bu yuklarga bo‘lgan ehtiyojlari b_1, b_2, \dots, b_m ning umumiyligi yig‘indisidan kichik bo‘lsa,

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n < b_1 + b_2 + \dots + b_m$$

$$\text{yoki } \sum_{i=1}^n a_i < \sum_{j=1}^m b_j \quad (8)$$

bo‘lsa A_{n+1} soxta jo‘natish punkti kiritilib undagi yuk miqdori,

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^m b_j - \sum_{i=1}^n a_i \quad (9)$$

tashish qiymati $S_{n+1j} = 0$ ($j = i, m$) bo‘ladi.

Shunday qilib transport masalasi chiziqli dasturlash masalasining xususiy holi bo‘lib, u ko‘yidagi xususiyatlarga ega :

- chegara shartlari tenglamalar bilan ifodalaniladi;
- o‘zgaruvchilar oldidagi koefitsientlar 0 yoki 1 ga teng;
- har bir o‘zgaruvchi faqat ikkita tenglamada uchraydi.

Transport masalasining bir necha yechish usullari mavjud. Jumladan: *dioganallar, taqsimlash, potensiallar, nomerlarni ketma-ket o‘chirish yoki Brudno usuli, differensial renta, vengercha usullardir.*

Bu usullar yordamida masalani yechish tartibi quyidagicha :

- ◎tayanch reja tuziladi;
- ◎bu rejaning optimalligi tekshiriladi;
- ◎agar u optimal bo‘lmasa, u ketma-ket yaxshilanadi.

Masalani jadval ko‘rinishda quyidagicha yozish mumkin :

V	A	1	2	...	n	b _j
1		s ₁₁ x ₁₁	s ₂₁ x ₂₁	...	x _{n1}	b ₁
2		s ₁₂ x ₁₁	s ₂₂ x ₂₁	...	s _{n1} x _{n2}	b ₂
...	
m		s _{1m} x _{1m}	s _{2m} x _{2m}	...	s _{nm} x _{nm}	b _m
a _i	a ₁	a ₂	...	a _n	$\Sigma a_i = \Sigma b_j$	

Tayanch yechimni topishning eng ko‘p tarqalgan usuli *shimoliy-İarbiy burchak* usulidir. Jadvalda yuqorigi chap katak uchun resurs **a** va ehtiyoj **b** tanlanadi.

Agar $a > b$ bo‘lsa shu katakka **b** son yoziladi. Bu katak satridagi resurs **a**-**b**, bu katak ustunidagi ehtiyoj esa 0 bo‘ladi.

Agar $a < b$ bo'lsa, u holda katakka a yoziladi, bu katak resursi 0, extiyoji b - a bo'ladi.

Agar $a = b$ bo'lsa u holda bu katakka shu son yoziladi va bu kataknинг keyingi extiyoji va resursi 0 bo'ladi. Extiyoji 0 bo'lgan satr yoki resursi 0 bo'lgan ustunlar ketma-ket jarayonidan chiqariladi va qolganlari uchun takrorlanadi va h.k. Shunday qilib birinchi reja tuziladi. Hosil qilingan rejaning optimalligini tekshirish uchun va optimal bo'lмаган holda uni yaxshilash uchun *potensiallar usulidan* foydalanamiz.

Bu usulga asosan har bir ta'minotchi A_i uchun U_i potensialni, har bir iste'molchi B_j uchun U_j potensiallarni mos qo'yamiz. Agar trasport masalasining qandaydir rejasiga uchun to'ldirilgan kataklar uchun

$$U_j + U_i = C_{ij} \quad (10)$$

va to'ldirilmagan kataklar uchun esa

$$U_j + U_i \leq C_{ij} \quad (11)$$

shartlarni kanoatlantiruvchi U_j va U_i sonlar sistemasini tanlash mumkin bo'lsa, *bunday reja optimal* bo'ladi.

MUHOKAMA UChUN SAVOLLAR

- ☞ 1. Chiziqli dasturlash masalasini yechish usullarini ayting.
- ☞ 2. Simpleks usuli va trasport masalasida bir hil mazmundagi masalalarni yechish mumkinmi? Javobingizni izohlang.
- ☞ 3. Transport masalasini yechish usullari ayting.
- ☞ 4. Transport masalasining qo'yilishi va masalasida optimallik mezonini ayting.
- ☞ 5. Transport masalasida o'zgaruvchilar va ozod xadlarni mohiyatini tushuntiring.
- ☞ 6. Ochiq va yopiq trasport masalasi tushunchalarini mohiyatini tushuntiring. Maqsad funksiyasini yozing. Optimal reja nima?
- ☞ 7. Rejani optimalligini tekshirish tartiblari. Potensiallar usulini mohiyatini tushuntiring.
- ☞ 8. Transport masalasi kim tomonidan yaratilgan?
- ☞ 9. Transport masalasini yechish usullarini ayting.
- ☞ 10. Transport masalasini qo'yilishini va maqsadini ayting.
- ☞ 11. Transport masalasida qanday boshlang'ich ma'lumotlar ishlatiladi?
- ☞ 12. Transport masalasida o'zgaruvchilar belgilanishini tushuntiring. O'zgaruvchilar tarkibini tushuntiring.
- ☞ 13. Transport masalasidagi o'zgaruvchilarda ishlatiladigan texnik-iqtisodiy koeffitsientlarning mazmunini ayting.
- ☞ 14. Transport masalasida optimallik mezoni sifatida qanday ko'rsatkichlar olinadi?