

35-mavzu: Chiziqli dasturlash masalalarining simpleks usulida yechish.

Simpleks usulining asosiy tushunchalari

Chiziqli dasturlash masalalarini simpleks usuli bilan yechish qator ketma-ket jarayonlarni bajarish yordamida amalga oshiriladi. Bu yerda bir bazis yechimdan ikkinchisiga bazis yechimga o'tishda maqsad funksiyasining qiymatlari o'zgarmasdan qolishi yoki kamayishi mumkin. Bunday jarayonlar yangi bazismas yechimlar evaziga takrorlanib boradi va ma'lum sondagi hisoblashlardan so'ng biz yana maqsad funksiyasining minimum (yoki maksimum) qiymatiga ega bo'lamiz va bu yechimni *optimal yechim* deb yuritamiz.

Mavzu bo'yicha vazifalar bajarish

4.1- Vazifa. Berilgan ChDMni simpleks usuli bilan yeching va optimal yechimini aniqlang.

$$\begin{aligned}Z_{\max} &= x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\leq 14, \\2x_1 + 2x_2 + 5x_3 &\leq 21, \\x_1 + x_2 - 3x_3 &\leq 10. \\x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\end{aligned}$$

Vazifaning yechilishi

I. Qo'shimcha no'malumlarini kiritamiz

ChDMdagi tengsizliklarni tenglikka aylantirish uchun $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0$ qo'shimcha noma'lumlarni **musbat ishora** bilan qo'shamiz. Maqsad funksiyasiga qo'shimcha noma'lumlar 0 koeffitsient bilan kiritiladi. Natijada berilgan ChDM quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\begin{aligned}Z_{\max} &= x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0y_1 + 0y_2 + 0y_3 \\x_1 + 2x_2 + 3x_3 + y_1 &= 14, \\2x_1 + 2x_2 + 5x_3 + y_2 &= 21, \\x_1 + x_2 - 3x_3 + y_3 &= 10. \\x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0.\end{aligned}$$

Berilgan tenglamalar sistemasidan $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0$ qo'shimcha noma'lumlarni bazis noma'lumlar sifatida qabul qilamiz va boshlang'ich tayanch rejani topamiz.

$$\begin{aligned}Z_{\max} &= 0 - (-x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 0y_1 + 0y_2 + 0y_3). \\y_1 &= 14 - (x_1 + 2x_2 + 3x_3), \\y_2 &= 21 - (2x_1 + 2x_2 + 5x_3), \\y_3 &= 10 - (x_1 + x_2 - 3x_3).\end{aligned}$$

Bu yerda

$$x_1 = x_2 = x_3 = 0 \text{ deb olsak,}$$

berilgan ChD masalasi boshlang'ich tayanch reja ega bo'ladi:

$$y_1 = 14, \quad y_2 = 21, \quad y_3 = 10, \quad Z_{\max} = 0.$$

II. Boshlag'ich simpleks jadvalini tuzish

Boshlang'ich simpleks jadvali

Bazis	C_j	B_i	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3
			$c_1=1$	$c_2=2$	$c_3=3$	$c_4=0$	$c_5=0$	$c_6=0$
y_1	$c_4=0$	$b_1=14$	1	2	3	1	0	0
y_2	$c_5=0$	$b_2=21$	2	2	5	0	1	0
y_3	$c_6=0$	$b_3=10$	1	1	-3	0	0	1
$Z_j - C_j$			0	-1	-2	-3	0	0

III. Optimal rejani topish

Endi hal qiluvchi ustun, hal qiluvchi satr va hal qiluvchi elementlarni aniqlashga o'tamiz.

Buning uchun:

jadvaldagi indeks qatorida keltirilgan $[-1, -2, -3]$ sonlardan absolyut qiymati bo'yicha eng kattasi 3 ga teng. Demak, $[x_3]$ ustun hal qiluvchi ustun bo'ladi.

ozod hadlar ustunida keltirilgan $[14 \text{ va } 21]$ sonlarni x_3 hal qiluvchi ustuning $[3 \text{ va } 5]$ mos musbat sonlariga bo'lib, minimal qiymatini aniqlaymiz, ya'ni:

$$\min[b_i/a_{ij}] = \min[14/3, 21/5] = 21/5.$$

Demak, x_4 satr hal qiluvchi satr bo'ladi.

jadvaldagi hal qiluvchi ustun va hal qiluvchi satrlarning kesishgan kattakda joylashgan $a_{32} = 5$ son hal qiluvchi element bo'ladi. Bu sonni jadvalda to'g'ri to'rtburchak ichiga olib qo'yamiz.

Birinchi simpleks jadvali

Bazis	C_j	B_i	x_1	x_2	$x_3 \nabla$	y_1	y_2	y_3	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			1	2	3	0	0	0	
y_1	0	14	1	2	3	1	0	0	14/3
$y_2 \blacktriangleright$	0	21	2	2	[5]	0	1	0	21/5
y_3	0	10	1	1	-3	0	0	1	inf
$Z_j - C_j$			0	-1	-2	-3	0	0	

Endi ikkinchi simpleks jadvalini tuzishga o'tamiz.

Buning uchun y_2 qo'shimcha noma'lum (Bazis nomli ustundan) bazisdan chiqarilib o'rniga x_3 asosiy noma'lum bazisga kiritiladi. C_j ustunga esa y_2 qo'shimcha noma'lumning $s_5=0$ koeffitsienti o'rniga x_3 asosiy noma'lumning koeffitsienti $s_3=3$ ni yozamiz.

⊙Yangi tuziladigan ikkinchi simpleks jadvalini qolgan elementlarini hisoblash Jordan chiqarish usuli yordamida topiladi, ya'ni:

Ikkinchi simpleks jadvali

Bazis	C_j	B_i	x_1	$x_2 \nabla$	x_3	y_1	y_2	y_3	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			1	2	3	0	0	0	
$y_1 \blacktriangleright$	0	7/5	-1/5	[4/5]	0	1	-3/5	0	7/4
x_3	$c_3=3$	21/5	2/5	2/5	1	0	1/5	0	21/2
y_3	0	113/5	11/5	11/5	0	0	3/5	1	113/11
$Z_j - C_j$			63/5	1/5	-4/5	0	3/5	0	

$Z_j - C_j$ indeks qatorida bitta $(-4/5)$ manfiy son mavjud. Demak, x_2 ustun hal qiluvchi ustun va y_1 satr hal qiluvchi satr bo'ladi.

Demak, y_1 bazis noma'lumlardan ustunidan chiqariladi va o'rniga x_2 asosiy noma'lum kiritiladi. Ikkinchi simpleks jadvalida hal qiluvchi element bo'yicha simpleks hisoblashlarini bajaramiz va uchinchi simpleks jadvalini hosil qilamiz.

Uchinchi simpleks jadvali

Bazis	C_j	B_i	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3
			1	2	3	0	0	0
x_2	2	7/4	-1/4	1	0	5/4	-3/4	0
x_3	3	7/2	1/2	0	1	-1/2	1/2	0
x_6	0	75/4	11/4	0	0	-11/4	9/4	1
$Z_j - C_j$		14	0	0	0	1	0	0

Oxirgi simpleks jadvalining indeks qatoridagi barcha sonlar *musbat*. Demak berilgan masala optimal yechimga ega.

⊙ Asosiy noma'lumlarning qiymatlari: $x_1 = 0$, $x_2 = 7/4$, $x_3 = 7/2$.

⊙ Qo'shimcha noma'lumlarning qiymatlari: $y_1 = 0$, $y_2 = 0$, $y_3 = 75/4$.

⊙ Topilgan yechimlarni umumiy holda quyidagicha yozish mumkin:

$X = (x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3) = (0, 7/4, 7/2, 0, 0, 75/4)$.

⊙ Funktsionalning qiymati quyidagicha teng bo'ladi:

$$Z_{\max} = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 14$$

📁 **Xulosa.** Berilgan chiziqli dasturlash masalasida:

① Noma'lumlar soni 3 ta. Tenglamalar soni 3 ta.

② Uchta qo'shimcha noma'lum kiritildi.

③ Masala uchta simpleks jadvalida optimal yechimga ega bo'ldi. 1-simpleks jadvalida [2-satr, 3-ustun] elementi hal qiluvchi element qilib olindi. 2-simpleks jadvalida [1-satr, 2-ustun] elementi hal qiluvchi element qilib olindi.

④ Berilgan masala $X^* = (x_1, x_2, x_3) = (0, 7/4, 7/2)$ qiymatlarda optimal yechimga ega bo'ladi. Maqsad funksiyasining optimal qiymati $Z_{\max} = 14$.

4.2-vazifa.

$$Z_{\max} = 2x_1 + 4x_2$$

$$2x_1 - 6x_2 \leq 12,$$

$$-3x_1 + 2x_2 \leq 32,$$

$$5x_1 - 2x_2 \leq 24.$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

📁 **Vazifaning yechilishi**

I. Qo'shimcha no'malumlarini kiritamiz

Buning uchun berilgan ChDMdagi tengsizliklar sistemasidagi birinchi tengsizlikka $y_1 \geq 0$, ikkinchisiga $y_2 \geq 0$ va uchinchisiga $y_3 \geq 0$ noma'lumlarni musbat ishora bilan qo'shib, tenglamalar sistemasiga keltiramiz.

Keyin hosil bo'lgan tenglamani y_1, y_2 va y_3 qo'shimcha noma'lumlarga nisbatan yechib olamiz, ya'ni:

$$\begin{aligned} 2x_1 - 6x_2 + y_1 &= 12, \\ -3x_1 + 2x_2 + y_2 &= 32, \\ 5x_1 - 2x_2 + y_3 &= 24. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{dan } y_1, y_2, y_3 \quad y_1 &= 12 - (2x_1 - 6x_2), \\ \text{ni topamiz:} \quad y_2 &= 32 - (-3x_1 + 2x_2), \\ y_3 &= 24 - (5x_1 - 2x_2). \\ x_1, x_2, y_1, y_2, y_3 &\geq 0. \end{aligned}$$

Boshlang'ich tayanch rejani topishda, asosiy noma'lumlarni nolga tenglab olamiz: $x_1 = 0, x_2 = 0$ da $y_1 = 12, y_2 = 32, y_3 = 24$ ga ega bo'lamiz.

Demak berilgan ChDM quyidagi boshlang'ich tayanch rejaga ega:

$$X^* = (x_1, x_2, y_1, y_2, y_3) = (0, 0, 12, 32, 24). \quad Z_{\max} = 2x_1 + 4x_2 = 0$$

II. Boshlag'ich simpleks jadvalini tuzish

Endi,

$$\begin{aligned} y_1 &= 12 - (2x_1 - 6x_2), & Z_{\max} &= 2x_1 + 4x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 = \\ y_2 &= 32 - (-3x_1 + 2x_2), & \text{va} &= 0 - (-2x_1 - 4x_2) + 0y_1 + 0y_2 + 0y_3 \\ y_3 &= 24 - (5x_1 - 2x_2). \end{aligned}$$

larga ko'ra boshlang'ich simpleks jadvalini tuzamiz.

Boshlang'ich simpleks jadvalini tuzishda qo'shimcha y_1, y_2, y_3 noma'lumlarni bazis nomli ustunga, ularning $s_3 = 0, s_4 = 0, s_5 = 0$ koeffitsientlarini C_j ustunga va ozod hadlarni B_i ustunga, joylashtiramiz. $[b_i/a_{ij}]$ ustun hal qiluvchi satrni aniqlash uchun qo'shiladi.

Boshlang'ich simpleks jadvali

Bazis	C_j	B_i	x_1	∇x_2	y_1	y_2	y_3	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			$c_1 = 2$	$c_2 = 4$	$c_3 = 0$	$c_4 = 0$	$c_5 = 0$	
y_1	$c_3 = 0$	12	2	-6	1	0	0	inf
$y_2 \blacktriangleright$	$c_4 = 0$	32	-3	[2]	0	1	0	32/2=16
y_3	$c_5 = 0$	24	5	-2	0	0	1	inf
$Z_j - C_j$		0	-2	-4	0	0	0	

III. Optimal rejani topish

Endi ChDM masalasida boshlang'ich simpleks jadval tuzilganda yangi simpleks jadvaliga o'tishning asosiy qoidalarini qo'llaymiz:

① Simpleks jadvalida HQU ni tanlaymiz:

Z indeks qatoridagi noma'lum (x_1, x_2) larning koeffitsientlaridan (bizda -2 va -4) absolyut qiymati bo'yicha eng kattasi olinadi, shu manfiy ishorali son to'rgan x_2 ustun HQU bo'ladi.

② Simpleks jadvalida HQS ni tanlaymiz. Simpleks jadvalida HQU ni tanlash uchun ozod hadlar ustunidagi hamma sonlarni (agar ularning ishorasi bir xil bo'lsa) HQUidagi mos kelgan sonlarga bo'lib, ulardan eng kichigi tanlanadi.

Boshlang'ich simpleks jadvalidan ko'rinib turibdiki, x_2 ustunda ikkita manfiy son mavjud (-6 va -2) va ular ozod hadlar ustunidagi mos sonlar bilan bir xil ishorali emas.

Demak, y_2 satr hal qiluvchi satr bo'ladi. $[b_i/a_{ij}]=[32/2]=16$.

③ Simpleks jadvalini hal qiluvchi elementini aniqlaymiz:

HQU va HQSning kesishgan katagidagi 2 soni hal qiluvchi element bo'ladi.

④ Yangi simpleks jadvaliga o'tishda: yangi simpleks jadvalidagi hamma sonlar Jordan chiqarish usuli bilan topamiz va quyidagi jadvalga ega bo'lamiz:

Birinchi simpleks jadvali

Bazis	C_j	B_i	∇x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			$c_1 = 2$	$c_2 = 4$	$c_3 = 0$	$c_4 = 0$	$c_5 = 0$	
y_1	$c_3 = 0$	108	-7	0	1	3	0	inf
x_2	$c_2 = 4$	16	-3/2	1	0	1/2	0	inf
$y_3 \blacktriangleright$	$c_5 = 0$	56	[2]	0	0	1	1	28
$Z_j - C_j$		64	-8	0	0	2	0	

Bu jadvaldan ko'rinib turibdiki $x_1 = 0, x_2 = 16, y_1 = 108, y_2 = 0, y_3 = 56$

yoki $X^*=(x_1, x_2, y_1, y_2, y_3)=(0, 16, 108, 0, 56)$. $Z_1=2x_1+4x_2=2*0+4*16=64$.

Topilgan tayanch reja optimal emas. Chunki indeks qatoridagi x_1 ustunda manfiy ishorali son mavjud.

Shu sababli yangi simpleks jadvalini tuzishga o'tamiz. Birinchi simpleks jadvalidan, hal qiluvchi ustun $[x_1]$, hal qiluvchi satr $[y_3]$ va hal qiluvchi element $[2]$ ni aniqlaymiz. y_3 qo'shimcha noma'lumni bazisdan chiqaramiz va x_1 asosiy noma'lumni esa bazisga kiritamiz.

Yana Jordan chiqarish usulini qo'llaymiz va ikkinchi simpleks jadvaliga ega bo'lamiz:

Ikkinchi simpleks jadvali

Bazis	C_j	B_i	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3
			$c_1 = 2$	$c_2 = 4$	$c_3 = 0$	$c_4 = 0$	$c_5 = 0$
y_1	$c_3 = 0$	304	0	0	1	13/2	7/2
x_2	$c_2 = 4$	58	0	1	0	5/4	3/4
x_1	$c_5 = 2$	28	1	0	0	1/2	1/2
$Z_j - C_j$		288	0	0	0	6	4

Tuzilgan simpleks jadvalining indeks qatoridagi x_1, x_2, y_1, y_2 va y_3 ustunlardagi barcha sonlar musbat. Demak masala

$X^*=(x_1, x_2, y_1, y_2, y_3)=(28, 58, 304, 0, 0)$ da $Z_{\max}=2x_1+4x_2=288$ optimal qiymatga erishadi.

Xulosa. Berilgan ChDMda: a) uchta qo'shimcha noma'lum qo'shildi; b) boshlang'ich simpleks jadvalida [2- satr, 2-ustunning kesishgan elementi] hal qiluvchi element qilib olindi; c) birinchi simpleks jadvalida [3- satr, 1-ustunning kesishgan elementi] hal qiluvchi element qilib olindi. d) masala quyidagi qiymatlarda optimal yechimga ega¹:

$(x_1, x_2, y_1, y_2, y_3)=(28, 58, 304, 0, 0)$ da $Z_{\max}=2x_1+4x_2=288$.

4.3-vazifa

$Z_{\max}=3x_1+4x_2+2x_3$.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\leq 12, \\4x_1 + \quad + 2x_3 &\leq 9, \\7x_1 + 3x_2 - 8x_3 &\leq 24. \\x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.\end{aligned}$$

📁 Vazifaning yechilishi

I. Qo'shimcha no'malumlarini kiritamiz

Berilgan sistemadagi tengsizliklarni tenglamalar ko'rinishiga keltiramiz. Buning uchun birinchi tenglamaga $y_1 \geq 0$, ikkinchi tenglamaga $y_2 \geq 0$ va uchinchi tenglamaga $y_3 \geq 0$ qo'shimcha noma'lumlarni kiritamiz.

Qo'shimcha noma'lumlar maqsad funksiyasiga 0 koeffitsientlar bilan kiritiladi. Natijada masalani berilishi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$Z_{\max} = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 0y_1 + 0y_2 + 0y_3,$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + y_1 = 12,$$

$$4x_1 + \quad + 2x_3 + y_2 = 9,$$

$$7x_1 + 3x_2 - 8x_3 + y_3 = 24.$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0$$

Hosil qilingan tenglamalar sistemasini qo'shimcha noma'lumlarga nisbatan yechib olamiz:

$$y_1 = 12 - (x_1 + 2x_2 + 3x_3)$$

$$y_2 = 9 - (4x_1 + 0x_2 + 2x_3)$$

$$y_3 = 24 - (7x_1 + 3x_2 - 8x_3)$$

Masalani tayanch yechimi mavjudligini tekshiramiz. Buning uchun tenglamalar sistemasidagi asosiy noma'lumlarni $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ deb olsak, qo'shimcha noma'lumlar quyidagi yechimga ega bo'ladi:

$$y_1 = 12, y_2 = 9, y_3 = 24.$$

Demak, masalaning tayanch yechimi mavjud.

Maqsad funksiyasini quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$Z_{\max} = 0 - (-3x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 0y_1 + 0y_2 + 0y_3)$$

II. Boshlag'ich simpleks jadvalini tuzamiz

Boshlag'ich simpleks jadvali

Bazis	C_j	B_i	x_1	∇x_2	x_3	y_1	y_2	y_3
			3	4	2	0	0	0
$y_1 \blacktriangleright$	0	$b_1=12$	1	2	3	1	0	0
y_2	0	$b_2=9$	4	0	2	0	1	0
y_3	0	$b_2=24$	7	3	-8	0	0	1
$Z_j - C_j$		0	-3	-4	-2	0	0	0

III. Optimal rejani topish

Berilgan masala optimal yechimga ega bo'lishi uchun boshlag'ich simpleks jadvalining indeks qatoridagi barcha elementlar musbat ishoraga keltirilishi kerak.

Endi birinchi simpleks jadvalini tuzishga o'tamiz.

Navbatdagi ishimiz hal qiluvchi ustun, hal qiluvchi satr va hal qiluvchi elementlarni aniqlashdan iborat bo'ladi.

Buning uchun:

☞ 1-jadvaldagi indeks qatorida keltirilgan manfiy ishorali $[-3, -4, -2]$ sonlardan absolyut qiymati bo'yicha eng kattasini tanlaymiz. Bu son $|s_2| = |-4| = 4$ ga teng. Demak, $[x_2]$ ustun hal qiluvchi ustun bo'ladi.

☞ ozod hadlar ustunida keltirilgan $[12, 24]$ sonlarni $[x_2]$ hal qiluvchi ustuning $[2; 3]$ mos sonlariga bo'lib, minimal qiymatini aniqlaymiz, ya'ni:

$$\min[b_i/a_{ij}] = \min[12/2; 24/3] = \min[6; 8] = 6$$

Demak, y_1 satr hal qiluvchi satr bo'ladi.

☞ boshlang'ich jadvaldagi hal qiluvchi ustun va hal qiluvchi satrlarning kesishgan katakda joylashgan $a_{22}=2$ son hal qiluvchi element bo'ladi. Bu sonni jadvalda to'g'ri to'rtburchak ichiga olib qo'yamiz.

y_1 bazis noma'lumlar ustunidan chiqariladi va o'rniga x_2 asosiy noma'lum kiritiladi.

1-simpleks jadvali

Bazis	C_j	B_i	x_1	∇x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			3	4	2	0	0	0	
$y_1 \blacktriangleright$	0	$b_1=12$	1	[2]	3	1	0	0	$12/2=6$
y_2	0	$b_2=9$	4	0	2	0	1	0	inf
y_3	0	$b_2=24$	7	3	-8	0	0	1	$24/3=8$
$Z_j - C_j$		0	-3	-4	-2	0	0	0	

Yangi simpleks jadvalini tuzamiz:

☞ HQSdagi hamma elementlar hal qiluvchi elementga bo'linadi va ishorasi o'zgartirilmasdan yoziladi;

☞ HQUdagi qolgan hamma elementlar o'rniga nol yoziladi.

☞ Qolgan hamma elementlar to'g'ri to'rtburchak formulasi yordamida topiladi.

Endi ikkinchi simpleks jadvalini tuzishga o'tamiz.

Ikkinchi simpleks jadvalini indeks qatorida $[x_1]$ ustundagi son manfiy ishorali. Qolgan barcha sonlar musbat. Demak bu jadvalda $[x_1]$ ustun HQU bo'ladi.

Yukorida bajarganimizdek ozod hadlar ustunida keltirilgan $[6, 9, 6]$ sonlarni $[x_2]$ hal qiluvchi ustuning $[1/2, 4, (11/2)]$ mos sonlariga bo'lib, minimal qiymatini aniqlaymiz, ya'ni:

$$\min[b_i/a_{ij}] = \min[6/(1/2), 9/4, 6/(11/2)] = \min[12, 9/4, 12/11] = 12/11.$$

Demak, $[y_3]$ satr hal qiluvchi satr bo'ladi. $11/2$ son hal qiluvchi element bo'ladi. Bu sonni jadvalda to'g'ri to'rtburchak ichiga olib qo'yamiz.

y_3 bazis noma'lumlar ustunidan chiqariladi va o'rniga x_1 asosiy noma'lum kiritiladi.

2- simpleks jadvali

Bazis	C_j	B_i	∇x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	$\frac{b_i}{a_{ij}}$
			3	4	2	0	0	0	

x_2	4	6	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{6}{(1/2)}$
y_2	0	9	4	0	2	0	1	0	$\frac{9}{4}$
$y_3 \blacktriangleright$	$s_6 = 0$	6	$[11/2]$	0	$\frac{25}{2}$	$-\frac{3}{2}$	0	1	$\frac{6}{(11/2)}$
$Z_j - C_j$		$Z_1=24$	-1	0	4	2	0	0	

Ikkinchi simpleks jadvalida hal qiluvchi element bo'yicha simpleks hisoblashlarini bajaramiz va uchinchi simpleks jadvalini hosil qilamiz.

3- simpleks jadvali

Bazis	C_j	B_i	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3
			3	4	2	0	0	0
x_2	$s_2 = 4$	$\frac{60}{11}$	0	1	$\frac{29}{11}$	$\frac{7}{11}$	0	$-\frac{1}{11}$
x_5	$s_6 = 0$	$\frac{51}{11}$	0	0	$\frac{122}{11}$	$\frac{12}{11}$	1	$-\frac{8}{11}$
x_1	$s_1 = 3$	$\frac{12}{11}$	1	0	$-\frac{25}{11}$	$-\frac{3}{11}$	0	$\frac{2}{11}$
$Z_j - C_j$		$Z=276/11$	0	0	$\frac{19}{11}$	$\frac{19}{11}$	0	$\frac{2}{11}$

Uchinchi simpleks jadvalidagi indeks qatoridagi barcha sonlar musbat. Demak, berilgan masala optimal yechimga ega.

Asosiy noma'lumlarning qiymatlari: $x_1=12/11$, $x_2=60/11$, $x_3=0$.

Qo'shimcha noma'lumlarning qiymatlari: $y_1=0$, $y_2=51/11$, $y_3=0$.

Topilgan yechimlarni umumiy holda quyidagicha yozish mumkin:

$X^*=(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3) = (12/11, 60/11, 0, 0, 51/11, 0)$.

Maqsad funksiyaning qiymati quyidagiga teng bo'ladi:

$Z_{\max}=3x_1+4x_2+2x_3=3*(12/11)+4*(60/11)+2*0=276/11$.

📁 **Xulosa.** Berilgan chiziqli dasturlash masalasida:

① Noma'lumlar soni 3 ta. Tenglamalar soni 3 ta.

② Uchta qo'shimcha noma'lumlar kiritildi.

③ Masala ikkita simpleks jadvalida optimal yechimga ega bo'ldi. 1-simpleks jadvalida [1-satr, 2-ustun] elementi hal qiluvchi element qilib olindi. 2-simpleks jadvalida [3-satr, 1-ustun] elementi hal qiluvchi element qilib olindi.

④ Berilgan masala $X^* = (12/11, 60/11, 0)$ qiymatlarda optimal yechimga ega.

Maqsad funksiyasining optimal qiymati $Z_{\max}=276/11$.

36- ChDMni sun'iy bazis usuli bilan yeching.

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 12,$$

$$2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 16,$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 30.$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

$$Z_{\min} = 3x_1 + 2x_2 + x_3$$

📁 **Vazifaning yechilishi**

① Qo'shimcha noma'lumlarni kiritamiz

Buning uchun ChDMda berilgan tengsizliklar sistemasini tenglamalar sistemasiga keltiramiz. Buning uchun birinchi tenglamaga y_1 qo'shimcha noma'lum manfiy ishora bilan, uchinchi tenglamaga esa y_2 qo'shimcha noma'lum musbat ishora bilan kiritiladi.

| yoki bu sistema quyidagicha tushuniladi:

$$\begin{array}{l|l}
\begin{array}{l}
x_1 + 2x_2 + 3x_3 - y_1 = 12, \\
2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 16, \\
x_1 + 2x_2 + x_3 + y_2 = 30. \\
x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, y_1 \geq 0, y_2 \geq 0. \\
Z_{\min} = 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 0y_1 + 0y_2
\end{array}
&
\begin{array}{l}
x_1 + 2x_2 + 3x_3 - y_1 + 0y_2 = 12, \\
2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 0y_1 + 0y_2 = 16, \\
x_1 + 2x_2 + x_3 + 0y_1 + y_2 = 30. \\
x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, y_1 \geq 0, y_2 \geq 0. \\
Z_{\min} = 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 0y_1 + 0y_2.
\end{array}
\end{array}$$

Oddiy simpleks usulidan bizga ma'lumki, boshlang'ich tayanch rejani topish uchun, yuqoridagi tenglamalar sistemasi qo'shimcha noma'lumlarga nisbatan yechib olinadi:

$$\begin{array}{l}
-y_1 = 12 - (x_1 + 2x_2 + 3x_3) \\
0 = 16 - (2x_1 + 3x_2 - 2x_3) \\
y_2 = 30 - (x_1 + 2x_2 + x_3)
\end{array}$$

Boshlang'ich tayanch rejani topish uchun, asosiy noma'lumlar nolga tenglab olinadi, ya'ni $x_1 = x_2 = x_3 = 0$. Keyin y_1, y_2 qo'shimcha noma'lumlarning qiymatlari topilib, ularning nomanfiyligi ($y_1 \geq 0, y_2 \geq 0$) tekshiriladi.

Yuqoridagi tenglamalar sistemasiga $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ ni qo'ysak:

$$y_1 = -12 < 0, 0 \neq 16, y_2 = 30 > 0.$$

Ko'rinib turibdiki, tenglamalar sistemasining birinchi va ikkinchi tenglamalarda qo'shimcha noma'lumlar uchun no'manfiylik talablari bajarilmaydi.

Bunday hollarda berilgan ChDMLari su'niy bazis usuli bilan yechiladi.

② Su'niy noma'lumlar kiritish

Tenglamalar sistemasini birinchi va ikkinchi tenglamalariga mos ravishda z_1 va z_2 su'niy noma'lumlarni musbat ishora bilan kiritamiz:

$$\begin{array}{l|l}
\begin{array}{l}
x_1 + 2x_2 + 3x_3 - y_1 + z_1 = 12, \\
2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + z_2 = 16, \\
x_1 + 2x_2 + x_3 + y_2 = 30. \\
x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0, y_1 > 0, y_2 > 0, \\
z_1 > 0, z_2 > 0 \\
Z_{\min} = 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 0y_1 + 0y_2 \\
+ mz_1 + mz_2
\end{array}
&
\begin{array}{l}
\text{yoki bu sistemani quyidagicha tushunish} \\
\text{mumkin:} \\
x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 1y_1 + 0y_2 + z_1 + 0z_2 = \\
12, \\
2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 0y_1 + 0y_2 + 0z_1 + 1z_2 = \\
16, \\
x_1 + 2x_2 + x_3 + 0y_1 + 1y_2 + 0z_1 + 0z_2 = \\
30. \\
x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0, y_1 > 0, y_2 > 0, z_1 > 0, z_2 > 0 \\
Z_{\min} = 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 0y_1 + 0y_2 + mz_1 + mz_2
\end{array}
\end{array}$$

③ Boshlang'ich simpleks jadvalini tuzish

1.1- simpleks jadval

Bazis	C_j	B_i	Asosiy noma.			Qo'shimcha noma.		Sun'iy noma.	
			x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	z_1	z_2
			3	2	1	0	0	m	m

z_1	m	12	1	2	3	-1	0	1	0
z_2	m	16	2	[3]	-2	0	0	0	1
y_1	0	30	1	2	1	0	1	0	0
Indeks qator		28m	3m-3	5m-2	m-1	-m	0	0	0

Indeks qatorida quyidagicha to'ldiriladi:

B_i ustunda: $12m+16m = 28m$,

x_1 ustunda: $1m+2m-3 = 3m-3$,

x_2 ustunda: $2m+3m-2 = 5m-2$,

x_3 ustunda: $3m-2m-1 = m-1$,

y_1 ustunda: $-1m+0m-0 = -m$,

y_2 ustunda: $0m+0m-0 = 0$,

z_1 ustunda: $1m+0m-m = 0$,

z_2 ustunda: $0m+1m-m = 0$.

Indeks qatorni ikkita **m+1** va **m+2** qatorlarga ajratib yozish:

1) **m** koeffitsentli sonlar **m+2** qatorga yoziladi.

2) ozod sonlar **m+1** qatorga yoziladi.

1.2- simpleks jadval

Bazis	C_j	B_i	Asosiy noma.			Qo'shimcha noma.		Sun'iy noma.		B_i/a_{ij}
			x_1	∇x_2	x_3	y_1	y_2	z_1	z_2	
			3	2	1	0	0	m	m	
z_1	m	12	1	2	3	-1	0	1	0	6
► z_2	m	16	2	[3]	-2	0	0	0	1	16/3
y_2	0	30	1	2	1	0	1	0	0	15
m+1		0	-3	-2	-1	0	0	0	0	
m+2		28m	3m	5m	m	-m	0	0	0	