

# Appunti laboratorio di elettromagnetismo

Mirolo Manuele / Alessio Brusini

a.a. 2025/26

## Contents

<b>1 Lezione 22/09/2025</b>	<b>3</b>
1.1 Richiami di elettromagnetismo . . . . .	3
<b>2 Lezione 25/09/2025</b>	<b>4</b>
<b>3 Lezione 29/09/2025</b>	<b>5</b>
3.1 Resistenze in serie e parallelo . . . . .	5
3.2 Strumenti per misurare corrente e tensione . . . . .	6
<b>4 Lezione 02/10/2025</b>	<b>7</b>
4.1 Come misurare una resistenza . . . . .	7
4.2 La qualità di una pila . . . . .	7
<b>5 Lezione 09/10/2025</b>	<b>8</b>
5.1 Misura della resistenza . . . . .	8
5.2 Condensatori . . . . .	9
5.3 1° Esperienza di laboratorio . . . . .	9
<b>6 Lezione 13/10/2025</b>	<b>11</b>
6.1 Come fare la relazione . . . . .	11
6.2 Semiconduttori . . . . .	11
6.3 Come fare il fit esponenziale . . . . .	13
<b>7 Lezione 20/10/2025</b>	<b>13</b>
7.1 Diodo . . . . .	13
7.2 Verifica dell'effetto fotoelettrico . . . . .	14
7.3 Misura della costante di Faraday . . . . .	15
<b>8 Lezione 23/10/2025</b>	<b>16</b>
8.1 Misura della costante di Farady in laboratorio (parte 2) . . . . .	16
8.2 Diodi (parte 2) . . . . .	16
8.3 Positroni elettronici e cariche quantiche . . . . .	16
8.4 Tubo catodico . . . . .	16
8.4.1 Produzione del cannoncino elettronico . . . . .	17
<b>9 Lezione 27/10/2025</b>	<b>17</b>
9.1 Tubo catodico parte 2 . . . . .	17
9.1.1 Alcune precauzioni . . . . .	17
9.1.2 Collimatore e griglia di controllo . . . . .	18
9.1.3 Fase di misurazione . . . . .	18
9.1.4 Limiti dello strumento . . . . .	19
<b>10 Lezione 30/10</b>	<b>20</b>
10.1 L'andamento a onda quadra . . . . .	20
10.2 I circuiti con corrente variabile . . . . .	21
10.2.1 Come verificare la legge esponentiale in laboratorio . . . . .	22
10.3 Come costruire un onda a sega . . . . .	22

<b>11 Lezione 06/11/2025</b>	<b>23</b>
11.1 Circuiti RCL . . . . .	23
11.2 Misura di $L$ . . . . .	24
11.3 Onda a dente di sega: 2° parte . . . . .	25
<b>12 Lezione 14/11/2025</b>	<b>25</b>
12.1 Circuiti RC in serie . . . . .	25

# 1 Lezione 22/09/2025

## 1.1 Richiami di elettromagnetismo

- La carica elettrica è quantizzata, ovvero esiste una carica elementare  $1e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$
- Legge di Coulomb, che descrive la forza repulsiva/attrattiva tra due cariche puntiformi:

$$\vec{F}_{1,2} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

dove  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$  è la costante dielettrica del vuoto.

Possiamo notare che il campo elettrico è conservativo, per cui esiste un *potenziale elettrico*  $V$ :

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \vec{F} = -\vec{\nabla}V$$

- Definiamo **corrente elettrica** attraverso una superficie delimitante 2 regioni di spazio, la cui unità di misura è l'Ampere (A), tramite:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Vale la legge sperimentale detta *1° legge di Ohm*:

$$V = RI$$

dove  $R$  è la resistenza del conduttore, che dipende dalla sua natura e dalla sua geometria, da cui la *2° legge di Ohm*:

$$R = \int_0^l \frac{d\rho(l')}{\Sigma(l')} dl'$$

dove  $\rho$  è la resistività del materiale e  $\Sigma$  è la sezione del conduttore.

La sua unità di misura è l'Ohm ( $\Omega$ ):

$$1\Omega = 1 \frac{V}{A}$$

- La resistività dipende dalla temperatura secondo la legge:

$$\rho(T) = \rho_{20}[1 + \alpha(T - 20^\circ C)]$$

- Definiamo **potenza elettrica**, effettuando un lavoro  $L$  per spostare una carica fra due punti, come:

$$W = \frac{dL}{dt} = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

- In un atomo unico il potenziale atomico tende a 0 all'avvicinarsi del nucleo, mentre in un solido la funzione potenziale è periodica a causa della sovrapposizione dei potenziali atomici.

- Definiamo **circuito elettrico** un campo elettrostatico  $\vec{F}$  conservativo, il lavoro lungo un percorso chiuso è nullo, introduciamo allora un potenziale  $U$ , con  $dU$  differenziale esatto.

Se la forza elettrica è originata da una distribuzione di carica  $\mathbf{Q}$ , definiamo il **campo elettrico**  $\tilde{\mathbf{E}}(\tilde{\mathbf{r}})$  in ogni punto dello spazio. Tale  $\mathbf{Q}$  permette di spostare una carica di prova  $\mathbf{q}$  in  $\tilde{\mathbf{r}}$  con una forza  $\vec{F}_e(\tilde{\mathbf{r}}) = q\tilde{\mathbf{E}}(\tilde{\mathbf{r}})$

Si definisce una *funzione differenza di potenziale*  $\Delta U = q\Delta$  e  $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$

- In un sistema fisico isolato (es. *maglia conduttrice*), la carica totale si conserva, ovvero  $\Delta V_{tot} = 0$ , da cui la **legge di Kirchhoff**:

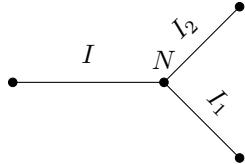
**Teorema 1.** *La somma delle tensioni ai capi di una maglia è nulla.*

$$\sum_{k=1}^n V_k = 0$$

## 2 Lezione 25/09/2025

A causa di Benjamin Franklin la corrente va dal polo positivo a quello negativo, in quanto si pensava che fossero cariche positive a spostarsi, non quelle **negative** come avviene nella realtà. La corrente all'interno di un circuito rimane costante, per la legge della conservazione della carica.

Nel momento in cui la corrente incontra un *nodo*, una biforcazione, trova due vie possibili da percorrere, per la conservazione avremmo:  $I_{tot} = I_1 + I_2$



Finchè il circuito è un sistema isolato, le correnti prese con i loro segni seguono la seguente legge:

$$I_{tot} = \sum_{k=1}^n I_k \rightarrow \sum_{k=1}^n I_k - I_{tot} = \sum_{j=1}^{n+1} I_j = 0$$

Da cui la **2° legge di Kirchhoff**:

*se un circuito costituisce un sistema isolato, la somma delle correnti entranti in un suo nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti dallo stesso nodo*

Queste leggi valgono in *corrente continua*, ovvero quando la corrente non varia nel tempo.

- Definiamo la **forza elettromotrice** (f.e.m.) come la differenza di potenziale tra i due poli di un generatore, generata da fenomeni chimici quali le reazioni di ossido-riduzione. In realtà non si tratta di una forza, ma il potenziale elettrico:

$$V_{1i} = -k \frac{q_1 q_i}{r_{1i}} \rightarrow F_{1i} = -\nabla V_{1i}$$

Una d.d.p. può non essere in grado di mantenere una corrente costante, in quanto la resistenza del circuito può variare nel tempo (bastoncino caricato). Ma queste correnti non oscillanti lo possono diventare applicando lavoro.

**N.B** : non sempre un voltaggio di corrente è equivalente alla sua forza elettromotrice.

- La f.e.m. garantisce che la corrente scorra nel circuito, in quanto fornisce energia al sistema (che viene persa dagli elettroni che viaggiano nel circuito e vengono deviati dagli urti). Per quest'ultimo motivo introduciamo la **resistenza** ( $R$ ). Poichè l'elettrone fa "più fatica" se ci sono meno vie e possibile e se le "porte d'ingresso" sono più strette, si deve avere:

$$R \propto \frac{l}{\Sigma}$$

dove  $\Sigma$  è l'area della sezione retta del conduttore.

Tramite prove sperimentali si introduce la **legge di Ohm** (nell'ipotesi di materiale omogeneo e di sezione costante):

$$R = \rho \frac{l}{\Sigma}$$

dove  $\rho(\theta)$  è la resistività del materiale, che dipende molto da  $T$ ; inoltre  $L \propto T$  e  $\Sigma \propto T^2$ , ma tali effetti si compensano. Da cui:

$$\rho(\theta) \simeq \rho_{\theta^*} (1 + \alpha(\theta - \theta^*))$$

dove  $\theta^*$  è la temperatura di riferimento, che cambia per ingegneri e fisici (solitamente in rete è  $\theta = 20^\circ$ ).

Da ciò deriva il fatto che  $R \propto T$ .

- Per l'intensità invece avremo

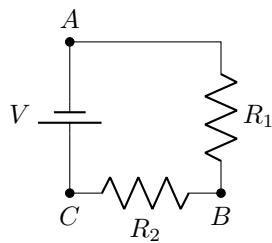
$$I = \frac{V}{R} \rightarrow V = RI$$

Tutte le leggi sono *fenomenologiche*, non derivano da principi primi.

La formula più realistica che rappresenta la resistenza di un tratto di circuito è la seguente:

$$R = \int_{l_1}^{l_2} \frac{\rho(l')}{\Sigma(l')} dl'$$

ovvero un integrale curvilineo



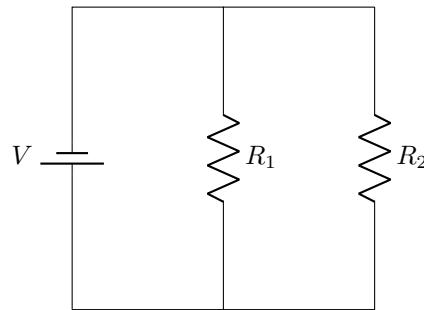
Siccome supponiamo che il circuito sia un sistema isolato, valgono

$$V_{tot} = V_{AB} + V_{BC} \quad I = VR_{eq} \rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2$$

### 3 Lezione 29/09/2025

#### 3.1 Resistenze in serie e parallelo

Vediamo un altro tipo di circuito, che rappresenta un **partitore di correnti**



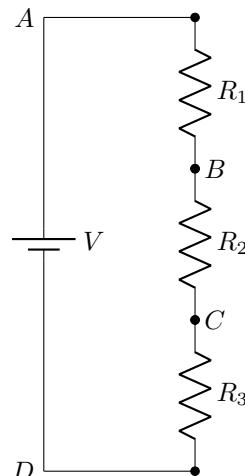
deve valere la legge di Kirchhoff (sistema isolato) e quella di Ohm:

$$I = I_1 + I_2$$

Poichè supponiamo che non ci siano altre resistenze (sistema ideale), la differenza di potenziale ai capi delle due resistenze deve essere la stessa (dalla legge di Ohm):

$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

Supponiamo di avere un solo alimentatore e dover far funzionare tre dispositivi, utilizziamo un **partitore di tensione**



ovvero un oggetto che permette di dividere la tensione in più parti, stabili nel tempo.

Chiamiamo *corrente continua*, quella che rimane costante per un periodo abbastanza lungo di tempo.

### 3.2 Strumenti per misurare corrente e tensione

Uno strumento per misurare delle variabili fisiche dovrebbe sempre dare una risposta *lineare*. Indichiamo con:

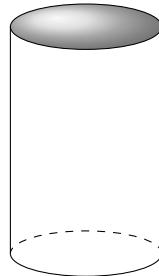
- $\vec{E}$  il campo elettrico,
- $\vec{B}$  il campo magnetico,
- $\vec{F}_L$  la forza di Lorentz:

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

La forza di Lorentz subita da una carica in un campo elettromagnetico è la somma della forza elettrica e della forza magnetica, l'una moltiplicata per la carica e l'altra per la velocità della carica.

Sono tutte quantità relativisticamente invarianti dunque la formula vale sia per la fisica classica che per quella relativistica.

Consideriamo ora il caso di una calamita con i poli avvicinati e presente uno spazio cilindrico tra di loro. Se inseriamo lì un segmento cilindrico di ferro dolce (materiale che reagisce velocemente al campo magnetico in cui si trova), allora posso trovare dei segmentini di linee di campo (che ricordiamo essere ortogonali alla superficie equipotenziale della calamita)



Cilindro di ferro dolce

Se supponiamo di avvolgere tale cilindro con una spira e facciamo passare corrente elettrica, chiamati a e b i lati corto e lungo della spira e osservando il più classico degli *elettroni di conduzione* con velocità  $v$ , il tratto di spira a sarà ortogonale al campo magnetico

$$e^- v \times B = e^- v B$$

L'elettrone viene "spinto fuori dalla spira"

Contrariamente nel tratto b, l'elettrone non viene deviato, in quanto la velocità è parallela a  $B$ . Tornato nel tratto A, se I rimane costante avremo nuovamente  $\vec{F}_L$ , sempre diretta verso l'esterno.

Questa coppia di forze genera un *momento torcente* pari a:  $\tau = e^- v B b$

Il flusso invece è dato dalla *densità dei portatori di carica*  $\lambda$ , dunque scrivendo la corrente come  $v\lambda e = I = \frac{dq}{dt}$ , da cui

$$\tau = nBIab$$

dove  $n$  è il numero di spire attorno al magnete. Bilanciamo questo momento con una forza elastica grazie a delle molle elicoidali controrotanti (in modo da bilanciare le imperfezioni), ricordando che (nell'approssimazione di  $\theta < 4^\circ$ ):

$$\tau_{el} \approx k\theta = \tau_{mag} = BIb \rightarrow \theta = \frac{Bnab}{k} I$$

Dobbiamo dunque risaltare il nostro segnale, per questo la molla ha più spire (non più di 10 per evitare deformazioni), in tal modo inoltre, l'approssimazione angolare vale fino a  $\theta < 40^\circ$  (max  $\theta = 3600^\circ$ ).

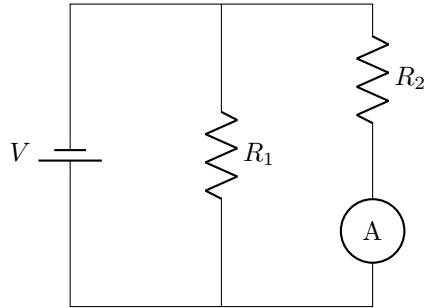
Nel caso della realtà abbiamo il cosiddetto *effetto Joule*, ovvero il riscaldamento del conduttore, quindi posso usare solo piccole correnti Lo strumento appena descritto è detto **Amperometro**, costruendo un circuito con una resistenza e un amperometro in parallelo, possiamo misurare la corrente che passa nel circuito. avremmo

$$I = I_A + I_S = \frac{V}{R_A} + \frac{V}{R_S}$$

costruiamo la resistenza in modo che  $R_A \ll R_S$  (per esempio  $\frac{R_A}{R_S} = \frac{1}{10}$ ), tali  $R_S$  sono dette **resistenze di shunt**. La precisione, dunque, diminuisce in modo direttamente proporzionale all'aumento del numero di resistenze

## 4 Lezione 02/10/2025

Chiediamoci quale sia la  $\Delta V$  ai capi di una resistenza e consideriamo la resistenza Ohmica  $V_{AB} = IR$



Per farlo utilizziamo un amperometro, ma in tal modo lo perturbiamo, avremo  $R < R^*$ , per rendere la situazione accettabile aggiungiamo una resistenza prima dell'amperometro, tale che  $R_2 \gg R$ , potendo trascurare la corrente che passa nell'amperometro.

Dunque misuro la d.d.p. teorica rispetto a quella reale (con lo strumento di misura):

$$V_{AB} = IR \quad V_{AB}^* = I \frac{RR_A}{R + R_A}$$

$$\frac{V_{AB} - V_{AB}^*}{V_{AB}} = \text{errore dovuto all'amperometro}$$

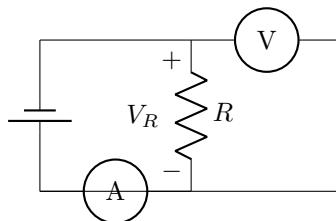
Ponendo  $R_A$  come somma di  $R_2$  e quella dovuta all'amperometro.

Posso anche utilizzare un voltmetro, che lavora fra due materiali conduttori di resistenza trascurabile; uno strumento è il voltmetro a fogli conduttori, che in base all'angolo di inclinazione delle mie mie piastre mi indichi la  $\Delta V$ .

### 4.1 Come misurare una resistenza

Nell'ipotesi che tale resistenza sia ohmica, dunque  $R = \frac{V}{I}$  (caso ideale, non reale), ottenendo così una scala iperbolica (essendo  $V$  costante e  $I$  variabile). A causa della degradazione della batteria dello strumento erogatore della forza elettromotrice, ottengo un errore di sottostima su  $R$ .

Un altro modo per misurare la resistenza è utilizzare un generatore regolabile, mettere in parallelo la resistenza con un voltmetro e in serie ai due un amperometro.



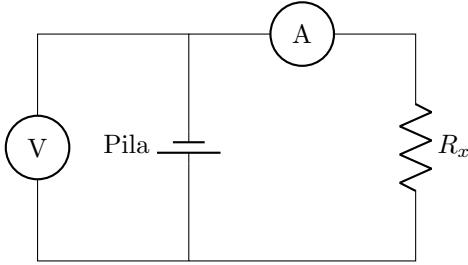
Posso disegnare un grafico  $V$  su  $I$ , successivamente cerco di ricavare la legge fisica, ciò che mi aspetto è un andamento lineare, dove  $\frac{1}{m} = R$ . Inoltre, a causa dell'effetto Joule si comincia a perdere la linearità, sostituita da un andamento logaritmico.

### 4.2 La qualità di una pila

La bontà di una pila è data dal fatto che anch'essa ha una resistenza interna, tanto più è bassa, migliore è la pila. Quando la pila inizia a consumarsi, la resistenza interna della pila aumenta a causa di fenomeni di ossidazione o sbalzi termici.

Per misurare lo stato della pila creo un circuito con essa e:

- un amperometro in serie alla pila (prima)
- una resistenza incognita, devo creare la più grande resistenza con quelle a disposizione (le metto in serie) ( $R_x = \sum_{i=1}^n R_i$ )
- un voltmetro in parallelo alla pila



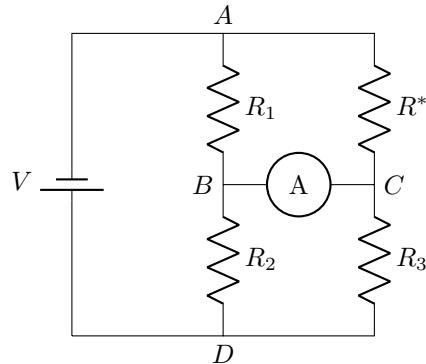
Creo un grafico  $V$  su  $I$ , aumentando la resistenza, ottengo un andamento iperbolico sul primo quadrante (grazie al cazzo). Nel momento in cui incontro un andamento lineare ("inversamente lineare") ho un comportamento ohmico, che facendo il fit lineare (sul sottoinsieme di dati ideale) posso ottenere il valore della resistenza interna della pila.

Estrapolando a  $I = 0$  ottengo il valore della  $\Delta V$  della pila. Con una pila nuova dovrei ottenere una linea orizzontale ad un certo valore di  $V$ .

## 5 Lezione 09/10/2025

### 5.1 Misura della resistenza

Una tecnica molto utilizzata è la *misura di zero*, che sono le più precise che si possono fare, in questo caso chiameremo **misura a ponte di Wheatstone**



Le resistenze erano ottenute mettendo nelle loro posizioni dei *reostati*, per ottenere  $R^*$  si ottiene "giocando" con le resistenze fino ad azzerrare l'amperometro, infatti:

- se fra B e C non passa corrente vuol dire  $\Delta V_{BC} = 0$
- quindi fra A-B e A-C avremo la stessa  $\Delta V$ ,  $\Delta V_{AB} = \Delta V_{AC}$ , ma avremmo anche  $\Delta V_{BD} = \Delta V_{CD}$  (Kirchhoff)
- se la  $R^*$  obbedisce alla legge di Ohm (trascurando l'effetto Joule), avremmo

$$\Delta V_{AB} = IR \quad \Delta V_{AC} = I^* R^* \quad \Delta V_{BD} = I_2 R_2 \quad \Delta V_{CD} = I_3 R_3$$

ottenendo un sistema

$$\begin{cases} I_1 R_1 = I^* R^* \\ I_2 R_2 = I_3 R_3 \end{cases} \quad (1)$$

- se considero la corrente  $I_A = 0$  allora avrò che le correnti sul stesso ramo della maglia sono uguali ( $I_1 = I_2 \quad I_* = I_3$ ).
- facendo il rapporto membro a membro di (1) ottengo:

$$R^* = R^3 \frac{R_1}{R_2}$$

## 5.2 Condensatori

Lo assumiamo come un accumulatore di cariche elettriche che inseriremo nel circuito.

Supponiamo di avere un **segnaletico** ovvero una variazione di  $\Delta V$  nel tempo  $t$ , se

1. la carica associata al segnale viene portata al condensatore (grazie ad uno *spinotto*), esso si carica in modo logaritmico;
2. si ferma il caricamento;
3. si fa partire un altro cirucito, che fa scaricare il più linearmente possibile il condensatore (l'andamento sarà esponenziale decrsecnte approssimabile al prim'ordine a una retta).
4. se carico il condensatore con un diverso segnale allora avrà una retta con la stessa pendenza ma che incontra lo zero della carica del condensatore in un punto diverso.
5. iterando il procedimento posso contare il numero di volte in cui un *clock* ha segnato lo scaricamento parziale del condensatore

Il numero di segnali è direttamente proporzionale al  $t$  necessario per scaricare il condensatore

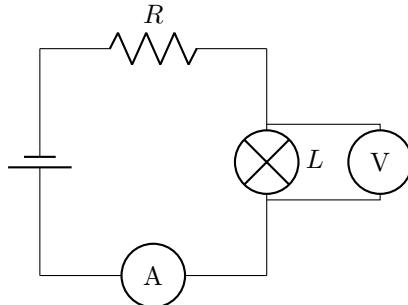
6. se inoltre il  $t$  di scarica è associato al segnale (a sua volta associata al tempo di carica), allora posso creare una relazione tra la carica e il tempo di carica ( $\frac{C}{s} = A$ )

Su questo procedimento si basa il funzionamento dell'amperometro

## 5.3 1° Esperienza di laboratorio

Utilizzeremo un circuito composto da

- una resistenza
- una lampadina a filamento, composta da:
  - un bulbo di vetro (da cui si può aspirare aria per sostituirla con qualche milli Bar di un gas nobile)
  - due filamenti collegati al circuito e ad un altro filamentino (acciaio tungstenato), tramite l'effetto Joule viene prodotta illuminazione
- in parallelo alla lampadina un voltmetro
- un amperometro



L'obiettivo è quello di costruire una curva voltamperometrica ( $I$  vs  $V$ ), se la lampadina rispetta la legge di Ohm allora mi aspetto un andamento lineare.

L'andamento reale è più esponenziale (sotto la linea retta ideale) ( $I \propto V^2$ ), questo accade perchè il sistema fisico non è isolato (non tutta la f.e.m. crea corrente), infatti nel metallo della lampadina si crea attrito (emissione nell'infrarosso), l'elettrone di conduzione si muove in modo erratico (a causa degli scontri con gli elettroni degli atomi del metallo). Si formano, incoerentemente, dei fotoni i quali creano delle differenze nel campo elettrico. Difatti, gli elettroni dell'atomo possono eccitarsi e cambiare orbitale. L'atomo eccitato ritorna allo stato fondamentale dopo circa  $10^{-8}s$ , l'energia liberata forma i fotoni con frequenze nel visibile:

$$E_\gamma = h\nu$$

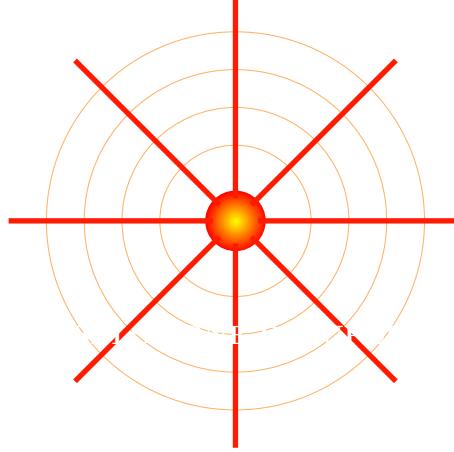
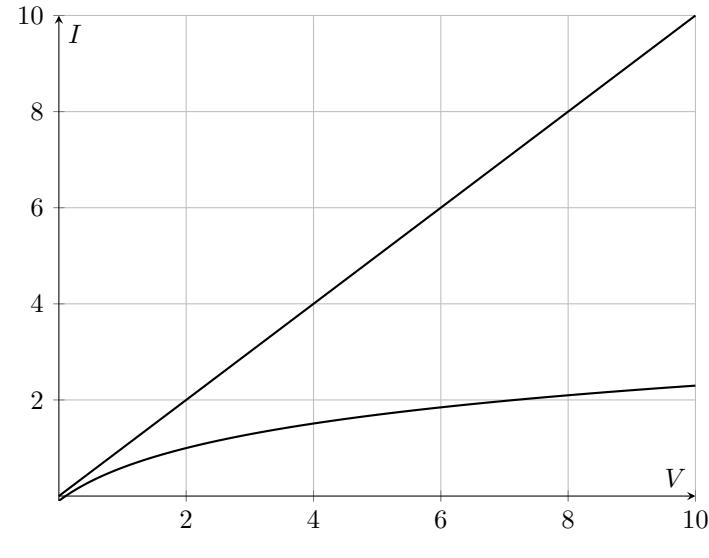
Se uno degli  $e^-$  di conduzione riesce ad eccitare gli elettroni di un atomo della mia resistenza interna alla lampadina, allora dopo riesco a produrre una luminescenza (transiente, tranzione di fase). Abbiamo individuato un *fenomeno a soglia* (che si verifica solo quando un determinato parametro supera un valore critico preciso, in questo caso l'energia)

Supponiamo che a  $V^*$  inizia tale fenomeno, da qui in poi la conduzione nel circuito cambia (inizie il comportamento logaritmico), infatti l'energia che io fornisco sotto forma di f.e.m. verrà assorbita e poi dissipata.

La differenza fra la curva e la retta ideale continua ad aumentare fino al bruciare del filamento (il metallo bolle), ovvero un po' di metallo diventa gas dentro se stesso, il filamento si gonfia (aumenta la resistenza, sia perchè è più caldo, sia perchè è diminuita l'area della sezione retta in alcuni punti).

Al bruciare del filamento  $I = 0$ , ma la zona subito prima precedente da questa decaduta è di transizione di fase (scioglimento e rottura). In realtà anche nella prima transizione di fase (inizio emissione fotoni), ci sono delle piccole oscillazioni che però non sono visibili.

**N.B.:** durante le transizioni di fase ci sono delle fluttuazioni negli osservabili, nel nostro caso ciò è dovuto allo scambio energetico, che modifica la resistenza (osservabile) del filamento. In generale i fenomeni di transizione sono associati oscillazioni nelle osservabili. Sapendo che  $R = \frac{1}{m} = \frac{\Delta V}{\Delta I}$ , questi  $\Delta$  sono dati dalle spezzate che collegano i nostri punti. Questa resistenza, detta *resistenza dinamica*, fluttua molto nel momento delle transizioni di fase



[esplosione di supernova]

La polarizzazione risulta ininfluente per il nostro sistema fisico

## 6 Lezione 13/10/2025

### 6.1 Come fare la relazione

- titolo
- preambolo: breve descrizione dell'esperienza
- tabelle (brevi, 7 righe e 4 colonne e in allegato se molto lunghe)
- descrizione dell'apparato sperimentale se i dati dipendono fortemente dall'apparato
- grafici (che mostrano l'andamento fisico);  
stessa dimensione del carattere della relazione sugli assi;  
barre d'errore per ogni punto (se pochi punti), altrimenti si inseriscono ogni 3/4 punti.
- commenti sui grafici (più quantitativi possibile)
- osservazioni sui risultati attesi e confronto con quelli ottenuti (citare le fonti d'errore)
- se i risultati sono in linea con le aspettative si può commentare questo fatto, aggiungendo dati numerici che verificano quest'ipotesi

### 6.2 Semiconduttori

La disposizione degli elettroni negli atomi di un conduttore presenta abbassamenti di potenziale all'avvicinarsi al nucleo dell'atomo contiguo. Dunque, la maggior parte degli elettroni si trova al di sopra di una certa soglia di energia. Alcuni elettroni si trovano 2/3 eV al di là di questa soglia, andando ad eccitare questi nuclei (es. scaldando gli elettroni) il materiale può diventare un conduttore, superando le buche di potenziale, questi materiali sono detti *semiconduttori*. Essendo la barriera energetica di pochi eV, allora una bassa differenza di temperatura produce una grande quantità di elettroni disponibili per la conduzione elettrica.

Alcuni materiali di questo tipo sono il silicio (Si) e il Germanio (Ge). Essi sono atomi *tetravalenti*, dunque formano strutture nei cristalli tetraedrici (ognuno è legato con altri 4 atomi).

All'interno di questi materiali si possono già trovare degli elettroni liberi, circa  $\frac{1e}{10^6 \text{ atomi}}$ , che aiutano la conduzione.

Quanto un elettrone di conduzione si slega dalla sua nicchia, allora oltre alla carica negativa si crea anche una *lacuna*, che è l'equivalente di una carica positiva che ha modulo opposto a quello della carica negativa. La lacuna viene occupata da un elettrone vicino, che a sua volta lascia una lacuna, creando una corrente.

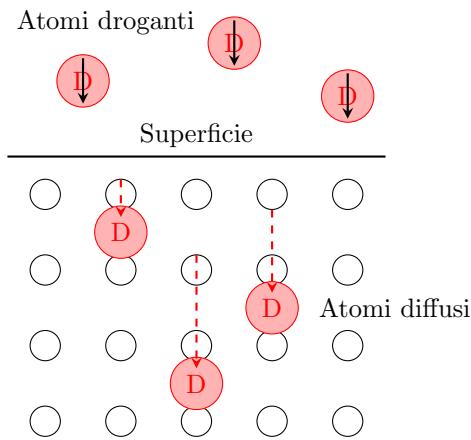
Si individuano così 2 tipi di conduzione:

- conduzione per elettroni liberi (fluttuazioni termiche)
- conduzione per lacune (passaggio in *banda di conduzione*)

La differenza energetica fra i campi elettrici dei materiali è peculiare per ognuno di essi, avvicinando i due si creano della possibilità di "travaso" degli elettroni. Si usa, per favorire ciò, il **drogaggio**, ovvero l'inserimento di atomi di un altro materiale con un diverso numero di valenza (tri/pentavalenti), così da creare una lacuna o un elettrone libero.

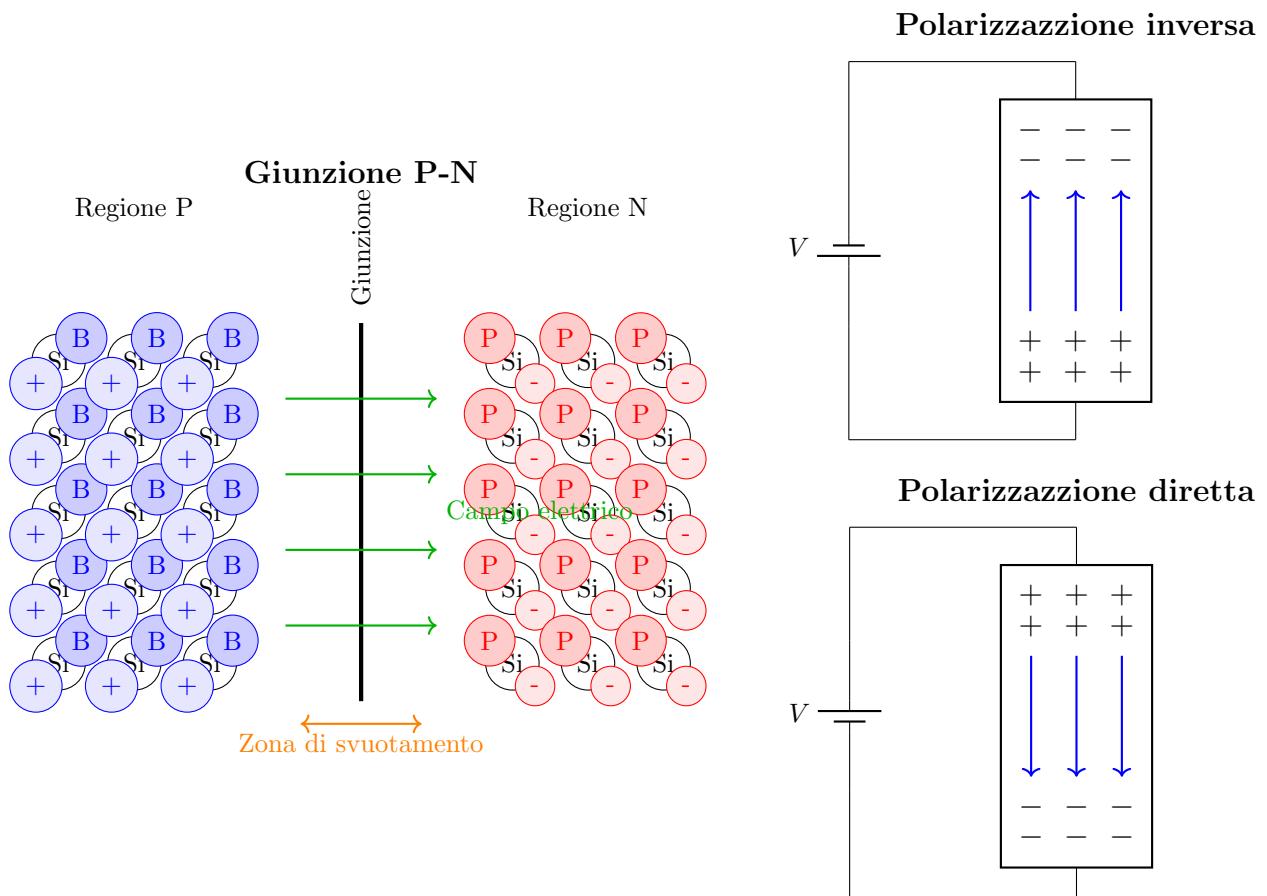
- L'assorbimento di questi materiali avviene per *diffusione*, creando un surplus di elettroni liberi o lacune
- Prima dell'inizio della diffusione i materiali sono intrinsecamente neutri, solo successivamente si accumulano cariche
- La regione di contatto fra i materiali è detta **giunzione**
- La condizione d'equilibrio si raggiunge quando la quantità di cariche si stabilizza (ma lo scambio continua sempre ad esserci)
- Lo spazio sulla giunzione è detto **zona di svuotamento**, in cui non ci sono più cariche libere di muoversi (al meno di motivi termici), di cui valuteremo lo spessore.
- L'oggetto che si ottiene con questo processo si chiama **diodo**

Tutto ciò avviene in una decina di secondi.

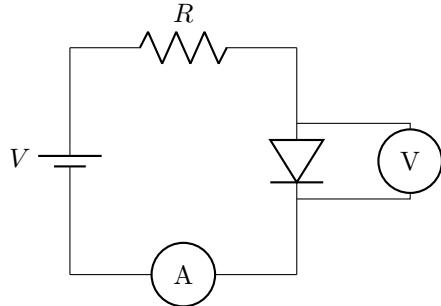


Inserendo il diodo in un circuito possiamo creare

- una **polarizzazione inversa** con generatore la cui corrente passa in discordia alla carica nel diodo, tale processo:
  - aumenta la quantità di cariche da una parte e dall'altra
  - diminuisce la zona di svuotamento
  - vi è minor passaggio di corrente, e quella che passa lo fa a causa di movimenti termici
- una **polarizzazione diretta** se la corrente del generatore va nella stessa direzione della carica nel diodo, in questo caso la zona di svuotamento aumenta



Creando un circuito di questo tipo



mi aspetto che la corrente tenda ansotiticamente ad un certo  $I_0$  per correnti negative, per correnti positive invece la corrente cresce esponenzialmente (le curve sono tipiche per un certo valore di temperatura). La formula che mi descrive questo andamento è (per un diodo ideale)

$$I(V) = I_0 e^{(\frac{qV}{\eta kT})} - 1$$

dove  $\eta$  è un parametro adimensionale che dipende dal materiale.

Al crescere della temperatura la curva "aumenta la sua pendenza", mentre  $I_0$  diminuisce (più grande in modulo). Ho l'andamento opposto se diminuisco la temperatura, in tal caso, infatti, la resistenza interna del diodo aumenta.

- $I_0$  dipende dalla temperatura:

$$I_0 \propto KT^\alpha e^{-\frac{qV_G}{kT}}$$

con  $\alpha \in (1, 2]$  e  $K$  costante i due segni all'argomento dell'esponentiale si "cancellano"

- Anche se stiamo applicando una polarizzazione inversa (tensione negativa), poiché il comportamento è Ohmico, la curva caratteristica sarà completa e simmetrica. Potremo quindi ricostruire l'intero comportamento, inclusa la parte di polarizzazione diretta, semplicemente per simmetria.
- Mettendo il diodo in un bagno per mantenere la temperatura costante, posso rilevare sul grafico i punti di intersezione fra certi valori  $I^*$  e  $V^*$ . Con questi valori posso fare un altro grafico  $V$  vs  $T$ , da cui osservo che, al decrescere della temperatura la tensione aumenta, ed è ciò che si osserva in un diodo reale, tale oggetto dunque riesce a mettere in correlazione lineare la  $T$  con una variabile da me controllabile ( $V$ ). Quindi è sufficiente un sistema, che, fissata una corrente, mi fornisca la tensione del circuito per sapere la temperatura del diodo.
- Prendendo 3 valori di corrente, se il diodo è ideale, mi aspetto che aumentando  $I$   $V$  aumenti linearmente, questo vale finché non raggiungo temperature tali da cambiare la natura del materiale del diodo

### 6.3 Come fare il fit esponenziale

Poichè sappiamo fare un fit lineare possiamo linearizzare la nostra equazione, prendendo valori di  $V$  tale che l'argomento dell'esponente sia maggiore di 1 posso usare

$$I(V) \simeq I_0 e^{(\frac{qV}{\eta kT})} \rightarrow \log(I) = \log(I_0) + \frac{qV}{\eta kT}$$

dunque sto facendo un fit in scala semilogaritmica da cui

- ottengo il valore di  $\log(I_0)$
- conoscendo  $q$   $k$  e  $T$  posso ottenere  $\eta$  (circa 2 per il silicio, 1 per il germanio)

## 7 Lezione 20/10/2025

### 7.1 Diodo

Nel caso si dia energia agli atomi presenti nella fascia di separazione del diodo, si possono osservare fenomeni di conduzione elettrica. Quando il diodo è polarizzato in avanti, gli elettroni possono attraversare la giunzione p-n, mentre in polarizzazione inversa, la giunzione si comporta come un isolante.

Prendiamo il caso di fornire un fotone di energia:

$$E = h\nu \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

se l'energia del fotone è maggiore della banda proibita (ovvero l'energia di ionizzazione), allora l'elettrone può essere

eccitato nella banda di conduzione. In questo caso si creano due cariche:

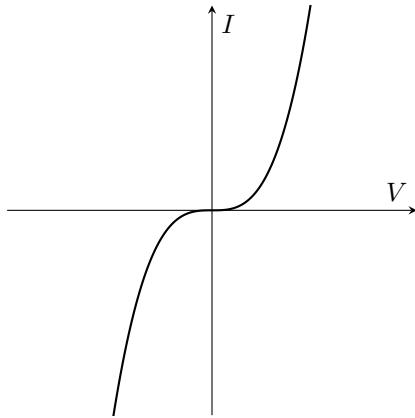
- l'elettrone libero (carica negativa)
- la lacuna (carica positiva)

Possiamo avere due casi:

- Nel caso il diodo sia polarizzato da una tensione inversa, l'elettrone eccitato può attraversare la giunzione p-n, creando una corrente di *fotocorrente*. Dunque un diodo è in grado di trasformare l'energia luminosa in forza elettromotrice; un diodo è in certe situazioni un *generatore di corrente*.
- Nel caso di polarizzazione diretta (diminuzione della zona di svuotamento), la funzione d'onda dell'elettrone ha una probabilità maggiore di sovrapporsi con la funzione d'onda della lacuna, ("ricade nella lacuna").

Se il diodo è stato dograto in modo da emettere luce nel visibile, possiamo osservare questo fenomeno nelle parti più esterne del diodo, questo è quello che viene chiamato LED.

Osserviamo la tipica curva di un diodo LED, per un certo colore:



Nel caso la creazione di un fotone avvenga nelle zone più interne del diodo, ho una certa probabilità che il fotone venga riassorbito prima di uscire dal diodo. La luce viene emessa in un cono di angolo solido, dipendentemente dal materiale e dalla geometria del diodo.

La curva volt-amperometrica di un diodo LED è simile a quella di un diodo normale, ma con una soglia di tensione più alta (circa 2V per il rosso, 3V per il blu, mentre per quello normale è circa 0.7V). L'energia del fotone emesso è proporzionale alla tensione di soglia:

$$E = qV$$

Allora logicamente, al variare del colore della luce emessa varia la tensione di soglia del diodo. Questo mi permette di calcolare la costante di Plank:

$$E_i = qV_i = \frac{hc}{\lambda_i} \rightarrow h = \frac{qV_i \lambda_i}{c}$$

## 7.2 Verifica dell'effetto fotoelettrico

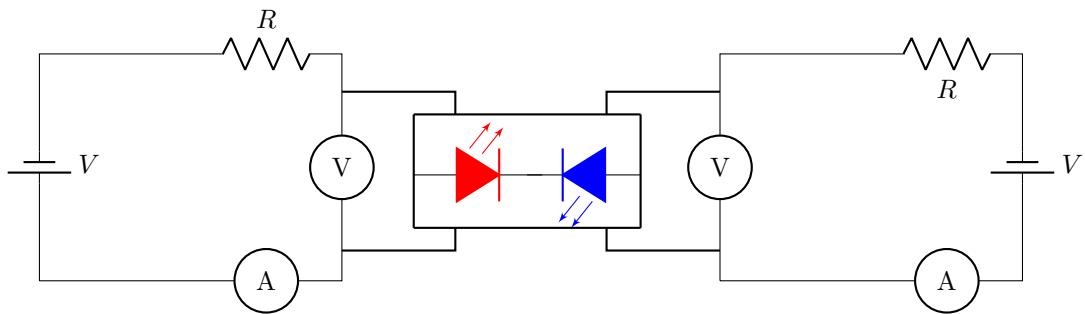
Il nostro obiettivo è quello di verificare che:

- da una certa  $\nu$ , l'energia cinetica degli  $e^-$  emessi da un elettrodo illuminato aumenta al crescere della frequenza della luce incidente
- da una certa  $\nu$ , aumentano gli  $e^-$  emessi da un elettrodo illuminato proporzionalmente a  $I$  della luce incidente

Questo avviene perché  $I_{luce} \propto \frac{n_{foton}}{s}$  e maggiore sarà il numero di  $e^-$  emessi; inoltre  $E_{fotone} = h\nu$ , per estrarre un elettrone bisogna cedergli una energia minima  $E_{estrazione} \propto E_{legame}$ , quindi:

$$E_{fotone} = E_{estrazione} + E_{cinetica}$$

Creo un circuito con due LED che si guardano in una scatola isolata, entrambi collegati ad un circuito di misura volt-amperometrica. Così in base a quale accendo posso creare un LED emettitore e un fotodiode ricevitore. La differenza di potenziale misurata sul fotodiode dipende dalla frequenza della luce emessa dal LED emettitore e dalla tensione ai capi del LED.



Se allora alimento il fotodiodo con una tensione negativa (polarizzazione inversa) posso misurare la tensione di photocorrente che dipende dalla frequenza della luce incidente.

### 7.3 Misura della costante di Faraday

La costante di Faraday  $F$  è la carica di una mole di elettroni:  $F = N_A e$ , i quegli anni però Avogadro non aveva ancora misurato la sua famosa costante.

$$F = e \cdot N_A = 9.64853321233100184 \times 10^4 \frac{C}{mol}$$

Per misurare questa costante si usa:

- bacinella di acqua bidistillata con discolo del solfato di rame ( $CuSO_4$ )

Quando lo discolo in acqua allora si dissocia in ioni  $Cu^{2+}$  e  $SO_4^{2-}$ , che vengono circondati da molecole d'acqua (solvatazione). Se aggiungo ad un oggetto in maniera isotropa degli elementi che si possono sovrapporre, allora mi riconduco ad una sfera (per esempio i miei ioni circondati da molecole d'acqua). Questo mi porta a studiare il mio sistema come se fosse delle sfere che si muovono in un fluido puro (acqua), allora entra in gioco la forza di Stokes:

$$F = 6\pi\eta rv \quad \text{con } \eta \text{ viscosità del fluido}$$

- inseriamo due elettrodi di rame collegati ad un generatore di tensione continua ed un amperometro in serie. Quando accendiamo il generatore sull'elettrodo negativo (catodo) si avvicinano gli ioni  $Cu^{2+}$  che catturando 2 elettroni poi si legano all'elettrodo stesso; processo simile avviene all'anodo con lo ione  $SO_4^{2-}$  che cedendo i due elettroni forma di nuovo il sale che si stacca dall'elettrodo e si dissolve nell'acqua.
- misurando allora gli elettrodi prima e dopo l'esperimento posso misurare la massa di rame di rame depositata sul catodo  $\Delta m$ , trovando dunque:

$$\frac{\Delta m}{M.A.Cu} N_A 2e = Q = \sum_{i=1}^n I(t_i) \Delta t$$

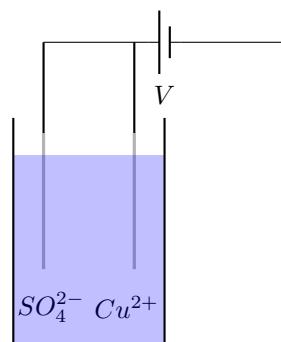
dove prendo degli intervalli di tempo abbastanza piccoli da considerare la corrente in quell'intervalllo costante, l'errore maggiore è quello sulla massa.

- da queste considerazioni ottengo dunque (riscrivendo  $F = N_A e$ ):

$$F = \frac{M.A.Cu}{2m} \sum_{i=1}^n I(t_i) \Delta t$$

se misuro circa gli stessi intervalli di tempo posso far uscire il mio  $\Delta t$ .

- a causa delle variazioni di temperatura della concentrazione devo fare una soluzione *sovrasatura* e ciò ci aiuta anche a solvatate tutte le molecole d'acqua (per cui basta una saturazione);



soluzione elettrolitica

## 8 Lezione 23/10/2025

### 8.1 Misura della costante di Farady in laboratorio (parte 2)

La legge di Stokes vale nel caso in cui oggetti di grandi dimensioni si muovono in un fluido, ma nel nostro caso il solvente acqua è occupato a salvare ioni, dunque dobbiamo considerare il caso in cui il composto è molto lontano dalla saturazione per misurare la dimensione dell'atomo.

Scioglieremo in  $900\text{ml}$  di acqua circa  $30\text{g}$  di rame (solubilità massima di  $\text{CuSO}_4 \simeq 300 \frac{\text{g}}{\text{L}}$ )

La corrente ionica che passa nel fluido utilizziamo una geometria semplice, due elettrodi planari e paralleli fra loro, immersi di un area  $\Sigma$  nella soluzione elettrolitica, separati da una distanza  $d$ . In questo modo definisco uno spazio ( $d$ ) entro la quale passa la mia corrente, essa la posso definire come un flusso ( $j$ ) di corrente che posso considerare perpendicolare agli elettrodi poiché la forza più preponderante è quella elettrica, dunque il tempo necessario per attraversare  $d$

$$j = 2ev[C_s]2 = 4e[C_s]v \quad I = \vec{j}\Sigma \cdot \hat{n} = 4e[C_s]\Sigma v$$

dove  $C_s$  mi rappresenta il numero di molecole di soluto che ho disiolto nella soluzione rispetto al volume. Tutto il ragionamento è fatto per trovare la velocità media  $v_{infty}$  degli ioni che si muovono verso l'elettrodo.

$$v_{infty} = \frac{I}{4e[C_s]\Sigma}$$

Lo ione tende ad una velocità di deriva all'interno della soluzione, che è proporzionale al campo elettrico applicato e agli attriti viscosi. La velocità di deriva viene raggiunta in un tempo  $< 1\text{ms}$  nel caso del nostro caso. Dunque consideriamo  $v = \text{const}$ , la sommatoria delle forze è nulla:

$$\frac{2eV}{d} - 6\pi\eta Rv_\infty = 0$$

essendo  $v$  la velocità di deriva, da qui posso ricavare il raggio della molecola composta da acqua e ione.

$$R = \frac{8e^2 V c_s \Sigma}{6\pi\eta Id} \quad R = \text{raggio molecola}$$

questo modello funziona solo se la resistenza della cella ha un comportamento Ohmico, dunque ha una resistenza costante. Altrimenti se non fosse così troverei che in base al voltaggio che trovo la mia molecola ha raggi diversi. Dobbiamo allora misurare la **Resistenza della cella**, così da capire in che intervallo la cella è Ohmica.

### 8.2 Diodi (parte 2)

Posso usare un diodo come rilevatore di particelle, perché la giunzione pn è suscettibile all'energia che arriva sulla sua superficie. Nel diodo in polarizzazione inversa, se ho una grande differenza di potenziale ai capi del diodo vedo il fenomeno del *breakdown*, dunque un grande passaggio di corrente tra un attimo e l'altro.

Posso usare questo fenomeno per aumentare la zona di svuotamento fino al limite, così da avere degli atomi che volentieri cedono elettroni (essendo molto "stretti"). Da questo effetto posso costruire un **rilevatore di raggi cosmici**. Per esempio per rilevare particelle cosmiche come i *muoni*, infatti questi attraversando il mio diodo svuotato questo urterà con le nubi elettroniche andando a volte a donare abbastanza energia per far uscire un elettrone dal suo guscio di valenza. Con questo fenomeno vado a creare sia un elettrone libero che una lacuna libera alla volta.

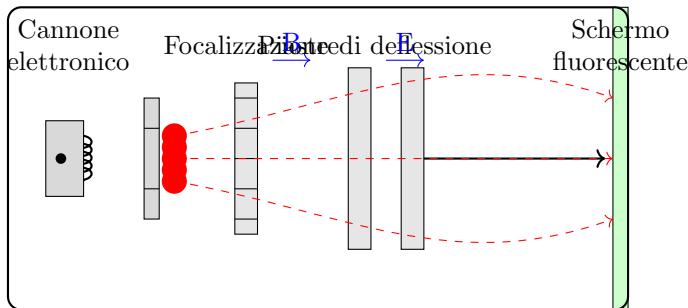
Essendo che il muone perde circa  $10\text{MeV}$ , e per scalzare il mio elettrone mi servono circa  $25\text{eV}$ , allora avrò una corrente significativa.

### 8.3 Positroni elettronici e cariche quantiche

Come possiamo utilizzare l'elettrone come strumento di misura? Oggi lo spieghiamo

### 8.4 Tubo catodico

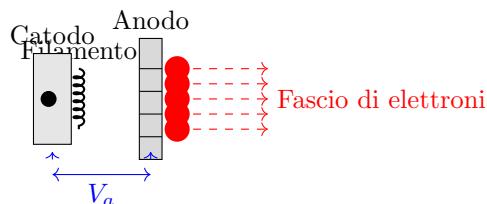
È un cilindro di vetro con il vuoto all'interno, in grado di collimare gli elettroni tutti in un unico fascio (tramite un cannoncino elettronico) Che va a colpire uno schermo fluorescente, che si illumina quando viene colpito (il fenomeno della fluorescenza avviene in circa  $10\text{ns}$ )



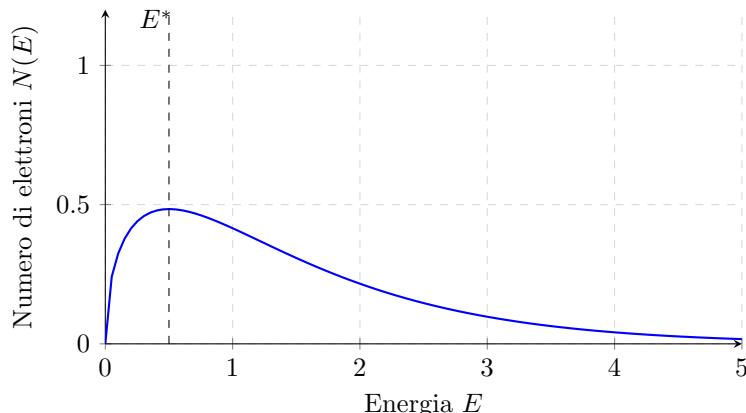
#### 8.4.1 Produzione del cannoncino elettronico

Come sorgente di elettroni utilizziamo un filamento incandescente, tali elettroni avranno energia cinetica tale da superare quella di estrazione dal metallo

Inizialmente il cappuccio metallico è neutro, man mano che perde elettroni si carica positivamente, quindi devo collegarlo ad un *serbatoio di elettroni*, la Terra.



Ritorniamo alla vecchia distribuzione delle velocità di Maxwell-Boltzmann, che mi spiega anche la distribuzione degli elettroni emessi. Al crescere dell'energia il numero degli elettroni diminuisce, la gran parte degli elettroni si troverà ad una certa  $E^*$



All'uscita degli elettroni vi è una grande differenza di potenziale ( $1500V$ ) posizionata su una piastra anodica posizionata davanti all'emettitore, se riesce ad uscire da un forellino esso si ritroverà a una certa  $E^{**}$  anche dopo l'uscita dal cannoncino. In questo modo ho creato un fascio di elettroni con una simile energia, di circa  $E \simeq 1502\text{ eV}$ .

## 9 Lezione 27/10/2025

### 9.1 Tubo catodico parte 2

#### 9.1.1 Alcune precauzioni

- Bisogna stare molto attenti a dare la tensione giusta alla lampadina del tubo catodico, in quanto nel caso si bruci bisogna sostituire tutto il tubo catodico.
- La tensione di  $\sim 1500V$ , impostata a tale valore per:
  - non avere fenomeni di scarica,
  - fenomeni di emissione, infatti il metallo può essere soggetto ad fenomeni di vaporizzazione e emissione di raggi X. Essa è dovuto all'eccessiva energia degli elettroni che andando a collidere con il metallo vanno ad eccitare gli elettroni dei gusci più profondi, questi quando ritornando allo stato fondamentale emettono radiazioni nella banda dei raggi X.

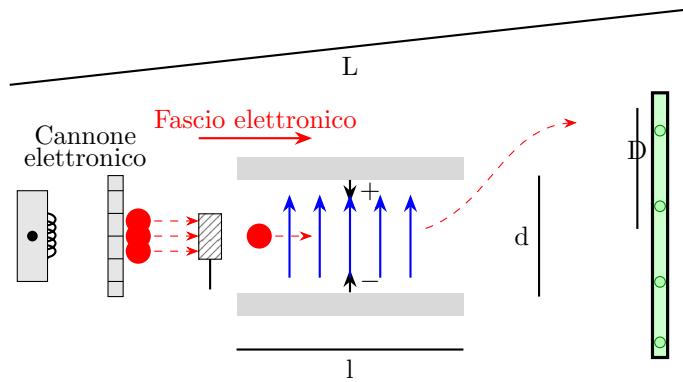
### 9.1.2 Collimatore e griglia di controllo

All'uscita del cannoncino elettronico riesco ad ottenere un fascio di elettroni omocinetico (di energia  $E \simeq 1eV$ ) Per convogliarli tutti in un forellino si usa un elettrodo cilindrico, con una *tensione di collimazione*, ciò permette di avere il minimo di potenziale del campo sull'asse di simmetria, che è identico a quello del cilindro.

Mentre l'oscilloscopio funziona potrebbe essere utile fare delle operazioni di sistemazioni di tale fascio, poichè non posso semplicemente spegnere lo strumento, visto che i fenomeni d'interesse sono di pochi  $ms$ , viene aggiunta una griglia metallica (acciaio tungstennato), praticamente geometricamente trasparente (oscura meno dell'1% dell'area totale), ma molto fitta, infatti essa è composta da fili metallici di circa  $10\mu m$  e distanziati di  $10\mu m$  tra uno e l'altro. Dopotudola di un potenziale negativo essa andrà a respingere gli elettroni prodotti, essa viene posizionata vicino al catodo che genera il fascio di elettroni, così che gli elettroni non abbiano già acquistato un'energia elevata. La sua funzione è quella di modulare il fascio di elettroni nell'intervallo di pochi  $ns$ .

### 9.1.3 Fase di misurazione

Questo strumento, in generale, viene utilizzato per misurare delle tensioni che variano nel tempo, attraverso il posizionamento di un condensatore piano collegato al generatore di tensione variabile (che genera il segnale da studiare) e posizionato con le due facce sopra e sotto il fascio di elettroni.



Trascurando effetti di bordo (per esempio con elettrodi di guardia), posso affermare che quando l'elettrone passa tra le piastre del condensatore subirà una variazione della sua traiettoria dovuta al campo  $E = \frac{V(t)}{d}$  generato dal condensatore.

Potrei descrivere il mio elettrone attraverso la meccanica classica, perché l'energia che fornisco è molto minore dall'energia di massa dell'elettrone ( $\sim 0.511MeV$ ), dunque:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV_{acc}$$

il mio elettrone dunque subirà una deviazione parabolica da parte del condensatore, e colpirà un punto diverso del mio schermo. Supponendo che le tensioni date siano in grado di far assumere una traiettoria coincidente alla forma superficiale dell'oscilloscopio, Essendo:

- L la lunghezza del cannoncino
- d la distanza delle due piastre
- D la distanza dal centro dello schermo
- l la larghezza della piastra del condensatore

posso mettere in relazione D con d tramite  $V(t)$ , supponendo che il tutto sia lineare (ovvero quando  $L \gg l$ ), posso approssimare  $LdD$  ad un triangolo rettangolo ( $d \ll D$ )

La geometria della deviazione è la seguente: Dato  $J$  l'impulso dell'elettrone uscito dalla prima coppia di placche

$$p_{\perp} = m_e v_{\perp}$$

dove  $v(\perp)$  è la velocità acquisita dopo le prime placche (prima aveva solo  $v_{\parallel}$ ). Utilizzando il teorema dell'impulso:

$$dp_{\perp} = F_{elett} dt$$

dove  $F_{elett} = eE = \frac{eV(t)}{d}$  e  $dt = \frac{l}{v_{\parallel}}$ , tempo nella quale l' elettrone attraversa il condensatore.

Il momento parallelo dell'elettrone,  $p_{\parallel} = m_e v_{\parallel}$ , posso invece collegarlo all'equazione dell'energia cinetica.

La distanza  $D$  dal centro dello schermo è data da:

$$D = L \tan(\theta)$$

dove

$$\tan(\theta) = \frac{p_{\perp}}{p_{\parallel}} = \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}}$$

Sviluppando i calcoli:

$$p_{\perp} = \frac{elV(t)}{dv_{\parallel}}$$

$$\tan \theta = \frac{p_{\perp}}{p_{\parallel}} = \frac{elV(t)}{dmv_{\parallel}^2}$$

Sostituendo  $v_{\parallel}^2 = \frac{2eV_a}{m}$ :

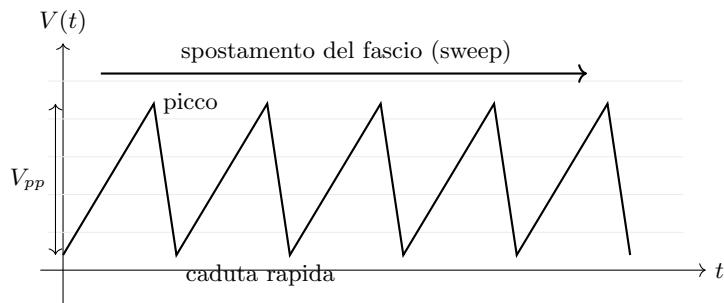
$$\tan \theta = \frac{lV(t)}{2dV_a}$$

Infine:

$$D = L \tan \theta = \frac{Ll}{2dV_a} V(t)$$

Dunque  $D \propto V(t)$ .

Inserisco inoltre un altro condensatore verticale alimentato da tensione variabile a *dente di sega*.



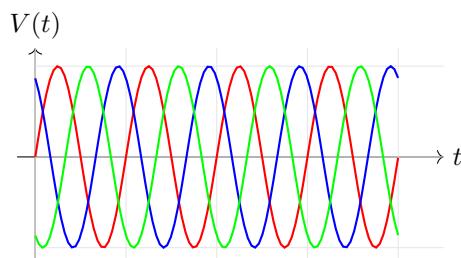
Rampe lineari rappresentano il segnale di deflessione orizzontale.

La caduta rapida riporta il fascio all'inizio del prossimo sweep.

Questo mi serve per spostare il fascio da sinistra a destra dello schermo  $v$  costante passando da una certa  $V_0$  a  $-V_0$  (all'inizio positiva perchè devo attarre gli  $e^-$ ),

#### 9.1.4 Limiti dello strumento

Pensando ad un segnale sinusoidale posso "riportarlo indietro", ma perdendo qualche  $ms$ , dunque vedrò il secondo segnale sfasato



Ora entra in gioco la griglia per schermare gli elettroni, che mi serve per evitare di avere fenomeni di sfasamento, infatti utilizzo un *sistema di trigger*: imposto l'oscilloscopio che trasmetta il segnale solo dopo un tempo di trigger  $\Delta^*t > \Delta t$ , (maggiore del tempo che ci metto a riportare il segnale a tensione iniziale) Inoltre impongo l'inizio della misurazione solo quando il segnale si trova al di sopra di una tensione di soglia  $V_T$ , per ogni ripetizione. Questo mi permette di vedere il segnale sempre in fase ed evitare l'errore dovuto a  $\Delta t$ .

Quando quando si ha una variazione di  $V(t)$  molto elevata, dunque ho un cambio repentino del potenziale, troppo elevato rispetto al tempo che in cui l'elettrone attraversa il condensatore ( $dt = \frac{d}{v_{||}}$ ). Se la mia frequenza di variazione  $f_{V(t)} \simeq \frac{1}{dt}$ , avrò degli errori molto elevati.

Altri errori si generano dalle capacità parassite del circuito,  $RC = \tau$ , che ha le dimensioni di un tempo. La frequenza alla quale ho molti errori dovute alle caratteristiche intrinseche dell'oscilloscopio è dato da:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{1}{\tau}\right)^2}$$

Il teorema di Nyquist-Shannon stabilisce che per campionare un segnale devo avere una frequenza di campionamento che è almeno il doppio della frequenza massima del segnale da studiare per una corretta ricostruzione.

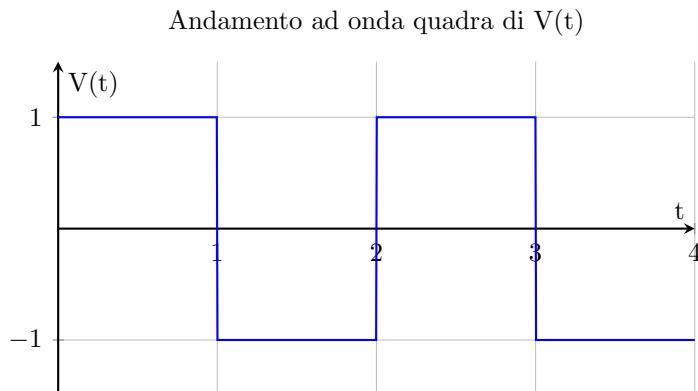
## 10 Lezione 30/10

### 10.1 L'andamento a onda quadra

La corrente che viene erogata dalla rete elettrica è del tipo:

$$V(\theta) = V_0 \sin(\omega t + \phi)$$

• Quando ho una corrente non costante nel mio conduttore (accelerazione a cui sono sottoposti gli elettroni), la carica elettrica irraggia energia. L'intensità dell'irraggiamento è proporzionale all'accelerazione a cui è sottoposta. Per esempio se una carica la sottopongo ad una differenza di potenziale.



L'andamento di  $V$  può essere anche ad onda quadra, impossibile da realizzare perfettamente nella realtà. Infatti si creerà sempre un onda trapezoidale. Per poterla chiamare onda quadra definiremo la durata dell'onda come la distanza a metà altezza tra la curva di salita e di discesa (in un grafico  $V$  vs  $t$ ).

Per studiare il funzionamento di un circuito ci basta studiare un filo che collega i capi di un generatore di forza elettromotrice:

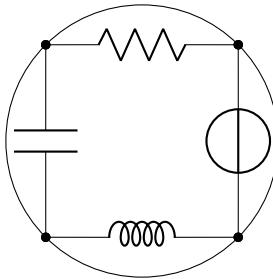
- ogni tratto di filo influisce sul resto del filo, attraverso vari fenomeni;
- Un circuito chiuso percorso da corrente produce un , che si propaga con velocità  $\sim c$  e la sua formazione richiede un dispendio di energia. Andando a chiudere il filo su se stesso riesco a cambiare la distribuzione d'energia magnetica prodotta dalla corrente. Allora cambiando la *topologia* mi fa cambiare l'energia necessaria a far passare corrente all'interno del filo.
- posso allora introdurre il concetto di *induttanza* ( $L$ ), che è una specie di inerzia energetica collegata ai campi magnetici.

$$V = \frac{L \Delta I}{\Delta t}$$

**N.B:** quando trattiamo correnti non continue ( $dI/dt \neq 0$ ), dobbiamo stare attenti ad introdurre meno spire possibile tra i fili;

- introduciamo anche la *capacità* ( $C$ ) come lo spazio per contenere la quantità di carica che si riesce a far affluire sulla superficie di un condensatore, detta essa  $Q$ , avremo:

$$Q = VC \rightarrow V = \frac{Q}{C}$$

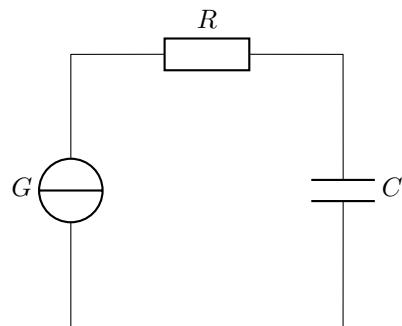


## 10.2 I circuiti con corrente variabile

Consideriamo un generatore di segnali (o *generatore di forma d'onda*)  $G$ , colleghiamolo ad un circuito semplice composto da una resistenza e un condensatore di capacità  $C$

Possiamo utilizzare le *leggi di Kirchhoff* se assumiamo che esse valgano *istante per istante*, ovvero in modo tale che non ho strumenti per verificare la loro validità. La differenza di potenziale è collegata alla carica  $Q$ :

$$V(t) = \frac{Q}{C} + IR = \frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt}$$



$$V(t) \begin{cases} 0 & \text{per } t < 0 \\ V_0 & \text{per } t \leq 0 \end{cases}$$

Risolvendo l'equazione a variabili separabili trovo

$$Q = Q_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \rightarrow V = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad \text{dividendo per } C \text{ la prima}$$

Il risultato ci illustra come si accumula la carica e come varia la differenza potenziale ai capi del condensatore. Grazie all'oscilloscopio posso confrontarlo con l'onda quadra generata.

- passato un tempo  $t = RC$  l'esponenziale  $e^{-1} \simeq \frac{1}{3} \rightarrow 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ , dopo tale tempo  $\tau = RC$  il condensatore è arrivato a  $\frac{2}{3}$  del valore  $V_0$  a cui tende asintoticamente;
- per quanto appena detto osserveremo punti a multipli di  $RC$
- dato che la carica è quantizzata, si avrà un certo valore dopo il quale si raggiunge il segnale soglia;
- quando il condensatore si scarica trovo la legge:

$$V(t) = V_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

Prenendo il logaritmo:

$$\log(V(t)) = \log V_0 - \frac{t}{RC}$$

dunque posso linearizzare la singola fase in scala semigolaritmica

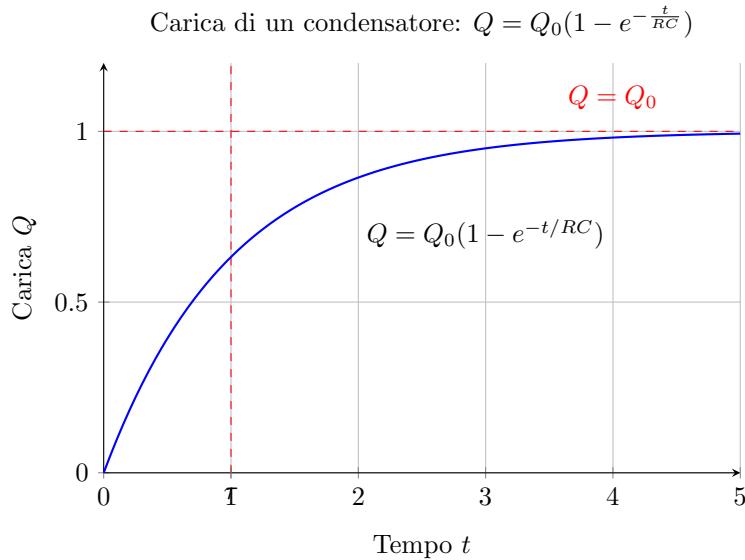


Figure 1: Andamento della carica  $Q$  in funzione del tempo  $t$  durante la carica di un condensatore

- tutto ciò vale ovviamente anche per  $Q(t)$

Se il periodo dell'onda quadra è sufficientemente lungo, il condensatore ha il tempo di caricarsi e scaricarsi quasi completamente durante ciascun periodo. Di conseguenza, la tensione ai suoi capi mostra andamenti esponenziali alternati: nella fase in cui l'ingresso è alto il condensatore si carica verso il valore asintotico positivo, mentre nella fase in cui l'ingresso è basso si scarica (o si carica in senso opposto) verso quello negativo.

#### 10.2.1 Come verificare la legge esponentiale in laboratorio

Tali "onde" sono parallele ad un asse passante per  $\frac{V_0}{2}$ , le curve sono sovrapponibili, dovremo verificarlo sperimentalmente.

- prendiamo delle coppie di valori  $(V, t)$ ;
- per una singola onda li inseriamo in un grafico  $V$  vs  $t$ ;
- se non rileviamo più cambiamenti nel voltaggio, possiamo approssimare l'asintoto della curva a  $V_0$
- per verificarlo ora ad ogni punto sommiamo  $-V_0$ , così troviamo se le curve di carica e scarica corrispondono;

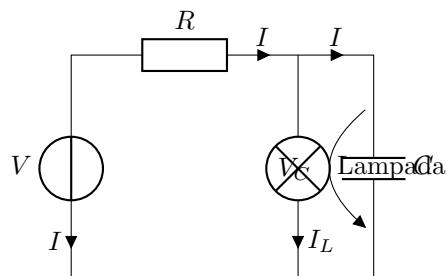
Alcune osservazioni

- se abbiamo sovrastimato o sottostimato il valore di  $V_0$  troveremo punti traslati
- la non rettangolarità dell'onda quadra durante l'inizio e la fine della carica (e della scarica) non permette il rispetto della legge esponentiale

#### 10.3 Come costruire un onda a sega

Per creare un onda a sega uso il classico circuito RC, con una lampadina al neon (due elettrodi cilindrici in ambiente al neon), in parallelo al condensatore.

Chiamiamo  $C_{eq} = C + C^*$ , dove  $C^*$  è la capacità della lampadina.



- Il generatore fornisce una tensione  $V_0 > V_{S_1}$ , che carica il condensatore.
- Quando la tensione  $V$  tra gli elettrodi del neon raggiunge la **soglia di ionizzazione**  $V_{S_1}$ :
  - Il campo elettrico polarizza gli atomi di Neon.
  - Si strappa un elettrone, innescando una **scarica** per ionizzazione per urto.
  - Gli elettroni liberati creano un *effetto a cascata*, moltiplicando gli urti ionizzanti.
- La scarica provoca:
  - Un **calo rapido** della tensione  $V$  ai capi del condensatore (per riduzione della carica).
  - La scarica si interrompe quando  $V < V_{S_2}$ , dove  $V_{S_2}$  è la **soglia di estinzione**.
- Obiettivo del circuito:
  - **Rallentare la diminuzione** di  $V$  dopo il superamento di  $V_{S_1}$ .
  - Limitare la corrente di scarica per ottenere un **andamento graduale** della tensione.
  - Generare così una forma d'onda a **dente di sega**.

Il fenomeno luminoso osservato è la *luce caratteristica* del Neon è emessa durante la ricombinazione degli elettroni con gli ioni positivi.

## 11 Lezione 06/11/2025

### 11.1 Circuiti RCL

Immaginiamo un sistema che emette radiazioni elettromagnetiche, potremmo considerarlo isolato se e solo se consideriamo anche lo spazio attorno ad esso e per un periodo di tempo breve. Le leggi di Kirchhoff, come già detto, sono valide solo istante per istante, dunque rappresentano delle approssimazioni della realtà.

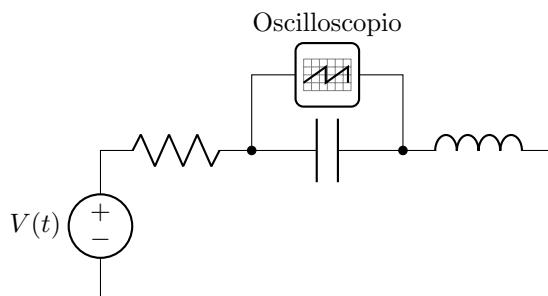
Questo dunque genera della dispersione di nostri parametri che sono dovute all' energia che viene assorbita od emessa dal sistema.

Ricordiamo che un qualunque tratto di circuito è caratterizzato da un' *induttanza*: ogni circuito costituito da resistenza è assimilabile da un circuito con un'induttanza (in serie) e una capacità (in parallelo) *parassita*, ovvero trascurabili rispetto a un resistenza posta antecedentemente. Ciò cambia in base al comportamento induttivo o capacitivo del circuito; per indicare queste caratteristiche si usa una lettera sovrastata da un asterisco  $L^* C^*$ .

Stimolando il circuito (con resistenza in serie ad un condensatore) con un'onda quadra e analizzando il segnale con un oscilloscopio, in base a come abbiamo inserito capacità e resistenza, le curve caratteristiche potrebbero apparire con oscillazioni all'inizio e alla fine della curva, ciò è indicativo della presenza di un'induttanza in parallelo.

Creiamo un circuito con

- generatore di tensione variabile
- in serie ad una resistenza  $V = IR$
- in serie ad un'induttanza a cui capi vale  $V = L \frac{dI}{dt}$
- in serie ad un condensatore per cui vale  $V = \frac{Q}{C}$



dunque dovrebbe valere

$$V(t) = V_R + V_L + V_C = IR + L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = \underbrace{\frac{dQ}{dt}R}_{\text{smorzante}} + L \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C}$$

che è un'equazione differenziale del secondo ordine, in particolare è simile a quella del moto armonico smorzato.

Studiando ora il dominio dei tempi, dunque come il sistema evolve nel tempo dopo essere stato perturbato. Studiando un impulso d'energia semplice, che rimane costante nel tempo, ciò vuol dire c'

$$V(t) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ V_0 & t \geq t_0 \end{cases}$$

Risolvendo agli autovalori ottengo:

$$\lambda = -\frac{\Gamma}{2} \pm \sqrt{\underbrace{\frac{\Gamma^2}{4} - \omega_0^2}_{\Delta}}$$

dove  $\Gamma = \frac{R}{L}$  e  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{CL}}$ .

Abbiamo diversi casi:

- $\Delta = 0$ : smorzamento semplice
- $\Delta > 0$ : sovrasmorzamento, soluzione esponenziale decrescente
- $\Delta < 0$ : andamento oscillante smorzato, il cui andamento analitico è

$$Q(t) = Q_0 \exp\left(-\frac{\Gamma}{2}t\right) \cos(\omega t)$$

il termine (esponenziale) di smorzamento è in funzione della resistenza e dell'induttanza, proporzionale a  $R$  e inversamente a  $L$ .

## 11.2 Misura di $L$

Misureremo la d.d.p. ai capi del condensatore, utilizzando un oscilloscopio (lavoro con frequenze elevate), per la tensione ai capi delle piastre so che:

$$V(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{Q_0}{C} \exp\left(-\frac{\Gamma}{2}t\right) \cos(\omega t)$$

(i dati di  $C$  ed  $R$  sono noti dal costruttore)

Dalla legge ricavata posiamo ricavare  $L$ , poichè la frequenza dell'oscillazione smorzata è quella intrinseca del circuito. All'inizio dell'oscillazione ho un andamento dovuto a quello di una onda quadra (in realtà trapezoidale, smussata sugli spigoli), dunque imprecisa per i calcoli (contributi sistematici ignoti a causa della non quadriticità dell'onda e della sua pendenza).

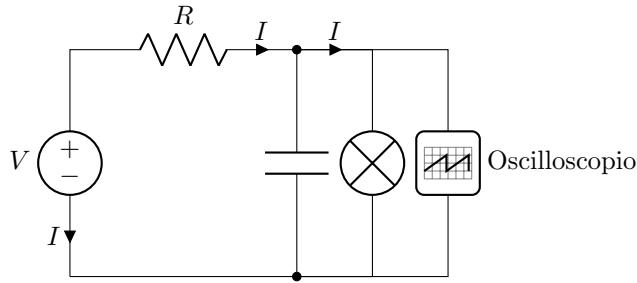
Ricaveremo  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ , da cui dalla formula precedente otterremo  $L$ .

- i 3 nodi da cui ricavo il periodo li ricavo dallo 0 del voltaggio, per individualizzarli imposto l'oscilloscopio su ground (0V), che costringe lo strumento ad oscillare attorno allo 0;
- a causa dello smorzamento non apprezzerò più un'oscillazione, ma una linea continua, essa rappresenta gli 0 Volt. Devo verificare che essa coincida con il ground dell'oscilloscopio.
- Per fare ciò devo far sì che il semiperiodo dell'onda quadra debba essere t.c.:  $\frac{2\pi T}{2} >> \frac{1}{\omega_0}$ ;
- La linea che passa per i massimi (almeno 5/6) nei massimi del segnale deve essere esponenziale  $\exp\left(-\frac{\Gamma}{2}t\right)$  (svolgo un fit in scala semilogaritmica ( $\log(V(t)) = \log(V_0) - \frac{\Gamma}{2}t$ ));
- se ribalto ora i punti con ascissa negativa, dovrei trovare degli altri punti che sono contenuti nella curva esponenziale. La somma dei massimi e minimi (in scala semilogaritmica) risulta  $-\frac{\Gamma}{2}$ ;
- L'errore maggiore introdotto è dato da una lettura sbagliata dello 0 del voltaggio (poichè ciò cambia il centro d'oscillazione).

- Se il periodo non è troppo diverso (ovvero se  $\omega_0 \simeq \frac{2\pi}{T}$ ) dal periodo di oscillazione del circuito (il quale dipende solo da caratteristiche intrinseche del circuito  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{CL}}$ ) allora la differenza fra i massimi e minimi dell'oscillazione e del segnale risulta trascurabile.
- Per determinare il valore del periodo dell'onda quadra, dovrà iniziare la misura modificando la frequenza dell'onda, e notare quando ciò modifica l'oscillazione dello smorzamento. Faremo durare l'onda quadra 8 volte il periodo totale dato dalle 3 oscillazioni, in modo da diminuire l'errore.
- L'opportuna terna di  $RCL$  è determinata dal fatto che i rumori esterni al circuito non influiscano il segnale, bisognerà scegliere ampiezze maggiori di  $3V$ . ( $\nu \in [0, \text{qualche migliaio } kHz]$ )

### 11.3 Onda a dente di sega: 2° parte

Rimembriamo il circuito della lampadina a Neon,



Bisogna inanzitutto utilizzare dei valori di  $RC$  consoni; e vedere poi come vario il periodo del dente di sega, la variabile su cui ci si può giostrare meglio è la tensione con cui sto alimentando il circuito.

Ciò perchè la lampadina si comporta come un condensatore di capacità  $C^*$  e in parallelo ad un altro condensatore:  $C_{eq} = C + C^*$ . Dunque preso  $V_0^* > V_0$ , la curva diventerà più ripida, poichè nello stesso tempo dovrà caricare la stessa percentuale del voltaggio massimo  $V_0$ .

Salendo dunque col voltaggio  $V_0$  si può osservare se c'è una collerazione fra  $\nu$  e  $V_0$ . Per spiegarne il risultato dovrei prevedere a priori l'andamento, ma dobbiamo considerare

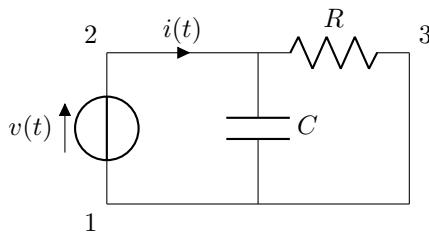
- la polarizzazione degli atomi
- la cessione dell'energia da parte degli atomi a causa degli urti

## 12 Lezione 14/11/2025

### 12.1 Circuiti RC in serie

Dal circuito mostrato in figura otterremo, dalla legge di Kirchhoff

$$V(t) = V_C + V_R = \frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} \quad (2)$$



Se la soluzione di questa equazione differenziale è del tipo  $V(t) = \cos(\omega t)$ , considereremo l'estensione complessa:

$$V(t) = V_0 \exp(i\omega t)$$

Ricordando che il significato fisico risiede nella parte reale. Poichè  $V$  e  $I$  sono legati a meno di una costante troveremo le stesse soluzioni per  $I(t)$ :

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t) \rightarrow I(t) = I_0 \exp(i\omega t)$$

e sostituendo nella (2) otteniamo:

$$V(t) = I(R + \frac{1}{i\omega C})$$

da cui si ottiene facilmente la parte reale:

$$\begin{aligned}
I(t) = \operatorname{Re}[I(t)] &= \operatorname{Re} \left[ \frac{\vec{V} e^{j\omega t}}{R + 1/(j\omega C)} \right] = \operatorname{Re} \left[ \frac{\omega C \vec{V} e^{j\omega t}}{-j + \omega RC} \right] = \\
&= \operatorname{Re} \left[ \frac{\omega C \vec{V} e^{j\omega t} e^{j\pi/2} (1 - j\omega RC)}{1 + (\omega RC)^2} \right] = \quad \text{ponendo } \omega_0 = \frac{1}{RC} \\
&= \operatorname{Re} \left[ \frac{\vec{V} e^{j[\omega t + \pi/2 - \arctan(\omega/\omega_0)]} \omega / (R\omega_0)}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \right] = \operatorname{Re} \left[ \frac{\vec{V} e^{j[\omega t + \arctan(\omega_0/\omega)]}}{R \sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \right] = \\
&= \frac{V}{R \sqrt{1 + (\omega_0/\omega)^2}} \cos \left( \omega t + \arctan \frac{\omega_0}{\omega} \right) = I \cos(\omega t + \varphi_i)
\end{aligned}$$

da cui notiamo che  $I(t)$  precede  $V(t)$  di un angolo  $\varphi_i = \arctan(\omega_0/\omega)$ , inoltre avremo  $0 \leq I \leq \frac{V}{R} = I_{max}$  come aspettato