

ПОПРАВИТЕЛЕН ИЗПИТ

по Числени методи, 09.02.2023 г.

Указание: Задачите се решават на лист, на който е записано име и Ф.№. Ако използвате софтуер, на листа се записват отговорите на поставените въпроси от изхода на софтуера. След приключване на работата изпращате на kulina@uni-plovdiv.bg всички работни файлове, които сте създали от Wolfram Mathematica. Без тях решенията не се зачитат! Желателно е файловете да са с име **Ф№_фамилия** (например 1901681005_Nikolov_zad1.nb).

Отбележете с **X** кои четири задачи желаете да Ви се проверят:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

Задача 1. (15 т.) Да се намери с точност 10^{-4} най-големият положителен реален корен на уравнението $e^x - x^3 - \cos(x+1) = 0$ по метода на Нютон (на допирателните):

- а) (2 т.) Определете подходящ интервал $[a, b]$, в който е локализиран коренът: $a = ?$, $b = ?$;
- б) (3 т.) Проверете условията за прилагане на метода на Нютон, като запишете знаците на първата и втората производна в избрания интервал;
- в) (1 т.) Определете началното приближение $x_0 = ?$;
- г) (8 т.) Запишете първите три итерации и грешките.
- д) (1 т.) Запишете приближеното решение с посочената точност.

Задача 2. (15 т.) Дадена е системата:

$$\begin{cases} 8x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ -x_1 + 10x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 - 9x_3 + 2x_4 = 11 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 11x_4 = 5 \end{cases}$$

- а) (5 т.) Подгответе системата във вид за прилагане на МПИ (проста итерация). Запишете преобразуваната матрица $C = ?$ и свободния стълб $d = ?$;
- б) (8 т.) Решете системата по метода на проста итерация с точност 10^{-4} с нулево начално приближение и запишете резултата (1-ва, 2-ра и последната итерации) в таблица:

k	x_1	x_2	x_3	x_4	err
0					
1					
2					
n					

- в) (2 т.) Покажете, че метода е сходящ.

Задача 3.

- а) (5 т.) Да се табулира функцията $f(x) = \sqrt{2x^3 + 1}$ в интервала $[1, 2]$ със стъпка $h=0.1$

x	1
f(x)									

- б) (10 т.) Да се построи натуралния сплайн S_2 за възлите 1, 1.2, 1.4, 1.6 на $f(x)$ и да се използва за намиране на приближената стойност **f(1.55):**

$$S_2 = \begin{cases} f_1 = \\ f_2 = \\ f_3 = \end{cases}$$

$$f(1.55) =$$

.

Задача 4. (15 m.) За таблично зададената функция да се намери полином от първа или втора степен на най-добро приближение по метода на най-малките квадрати. За получения полином пресметне стойността в точката $x' = 2.1$;

x_i	1.2	1.5	1.9	2.3	2.7	3.1	3.5	3.8	4.3	4.5	5.1	5.4
y_i	3.47	4.019	4.89	5.91	6.56	8.292	9.349	9.975	11.665	12.164	13.223	15.59

Задача 5. (15 m.) Изчислете приближената стойност на интеграла $\int_2^5 \sqrt{x^3 + 4x - 1} dx$.

- а) (5 m.) По методите на средните правоъгълници при $n = 4$ и оценете грешката;
 б) (5 m.) Да се определи големината на стъпката h , така че метода на средните правоъгълници да гарантира точност на резултата 10^{-4} .
 в) (5 m.) По метода на средните правоъгълници да се пресметне стойността на интеграла с точност 10^{-4} .

Задача 6. (15 m.) Дадена е началната задача за система ОДУ от I-ви ред в $[0,1]$:

$$y' = z$$

$$z' = (x+1)z - y + \frac{2}{(x+1)^3}, \quad y(0) = 2, \quad z(0) = 1$$

Да се реши задачата при $h = 0.2$ с модифицирания метод на Ойлер и се запишат $y_0, z_0, y_1, z_1, \dots, y_n, z_n$.

y_i
z_i									