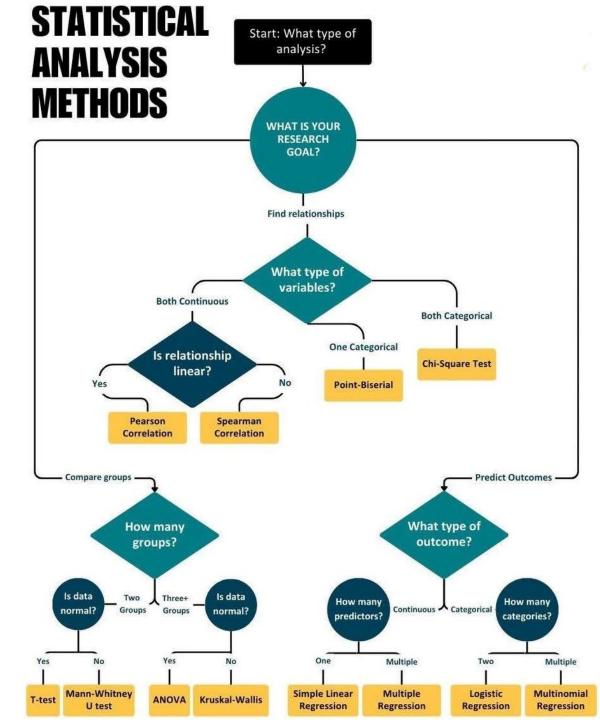
Regresná Analýza X



Čo sa naučíme?

- 1. Čo je to regresia?
- 2. Čo je to koeficient determinácie?
- 3. Ako sa používa a interpretuje?
- 4. Aké máme typy regresií?
- 5. Ako postupovať?
- 6. Ako používať regresiu v praxi?
- 7. Profit

Výber Štatistickej Metódy





- Štatistická technika
- Algoritmus používaný na predpovedanie alebo vizualizáciu a vzťah medzi dvoma rôznymi vlastnosťami/premennými
- Na modelovanie vzťahu medzi závislou premennou (predikovanou) a 1 alebo viacerými nezávislými premennými (prediktormi)
- Cieľom je predpovedať hodnoty závislej premennej na základe hodnôt nezávislých premenných

Regresný Koeficient Determin.



- Štatistická metrika
- Vyjadruje, ako dobre regresný model vysvetľuje rozptyl závislej premennej
- Do akej miery môžeme dôverovať modelu pri predpovedaní?
- Vlastnosti:
 - Rozsah hodnôt: 0 ≤ R² ≤ 1
 - R² = 1 model dokonale vysvetľuje všetky odchýlky (ideálny prípad)
 - R² = 0 model nič nevysvetľuje, predikcie sú ako náhodné
 - R² ≈ 0,7 70 % variability závislej premennej vysvetlených modelom
 - R² < 0,3 slabá vysvetľovacia schopnosť modelu
 - Ak R² = 0,85 → 85 % rozdielov v predajoch vysvetľuje reklama a len 15 % je spôsobených inými faktormi (napr. sezónnosťou, konkurenciou).

Regresný Koeficient Determin.



Vlastnosti:

- Hodnota sa pohybuje v rozmedzí 0 až 1
- R² ≈ 1 → model veľmi dobre vysvetľuje variabilitu závislej premennej
- R² ≈ 0 → model nevysvetľuje žiadnu variabilitu, predikcia je náhodná
- Vyjadruje podiel rozptylu vysvetleného modelom
- Citlivý na počet nezávislých premenných a pretrénovanie modelu (overfitting)
- Platí pre lineárnu aj viacnásobnú regresiu

Použitie:

- Hodnotenie presnosti predikčných modelov
- Vyhodnocovanie lineárnych regresných vzťahov v štatistike
- Odhad účinnosti vysvetľujúcich premenných pri predikcii výsledkov (napr. predaj vs. cena)

• Príklad:

- Ak model predpovedá predaj produktu na základe výšky investície do reklamy a R² = 0,85, znamená to, že 85 % variability predaja možno vysvetliť výškou reklamy.
- Zvyšných 15 % ovplyvňujú iné faktory (napr. konkurencia, sezóna).

Vlastnosť	r (korelácia)	R² (determinácia)
Rozsah hodnôt	-1 až +1	0 až 1
Smer vzťahu	Áno (kladný alebo záporný)	Nie (vždy nezáporné)
Typ analýzy	Vzťah	Presnosť vysvetlenia/predikcie
Lineárnosť	Meria priamo	Odvodzuje sa z r²
Použitie	Korelačná analýza	Regresná analýza

Regresný Koeficient Determin. \mathbb{R}^2

IT a Data Science

Veľkosť databázy a čas zálohovania
 Skúmanie vzťahu medzi veľkosťou databázy (v GB) a časom potrebným na zálohovanie (v min.)

Ak R² ≈ 0,85 → väčšie databázy majú lineárne vyšší

čas zálohovania

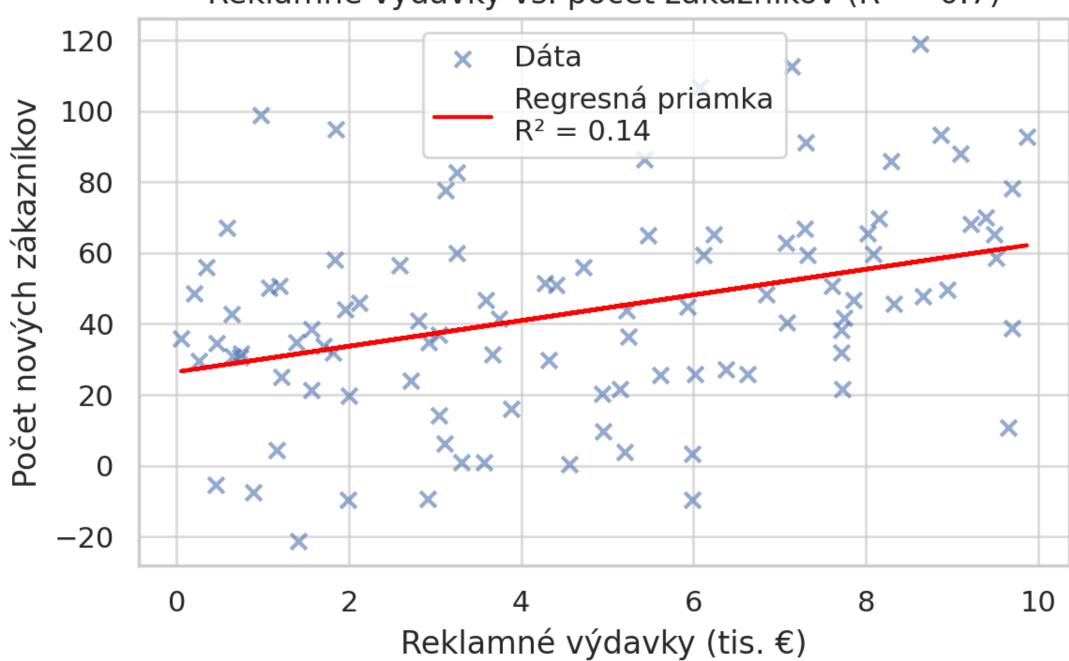
Počet commitov a výskyt bugov
 Analýza, či viac commitov (zmien v kóde) vedie k

vyššiemu počtu bugov • Ak R² ≈ 0,4 → slabšia pozitívna lineárna závislosť

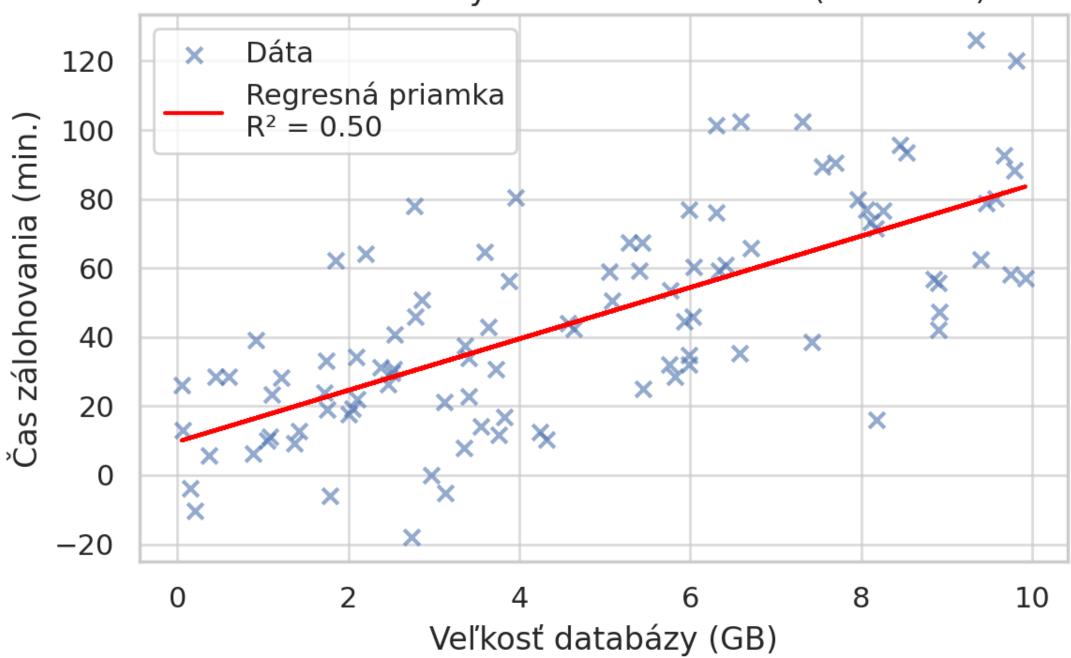
Marketing

- Počet newsletterov a miera odhlásenia
- Skúmanie, či častejšie zasielanie newsletterov zvyšuje mieru odhlásenia
- Ak R² ≈ 0,65 → viac e-mailov vedie k väčšiemu odlivu odberateľov
- Zľava (%) a objem predaja
 Analýza, či vyššia zľava vedie k vyššiemu predaju v kusoch
- Ak R² ≈ 0,9 → silná lineárna závislosť

Reklamné výdavky vs. počet zákazníkov ($R^2 \approx 0.7$)



Veľkosť databázy vs. čas zálohovania (R² ≈ 0.85)



Regresný Koeficient Determin. \mathbb{R}^2

Vzdelávanie

- Počet hodín učenia a výsledná známka

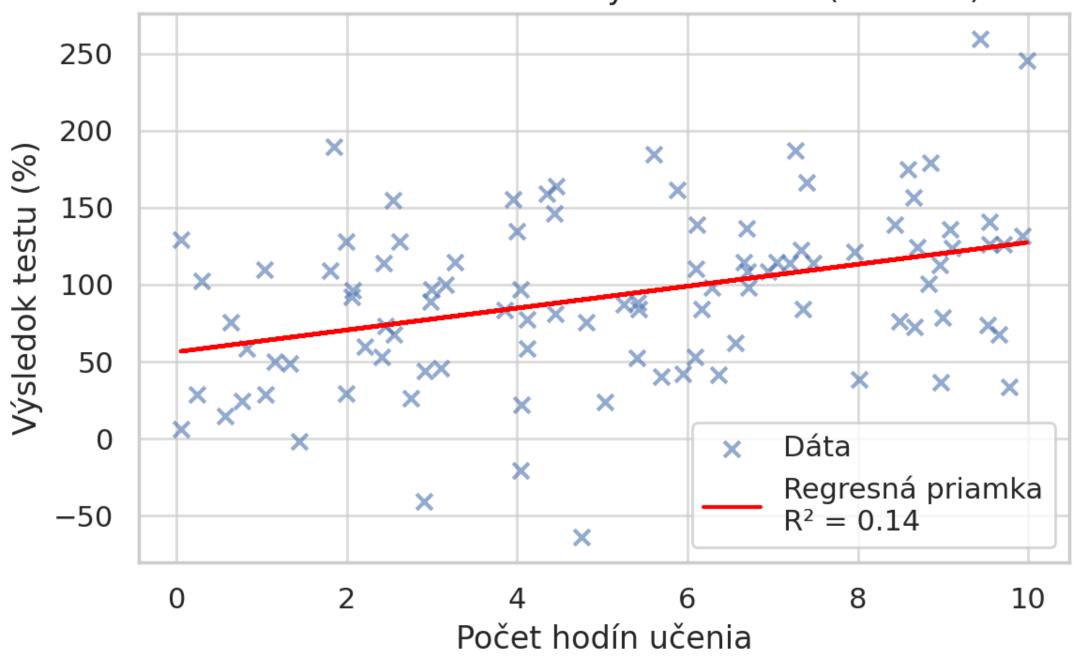
 Analýza, či viac učenia vedie k lepšiemu hodnoteniu

 Ak R² ≈ 0,7 → študenti, ktorí sa viac učia, dosahujú lepšie výslédky
- Vek študentov a výkonnosť v online kurzoch
 Skúmanie, či starší študenti dosahujú iné výsledky ako mladší
- Ak R² ≈ 0,3 → slabá závislosť

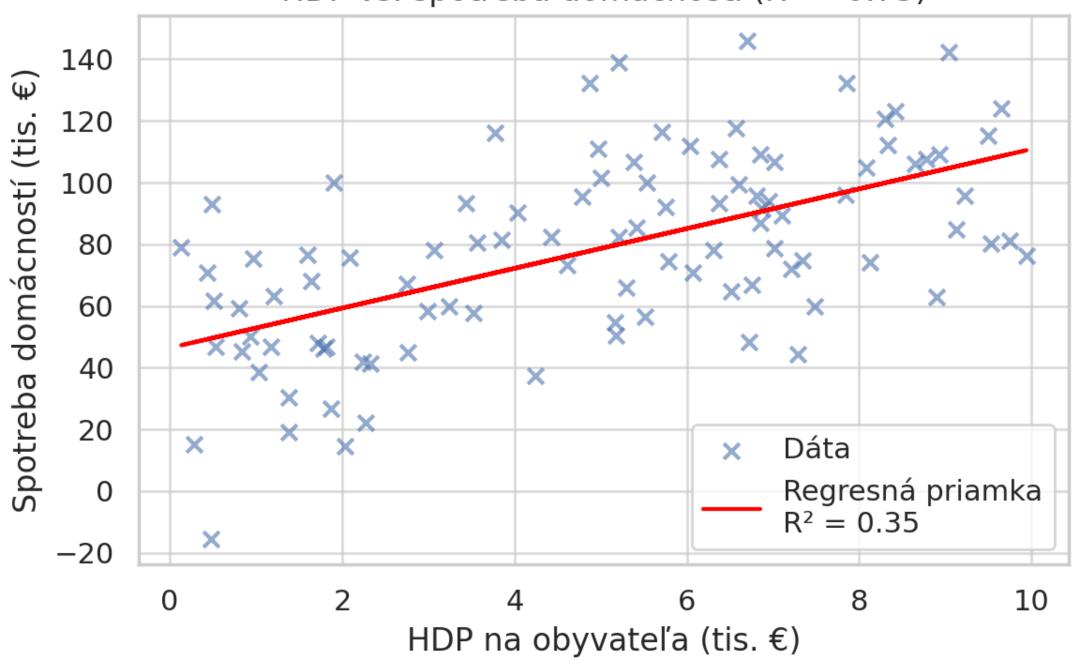
Ekonomika a financie

- HDP a spotreba domácností
 Analýza, ako rast HDP ovplyvňuje spotrebu domácností
- Ak R² ≈ 0,75 → vyšší HDP vedie k vyššej spotrebe
- Úroková sadzba a dopyt po hypotékach
 Skúmanie, či vyššia úroková sadzba znižuje počet
- žiadostí o hypotéky Ak R² ≈ 0,6 → mierna negatívna lineárna závislosť

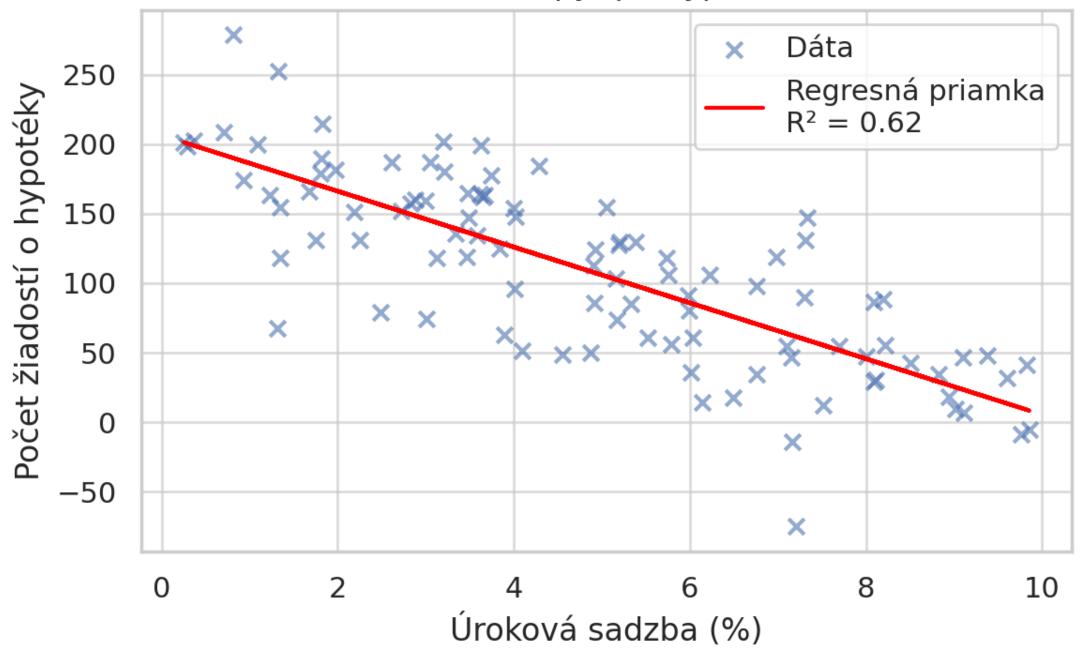
Počet hodín učenia vs. výsledok testu ($R^2 \approx 0.5$)



HDP vs. spotreba domácností ($R^2 \approx 0.75$)



Úroková sadzba vs. dopyt po hypotékach ($R^2 \approx 0.6$)

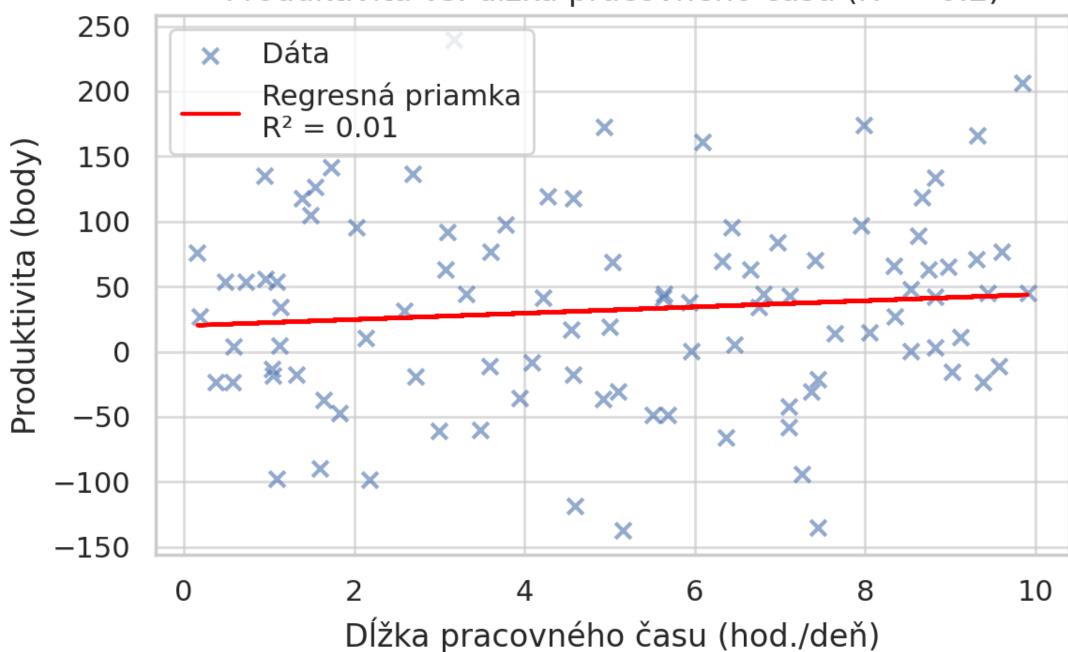


Regresný Koeficient Determin. R²

Manažment

- Počet porád a efektivita rozhodovania
- Skúmanie, či viac porád vedie k lepším rozhodnutiam
- Ak R² ≈ 0,3 → slabá až mierna závislosť (pri priveľa poradách nastáva zdržanie)
- ✓ Fluktuácia zamestnancov a spokojnosť s vedením
- Analýza vplyvu spokojnosti s vedením na mieru odchodov zamestnancov
- Ak R² ≈ 0,6 → silnejšia negatívna regresná závislosť (nízka spokojnosť vedie k vyššej fluktuácii)

Produktivita vs. dĺžka pracovného času (R² ≈ 0.2)



Základné Typy Regresie

1. Lineárna regresia

- Modeluje vzťah medzi závislou a nezávislou premennou ako priamku
- $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon$
- Predpovedanie ceny domu (Y) na základe jeho veľkosti (X)
- Používa sa, keď existuje očakávaný lineárny vzťah medzi 2 premennými

2. Viacnásobná lineárna regresia

- Modeluje vzťah medzi závislou premennou a viacerými nezávislými premennými
- $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_n X_n + \epsilon$
- Predpovedanie ceny domu (Y) na základe viacerých faktorov, ako sú jeho veľkosť (X₁), lokalita (X₂), počet izieb (X₃), a vek domu (X₄)
- Používa, keď je viacero faktorov (nezávislých premenných), ktoré ovplyvňujú predikciu závislej premennej

3. Logistická regresia

- Používa sa, keď je závislá premenná kategóriová (napríklad "áno" alebo "nie")
- Predpovedanie pravdepodobnosti, že zákazník vykoná nákup (Y = 1) alebo nie (Y = 0) na základe jeho demografických údajov (X)

Pokroč. Typy Regresie

4. Polynomiálna regresia

- Používa sa na modelovanie nelineárnych vzťahov medzi nezávislými a závislými premennými, keď lineárny model nedáva uspokojivé výsledky.
- $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \dots + \beta_n X^n + \epsilon$
- Predpovedanie cenovej závislosti akcie na čase, kde vzťah medzi časom a cenou nie je lineárny.
- Tento typ regresie sa používa, keď vzťah medzi premennými nie je lineárny, ale môže byť prispôsobený nelineárnym polynomiálnym vzorcom

5. Ridge regresia

- Je variantom viacnásobnej lineárnej regresie, ktorý pridáva regulárizačný člen, aby sa zabránilo overfittingu (prílišné prispôsobenie modelu dátam).
- Pri modelovaní s viacerými nezávislými premennými, kde je riziko, že model bude príliš presný (overfitting).
- Používa sa pri veľkých datasetoch, kde sa obávame multikolinearít alebo overfittingu

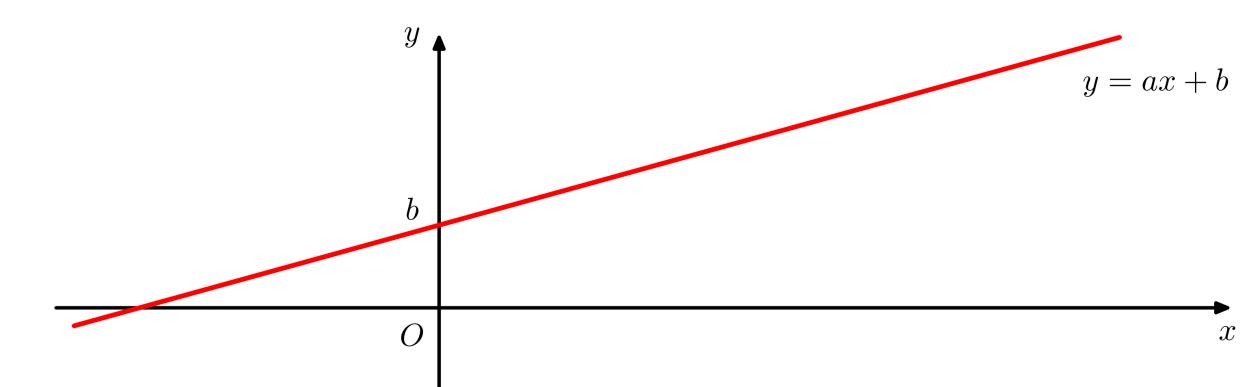
6. Lasso regresia

- Podobná ridge regresii, ale namiesto štvorcov koeficientov používa L1 reguláciu, čo spôsobuje, že niektoré koeficienty regresie môžu byť presne nula. To umožňuje selekciu vlastností.
- Lasso je vhodné, keď máme mnoho premenných a chceme sa zamerať len na najvýznamnejšie.

Lineárna funkcia – $f: y = \overline{ax + b}, \ a, b \in \mathbb{R}, \ a \neq 0$

$$\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}, \ \mathcal{H}(f) = \mathbb{R}.$$

Grafom je priamka so smernicou a, ktorá na osi y vytína úsek b.



Matematický Model Lineárnej Regresie

- 1. Y: Závislá premenná (predikovaná)
- 2. X: Nezávislá premenná (prediktor)
- 3. β_0 : Intercept (priesečník s osou Y)
- 4. β₁: Koeficient regresie (slope)
- 5. ε: Chyba modelu

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon$$

$$y=a_0+a_1x,$$

Regresné Koeficienty

Intercept (β_0)

- Hodnota, ktorú závislá premenná (Y) nadobúda, keď je hodnota nezávislej premennej (X) rovná 0.
 - Inými slovami, intercept je bod, kde regresná priamka pretína os Y.
 - Matematicky: $Y = \beta_0$, keď X = 0.
- Interpretácia:

Predstavuje počiatočnú hodnotu závislej premennej, keď nezávislá premenná nemá žiadny vplyv (napríklad cena produktu pri nulovej hodnote predaja).

Slope (β₁)

- Koeficient, ktorý určuje, ako veľmi sa zmení hodnota závislej premennej (Y) pri zmene nezávislej premennej (X) o jednotku.
 - Matematicky: Slope (β₁) udáva zmenu hodnoty Y pri zmene X o 1.
 - Predstavuje sklon priamky: ak je slope pozitívny, priamka stúpa, ak je negatívny, priamka klesá.
- Interpretácia:

Ak slope (β_1) je 2, znamená to, že pri zvýšení hodnoty X o 1 sa hodnota Y zvýši o 2. Ak je β_1 -3, znamená to, že pri zvýšení hodnoty X o 1 sa hodnota Y zníži o 3.

Regresná Rovnica

- Regresná rovnica môže vyzerať napr. takto: Y = 5+2X
- A. Intercept ($\beta_0 = 5$): Ak X = 0, potom Y = 5 (počiatočná hodnota Y).
- B. Slope (β₁ = 2): Každé zvýšenie X o 1 spôsobí, že Y sa zvýši o 2.

 Tento model teda vyjadruje lineárny vzťah medzi X a Y, kde intercept je 5 a slope je 2.

Ako Postupovať?

1. Identifikovať premenné

· Určiť závislú a nezávislé premenné.

2. Vytvoriť model

· Určiť, aký typ regresie je najvhodnejší.

3. Vyhodnotiť model

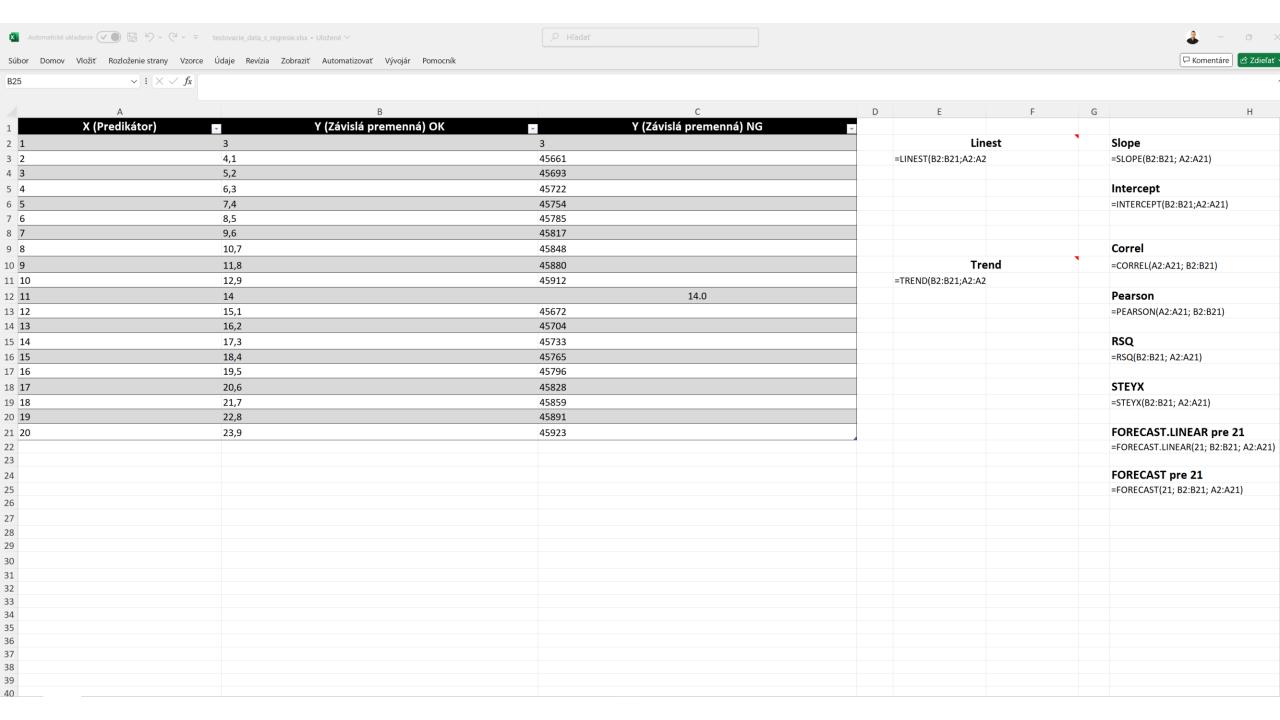
 Použiť metódy ako R^2, F-test alebo p-hodnoty na testovanie účinnosti modelu.

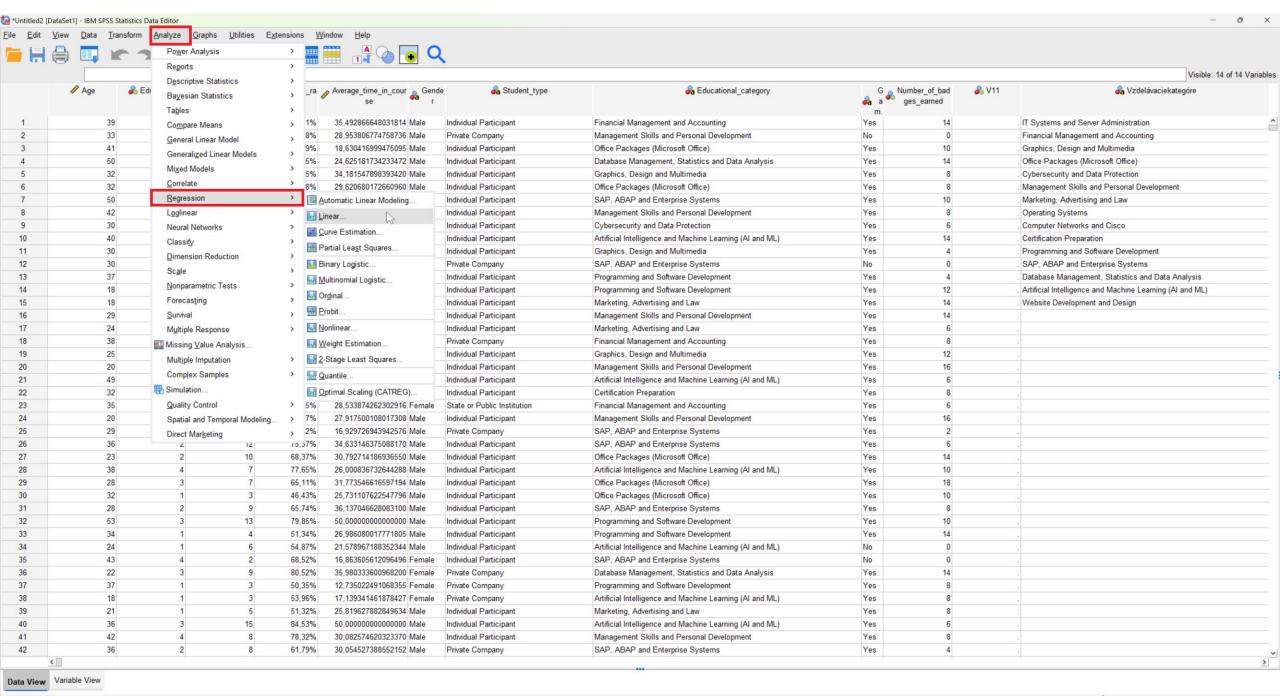
4. Predikcia

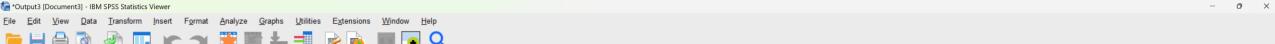
· Použiť model na predpovedanie neznámych hodnôt závislej premennej.

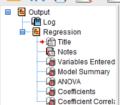
Microsoft Excel Regresia

Typ Regresie	Funkcia	Popis
Lineárna regresia (jednoduchá) 📈	LINEST	Vypočíta regresné koeficienty (slope, intercept) pre lineárnu regresiu.
Predikcia pomocou lineárnej regresie 📊	TREND	Predpovedá hodnoty Y na základe existujúcich hodnôt X.
Korelačný koeficient medzi X a Y 🔗	CORREL	Vypočíta koreláciu medzi dvoma premennými, ukazuje silu vzťahu.
Koeficient determinácie (R²) 📉	RSQ	Ukazuje, ako dobre model vysvetľuje variabilitu v závislej premennej.
Sklon regresnej priamky (slope)	SLOPE	Vypočíta sklon regresnej priamky (koeficient eta_1).
Intercept (priesečník s osou Y) 👄	INTERCEPT	Vypočíta hodnotu interceptu regresnej priamky (priesečník s osou Y).
Štandardná chyba odhadu	STEYX	Vypočíta štandardnú chybu predikcie regresného modelu.
Predikcia nových hodnôt (lineárna) 🎯	FORECAST.LINEAR	Predpovedá hodnoty Y pre nové hodnoty X na základe lineárnej regresie.
Pokročilá analýza údajov	Data Analysis Toolpak → Regression	Komplexná analýza regresie s rôznymi štatistikami.
Staršia verzia predikcie 🚇	FORECAST	Predpovedá hodnoty Y pre nové hodnoty X (staršia verzia FORECAST.LINEAR).









→ Regression

Variables Entered/Removed^a

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	Number_of_b adges_earne d, Age, Courses_tak en, Education b		Enter

- a. Dependent Variable: Completion_rate
- b. All requested variables entered.

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,879ª	,772	,772	4,96301%

 a. Predictors: (Constant), Number_of_badges_earned, Age, Courses_taken, Education

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	449605,954	4	112401,488	4563,320	,000 ^b
	Residual	132936,280	5397	24,632		
	Total	582542,233	5401			

- a. Dependent Variable: Completion_rate
- b. Predictors: (Constant), Number_of_badges_earned, Age, Courses_taken, Education

Coefficients^a

		Unstandardize	d Coefficients	Standardized Coefficients			95,0% Confider	nce Interval for B
Model		В	Std. Error	Beta	t	Sig.	Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	40,035	,327		122,442	,000	39,394	40,676
	Age	,000	,007	,000	,065	,948	-,014	,015
	Education	5,048	,072	,512	70,582	,000	4,907	5,188
	Courses_taken	1,983	,025	,556	80,147	,000	1,934	2,031
	Number_of_badges_ear ned	-,008	,014	-,004	-,587	,557	-,035	,019

a. Dependent Variable: Completion_rate

Coefficient Correlations

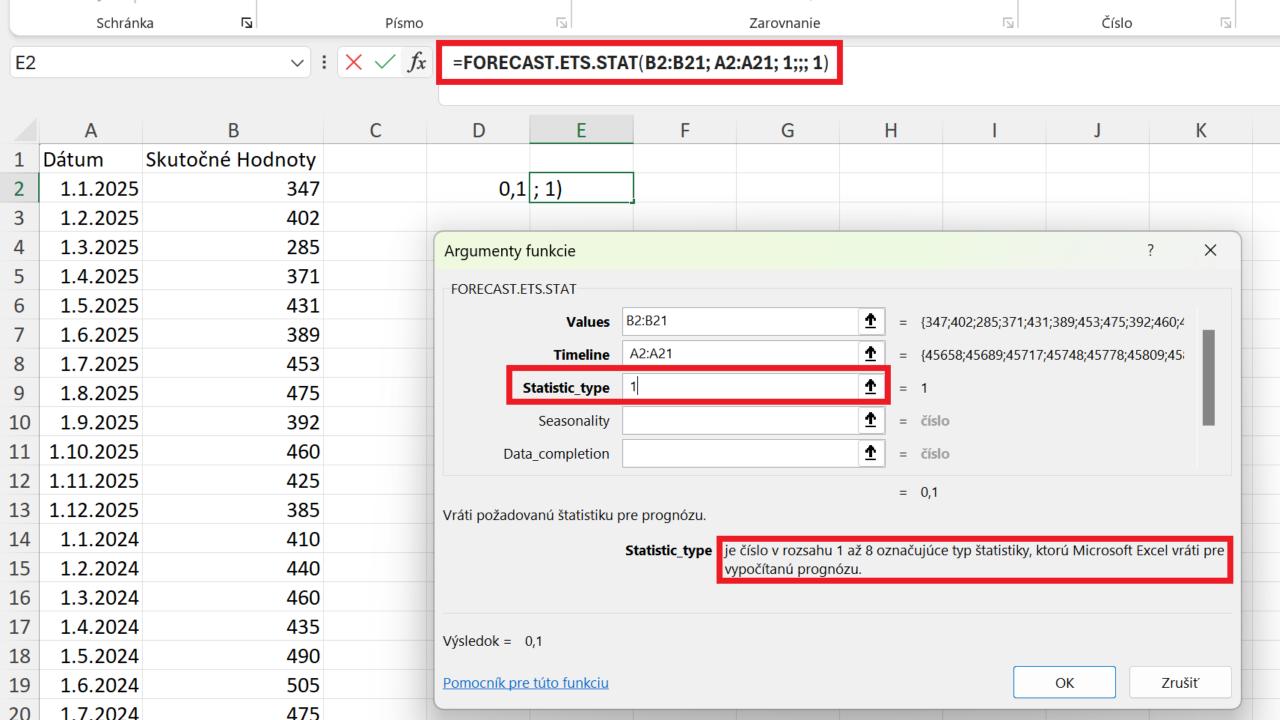
Model			Number_of_b adges_earne d	Age	Courses_tak en	Education
1	Correlations	Number_of_badges_ear ned	1,000	-,001	-,001	,020
		Age	001	1.000	001	289

Regresia a Časové Rady



Microsoft Excel Regresia a Časové Rady

Funkcia	Popis	Príklad použitia
LOGEST 🕌	Exponenciálna regresia	=LOGEST(B2:B21, A2:A21, TRUE, TRUE)
FORECAST.ETS III	Predikcia časového radu s ETS	=FORECAST.ETS(A22, B2:B21, A2:A21, 1, TRUE, 1)
FORECAST.ETS.CONFINT	Interval spoľahlivosti predikcie	=FORECAST.ETS.CONFINT(A22, B2:B21, A2:A21, 1, TRUE, 1)
FORECAST.ETS.STAT	Štatistika ETS modelu	=FORECAST.ETS.STAT(A22, B2:B21, A2:A21, 1, 1, TRUE, 1)
FORECAST.ETS.SEASONALITY	Sezónnosť modelu	=FORECAST.ETS.SEASONALITY(B2:B21, A2:A21, 1, TRUE, 1)



FORECAST.ETS.STAT (funkcia)

► Applies To

Tu je vaša bezplatná skúšobná verzia služby Microsoft 365

Odomknúť >

Dôležité: Funkcia FORECAST. ETS. Stat nie je k dispozícii v Exceli pre web, iOS alebo Android.

Vráti štatistickú hodnotu ako výsledok predpovedaného časového radu.

Typ štatistiky označuje štatistiku, ktorá sa pri tejto funkcii vyžaduje.

Syntax

FORECAST.ETS.STAT(hodnoty; časová_os; typ_štatistiky; [sezónnost]; [dopĺňanie_údajov]; [agregácia])

Syntax funkcie FORECAST.ETS.STAT obsahuje tieto argumenty:

- Hodnoty Povinný argument. Hodnoty sú historické hodnoty, pre ktoré chcete predpovedať ďalšie body.
- Časová os Povinný argument. Nezávislé pole alebo rozsah číselných údajov. Medzi dátumami na časovej osi musí byť konzistentný krok, nula sa nesmie použiť. Časovú os nie je potrebné zoradiť, keďže funkcia FORECAST.ETS.STAT ju pre výpočty zoradí implicitne. Ak v zadanej časovej osi nie je možné identifikovať konštantný krok, funkcia FORECAST.ETS.STAT vráti chybu #ČÍSLO! . Ak časová os obsahuje duplicitné hodnoty, funkcia FORECAST.ETS.STAT vráti chybu #HODNOTA! . Ak rozsahy na časovej osi nemajú rovnakú veľkosť ako hodnoty, funkcia FORECAST.ETS.STAT vráti chybu #NEDOSTUPNÝ.
- Typ_štatistiky Povinný argument. Je to číselná hodnota medzi 1 a 8 označujúca, ktorá štatistika sa

Môžu sa vrátiť nasledujúce voliteľné štatistiky:

- Alfa parameter algoritmu ETS Vráti parameter základnej hodnoty vyššia hodnota dáva aktuálnym údajovým bodom väčšiu váhu.
- Beta parameter algoritmu ETS Vráti parameter s hodnotou trendu vyššia hodnota dáva aktuálnemu trendu väčšiu váhu.
- Gama parameter algoritmu ETS Vráti parameter s hodnotou sezónnosti vyššia hodnota dáva aktuálnemu sezónnemu obdobiu väčšiu váhu.
- Metrika MASE Vráti chybu metriky MASE- ide o mieru presnosti prognóz.
- **Metrika SMAPE** Vráti chybu metriky SMAPE ide o mieru presnosti fungujúcu na základe chýb percentuálnych hodnôt.
- **Metrika MAE** Vráti chybu metriky MAE ide o mieru presnosti fungujúcu na základe chýb percentuálnych hodnôt.
- Metrika RMSE Vráti chybu metriky RMSE ide o mieru rozdielnosti medzi predpovedanými a pozorovanými hodnotami.
- Štatistika Step size detected Vráti štatistiku step size detected na historickej časovej osi.

Stiahnutie vzorového zošita

Kliknutím na toto prepojenie si môžete stiahnuť zošit s príkladmi excelovej funkcie FORECAST.ETS

Typy Štatistík 1

1. RMSE (Root Mean Square Error)

- Štandardná štatistika, ktorá sa používa na meranie rozdielu medzi predikovanými a skutočnými hodnotami.
- Ukazuje, aký je priemerný štvorcový rozdiel medzi skutočnými a predikovanými hodnotami.
- Nižšia hodnota RMSE znamená lepšiu predikciu.

2. MAD (Mean Absolute Deviation)

- Meria priemerný absolútny rozdiel medzi skutočnými a predikovanými hodnotami.
- Používa sa na vyhodnotenie variability predikcií.
- Čím nižší je MAD, tým presnejšie sú predikcie.

3. MSE (Mean Squared Error)

- Podobný RMSE, ale meria priemerný štvorcový rozdiel medzi skutočnými a predikovanými hodnotami bez aplikácie druhej odmocniny.
- MSE je veľmi citlivý na veľké chyby.
- Vyššia hodnota MSE znamená väčšie rozdiely medzi skutočnými a predikovanými hodnotami.

Typy Štatistík 2

4. SMAPE (Symmetric Mean Absolute Percentage Error)

- Metóda, ktorá hodnotí percentuálnu odchýlku medzi skutočnými a predikovanými hodnotami. Je symetrická, takže penalizuje nadpredikciu aj podpredikciu rovnako.
- Je vhodný na porovnávanie predikcií medzi rôznymi datasetmi. Je to percentuálne vyjadrenie rozdielu, ktoré je upravené na rovnaký rozsah.

5. APE (Absolute Percentage Error)

- Absolútny percentuálny rozdiel medzi skutočnými a predikovanými hodnotami.
- APE je užitočné na vyhodnotenie relatívnej chyby.
- Vyššia hodnota znamená väčší rozdiel v percentách medzi skutočnými a predikovanými hodnotami.

6. Theil's U-statistic

- Štatistika na meranie presnosti predikcií.
- Porovnáva rozdiel medzi skutočnými hodnotami a predikciami z dvoch rôzny
- Tento ukazovateľ je vhodný na porovnávanie rôznych predikčných modelov, pričom hodnoty blízke 0 naznačujú, že model je veľmi presný.