

Newtonová metóda riešenie rovníc

Miroslav Kurka

Dept. of Biophysics

Pavol Jozef Šafárik University in Košice

Slovakia

24. novembra 2022

1 Úloha

Newtonovou metódou riešte rovnicu

$$\cos 2x - 3 \sin(x) = 2 - 4x$$

s použitím počiatočnej hodnoty $x(0) = 1$. Koľko iterácií je potrebných na dosiahnutie presnosti na 6 desatinných miest? Výsledok porovnajte s výsledkom obdržaným pomocou Octavovskej funkcie *fsolve*.

1.1 Teória

Newtonovu metódu, nazývanú tiež metóda dotýčníc, môžeme použiť na riešenie rovnice $f(x) = 0$ ak je funkcia dvakrát diferencovateľná a funkcia $f(x)$ v intervale $\langle a, b \rangle$ nemení znamienko (je nenulová), pričom zároveň platí $f(a)f(b) < 0$ ($\langle a, b \rangle$ je interval separácie)[1]

Zostrojme dotýčnicu v arbitrárne zvolenom bode x_0 :

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

zaujíname sa o priesečník dotýčnice s osou x, teda môžeme dosadiť $f(x) = 0$. Rovnica vyzerá nasledujúco $f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = 0$. Po úprave a zovšeobecnení indexov získavame rekurentný vzťah:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Týmto spôsobom vieme aproximovať riešenie funkcie s odchýlkou závislej na počte iterácií.

1.1.1 Algoritmus

Zadefinujeme prvú iteráciu a počiatočný bod a premennú i , ktorá bude držať počet iterácií. Následne cez balík *symbolic* definujeme funkciu ku ktorej aproximujeme riešenie a deriváciu tejto funkcie. V cykle while uvedieme ako podmienku dostatočného riešenia: absolútna hodnota rozdielu výsledkov x po sebe idúcich iteračných krokoch je väčšia ako 10^{-6} . V cykle prechádzujeme x_n na x_{n+1} a vypočítame x_{n+1} . K premennej i pripočítame 1. Výsledok uložíme do premennej a zmeníme typ na *double*. Vypočítame tú istú rovnicu cez matlab definovanú funkciu *fsolve*.

1.2 Výsledky

Pri výpočte sa vyskytol problém dosadzovania do funkcií z balíka *symbolic*, ktorý bol vyriešený premennou typu na *double*. Po siedmych iteráciách sa while cyklus zastavil. Dostali sme výsledok *my_result* = 1.494976 a následne výsledok z funkcie *fsolve* *matlab_calculation_result* = 1.494976.

1.3 Záver

Na presnosť 6 desatinných miest sa naša implementácia od natívnej funkcie *fsolve* nelíši. Je potrebných 7 iterácií aby sme dosiahli presnosti funkcie *fsolve*.

Literatúra

- [1] Buša, J., Pirč, V. and Schrötter, Š. (no date) *Numerické metódy, pravdepodobnosť a matematická štatistika*