

Дерево отрезков

$a = [1 \ -2 \ 5 \ 8 \ 7 \ 3 \ 6]$

преп.
с 0 индекси

• $l \ r \rightarrow a_l + a_{l+1} + \dots + a_r$ (RSQ) $[1 \ -1 \ 4 \ 12 \ 18 \ 22 \ 28]$

• $p \ x \rightarrow a_p = x$

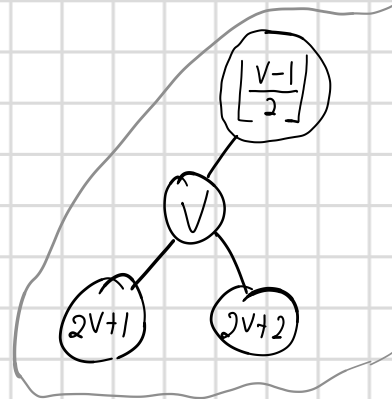
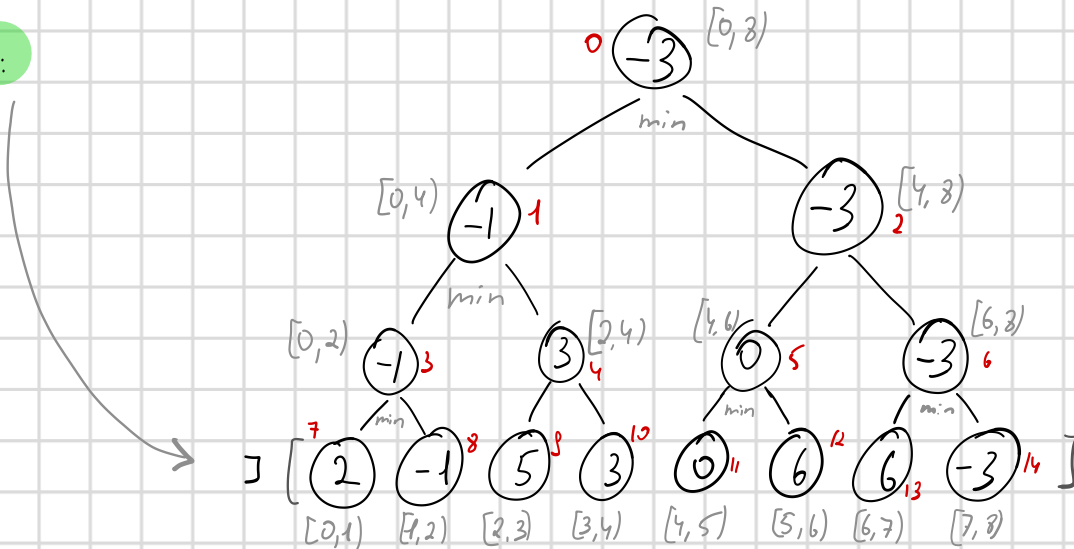
• $l \ r \rightarrow \min(a_l, a_{l+1}, \dots, a_r)$ (RMQ)

Как генерить?

1) $\min \ l \dots r$

2) Change $p \rightarrow x$

Пр:



$$n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \frac{n}{8} + \dots + 1 \leq 2n$$

\Rightarrow занимает $O(n)$ памяти

a - исходн. массив

t - дерево

построим t по a рекурсивно

build (v, l, r):

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + O(1)$$

[l, r)

$$m = \lfloor \frac{l+r}{2} \rfloor$$

if r-l==1:

$$v[l] = a[l]$$

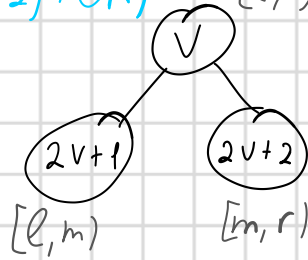
return

$$m = \lfloor \frac{l+r}{2} \rfloor$$

build (2v+1, l, m)

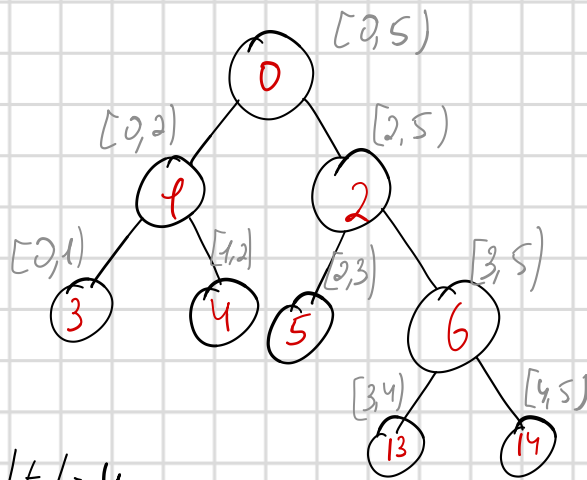
build (2v+2, m, r)

$$t[v] = \min(t[2v+1], t[2v+2])$$



если нужна не очередь?

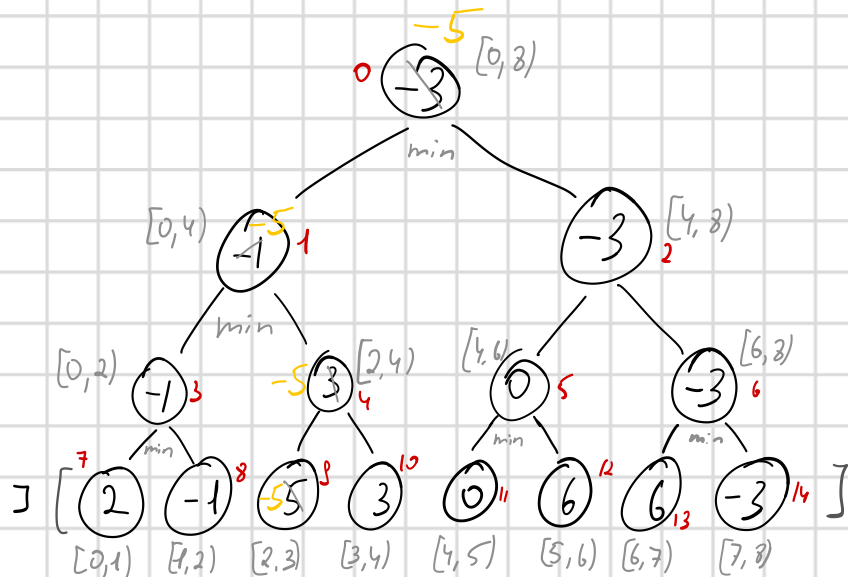
$$|a| = 6$$



для такого можно $|t| = 4n$ памяти

Определить:

$$2) \quad p = 2 \quad x = -5$$



change(v, l, r, p, x): $O(\log n)$

if $r - l == 1$:

$t[v] = x$

return

$m = (l + r) / 2$

if $p < m$:

change($2v+1, l, m, p, x$)

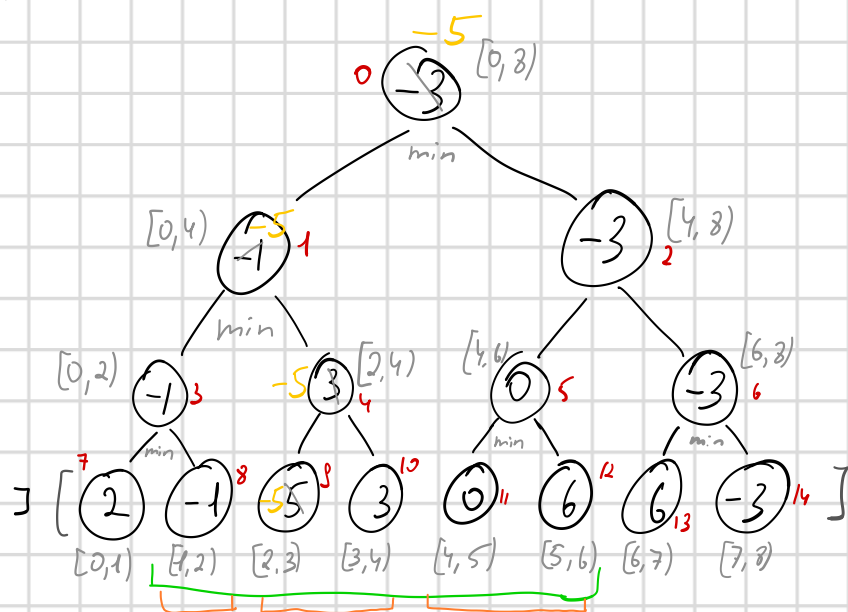
else:

change($2v+2, m, r, p, x$)

$t[v] = \min(t[2v+1], t[2v+2])$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + O(1)$$

1) $l = 1, r = 6$

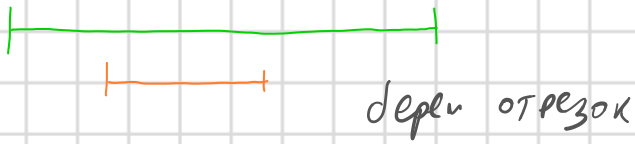


Смысл:

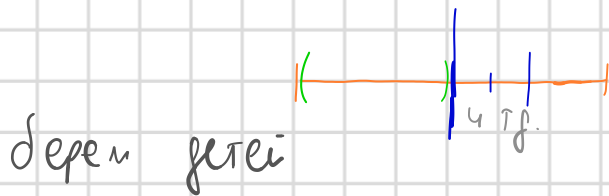
1) q_l q_r l v r

справы налево

2)



3)


 $\text{get}(v, l, r, q_l, q_r):$

 if $(q_r \leq l \parallel r \leq q_l):$

 return $+\infty$

 if $(q_l \leq l \&\& r \leq q_r):$

 return $t[v]$
 $m = (l+r)/2$

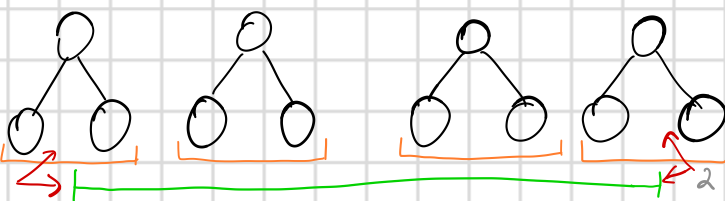
 return $\min(\text{get}(2v+1, l, m, q_l, q_r), \text{get}(2v+2, m, r, q_l, q_r))$

 факт: $O(\log n)$ (не факт)

 факт: $\forall (q_l, q_r)$ можно разбить на $< 2 \cdot \log_2 n$ вершин в дереве от-ов.

 факт: Ф-е фет делит $< 4 \cdot \log_2 n$ рекур. вызовов.

▷ (2) по индукции

 База: корень — 1 базис $1 \leq 4$


i-й слой

Уточ:

$O(n)$ поиск

$O(n)$ переноса (построение)

$O(\log n)$ запрос