Преобразование медиуса.

x, y

П.Ж.: $xy \oplus x \oplus 1$

$a_{11} \, xy \oplus a_{10} x \oplus a_{01} y \oplus a_{00}$

$$\bigoplus_{s \in B^n} a_s \bigwedge_{i:\, s[i]=1} x_j = \bigoplus_{s \leq x} a_s$$

$f: B^n \to B$

$\forall i : s[i] = 1 \Rightarrow x_i = 1$ чтобы a_s учлось в $\oplus$

$\Downarrow$

$s[i] \leq x_j$

$$a \lor b = ab \oplus a \oplus b$$

$a_{00} = 0 \qquad f(11) = 1$

$a_{01} = 1$

$a_{01} = 1 \qquad f(01) = a_{01} \oplus a_{00} = 1$

$a_{11} = 1$

Как сделать обратное

$$a_t = \bigoplus_{x \leq t} f(x) = \bigoplus_{x \leq t} \left(\bigoplus_{s \leq x} a_s \right) = \bigoplus_{s \leq x \leq t} a_s = a_t$$

переключени

$\downarrow \quad \downarrow \qquad \qquad \downarrow$

s	0	0	0	1	1	0	...
t	0	1	1	1	1	1	...

$\checkmark$ 1) $s \leq t$ выл. 0 раз

2) $s = t$ выл. 1р. $x = s = t$

3) $s \leq t$, $t \neq s$ четное $\Rightarrow$ все взаимоуничтожатся

$\exists$ K переключени

2^k слагаемых a_s

$f = \downarrow$

	f	
0 0	1	$a_{00} = 1$
0 1	0	$a_{01} = 1$
1 0	0	$a_{10} = 1$
1 1	0	$a_{11} = 1$

$f = \uparrow$

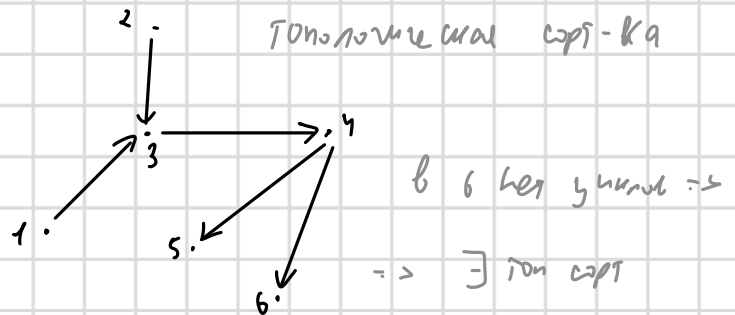|		
0 0	1	$a_{00} = 1$
0 1	1	$a_{01} = 0$
1 0	1	$a_{10} = 0$
1 1	0	$a_{11} = 1$

Схемы из функциональных эл-ов.

Графы

Граф — отношение
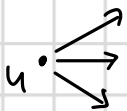
V — вершина

если отнош-е сим-но то граф неориентирован

— // не // — // · // — // — // ориент

$$V \longrightarrow u$$

циклический путь

Топологическая сорт-ка

в 6 нет цикл =>

=> ∃ топ сорт

$$f : V \to \{1 \dots n\} \text{ — инъекция}$$

$$u \overset{1}{\longrightarrow} \overset{2}{v}$$

$$f(u) < f(v)$$
если $u \to v$
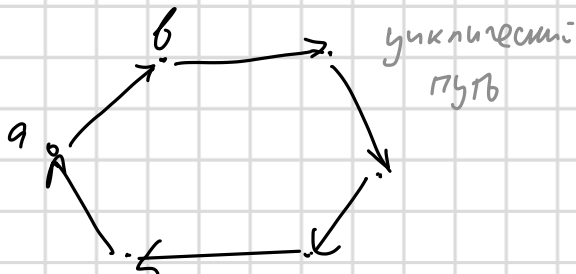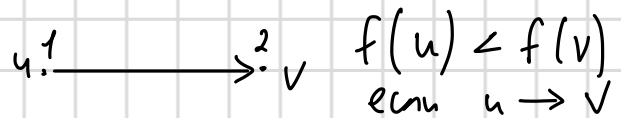
докажем если нет циклов => ∃ сток

n раз, которые не посещённые

сток

если нет цикла, то n шагов не сделаем

идём и если нет циклов то придём в сток

Инд-ия по n

Схема орьен. графа без циклов

- аргументы (вызорер)
- внутренне (дэл. ф-ие, # входов = арность) = функц. тл.
- выход
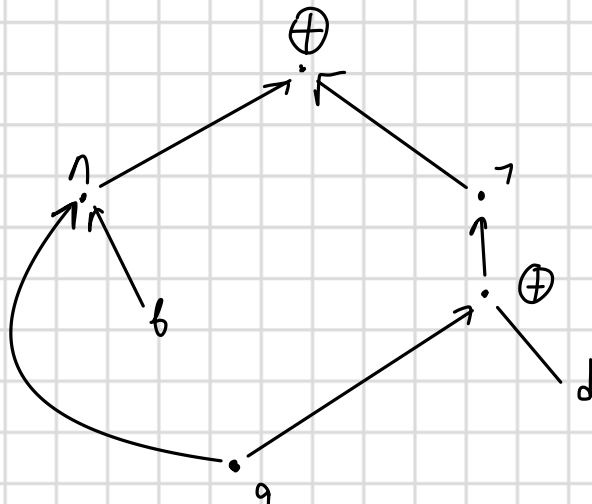
$a \oplus b$ над $\{ \neg \wedge \vee \}$

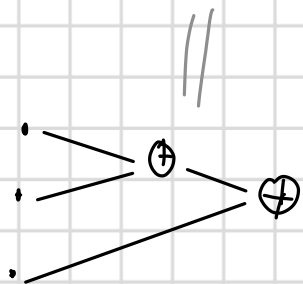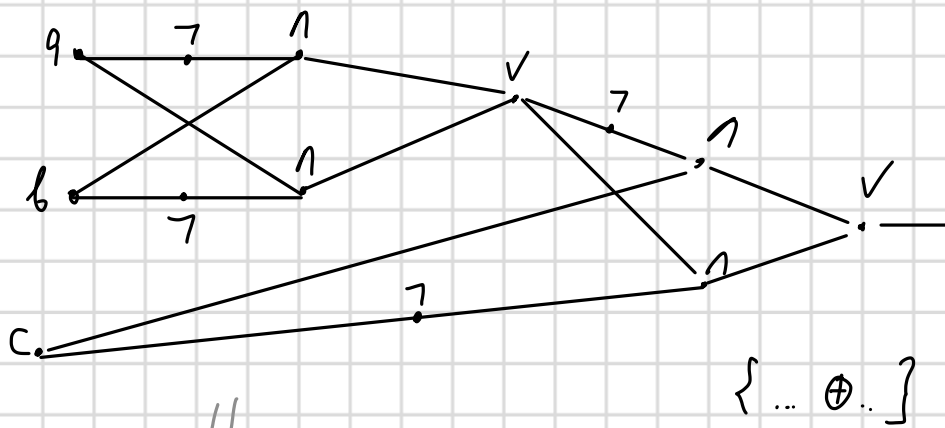$a \oplus b = (\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)$
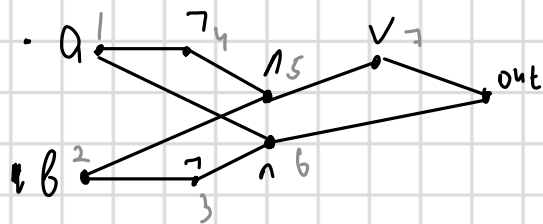
Вычисление

- обходим граф в Top sort
- верш. $-$ арг
  знач $-$ знач. арг
- верш. $-$ вн : f (сыновей)   // дейн вычислены

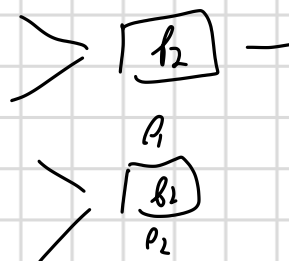$$(a \wedge b) \oplus \neg (a \oplus d)$$

$a \oplus b \oplus c$

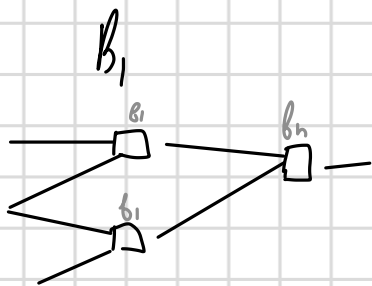$\{ \ldots \oplus \ldots \}$

B схемах асимптотика не меняется

$size_B f$ — размер
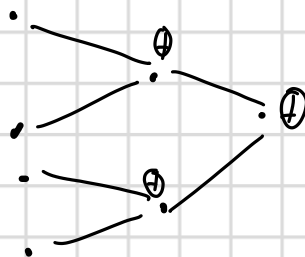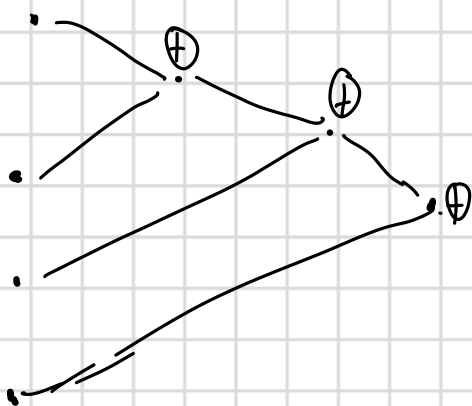

$c = \max(b_2, b_1)$

$$size_{B_1} f \leq size_{b_2} f \cdot c,$$

$$\frac{1}{c_2} size_{b_2} f \leq size_{B_1} f$$

$$size_B f \overset{\varphi\text{-ия}}{=} \min size_B S$$

Глубина схемы — наиб путь

$depth_B S$ — глубина графа

$depth_B f$ — $\min depth_B S$

S — Схема

$\exists c_1 c_2 \qquad c_1 depth_{B_1} f < depth_{B_2} f \le c_2 depth_{B_1} f$