Теория графов

Опр.: Неориентированный граф

V — мн-во вершин, E — мн-во ребер

$E \subset V \times V /_{\sim} \setminus \{(u,u)\}$ ← факторизованное по $\sim$

$(u,v) \overset{\text{экв.}}{\sim} (v,u)$

Путь

$P: \; u_0 e_1 u_1 e_2 \ldots u_2 \ldots e_k u_k \,, \; e_i = u_{i-1} u_i$

k - длина пути, $k = |P|$, $k = len(P)$

Опр.:

путь наз. простым если он посещает каждую вершину не более 1 раза

Опр.:

путь наз. реберно-простым если он не посещает одно и тоже ребро 2 раза

Опр.:

путь наз. циклическим, если его первая и последняя вершина совпадает $u_0 = u_k$

Правила:

1) $P = u_0 e_1 u_1 \ldots u_{k-1} e_k u_k = u_0$

$Q = u_i e_{i+1} u_{i+1} \ldots e_k \overset{u_0}{u_k} e_1 u_1 \ldots e_i u_i$

$P \sim_c Q$ (равны с точностью до циклического сдвига)

2) $R = u_0 e_k u_{k-1} \ldots u_1 e_1 u_0 \quad = P$ (равенство зеркального отражения)

3) $u_i e_{i+1} u_{i+1} e_{i+2} u_{i+2}$ (не проходит по одному и тому же ребру

$e_{i+1} \neq e_{i+2}$, $u_i \neq u_{i+2}$ 2 раза подряд в разных направлениях)

$\exists\, u, Q, P$

$P: u \rightsquigarrow v$ (путь P соединяет вершину u с v / либо просто $\exists$ какой-то путь)

$Q: v \rightsquigarrow w$

$\Rightarrow u e_1 \ldots e_k v \ldots v f_1 \ldots f_e w$

$P \circ Q$ ← конкатенация путей P и Q

Теорема

Отнош. $\rightsquigarrow$ в неор. графе явл. отнош. экв-и

Классы эквив. — компоненты связности

Опр.:

две вершины u и v — реберно двусвязны, если $\exists$ два реберно непересекающихся пути $u \rightsquigarrow v$

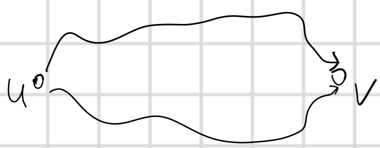
Теорема

Отношение реберной двусвязности явл. отнош. экви-и

▷ 1) рефлексивность

u и u нету ребер $\Rightarrow$ да

2) симметричность

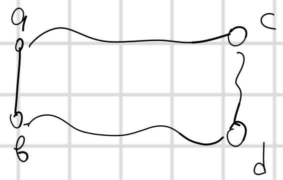


Т.к. неориент. граф

3) транзитивность на лекции

Опр.:

два ребра ab и cd явл. вершинно двусвязными если $\exists$ два вершинно непересекающихся пути соединяющих их концы



явл. отнош. эквив-ти

Опр.:

вершина наз. точкой сочленения если она лежит сразу в нескольких компонентах вершинной двусвязности