

Булевы функции

B - булеан ($об_{0,1}$)
 $\{0,1\}$

$$f: B^n \rightarrow B$$

Задание дил. ф-ии

	x	y	z	f
1.	0	0	0	0
	0	0	1	1
	0	1	0	1

2^n	1	1	1	0

2^n

$$\hat{f} = 01101...1 \text{ (вектор функции)}$$

Сколько n-арных функций?

$$2^{2^n}$$

Пр. ф-ии:

при $n=0$

...	f
	0

 $\rightarrow \mathbb{D}_0$

при $n=1$

x	f
0	0
1	0

 $\rightarrow \mathbb{D}_1$ тожд. конст

2.

...	f
	1

 $\rightarrow \mathbb{I}_0$

4.

x	f
0	1
1	1

 $\rightarrow \mathbb{I}_1$ тожд. ед

5. дизъюнкция

x	y	\vee
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$a \vee b = a + b$$

6. конъюнкция

x	y	\wedge
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$a \wedge b = a \cdot b$$

7. исключающее "или" (xor)

x	y	\oplus
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$a \oplus b = a \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b$$

8. Импликация

x	y	\rightarrow
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$a \rightarrow b = \overline{a} + b$$

9. Импликация в обе

x	y	\leftarrow
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

10. Стрелка нисса (не илн)

nor

x	y	\downarrow
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

$$x \downarrow y = \overline{x \vee y} = \overline{x} \wedge \overline{y}$$

11. Истинная Импликация (не и)
nand

x	y	\uparrow
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$a \uparrow b = \overline{a \wedge b} = \overline{a} \vee \overline{b}$$

12. Эквивалентность

x	y	$=$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

13. Мажоранта Ломикова

x	y	z	$\langle x y z \rangle$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

14. Switch

x	y	z	
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$x ? y : z$

если $x=1$, то y
иначе z

Формулы

аргумент

"X" - формула

"0", "1" - формула

F - набор функций $\{ \neg, \wedge, \vee \}$

$\{ \neg, <, > \}$

$f: B^k \rightarrow B$ ← k аргументов

$f \in F$

$\text{и } d_1 \dots d_k \rightarrow f(d_1 d_2 \dots d_k) - \text{формула}$

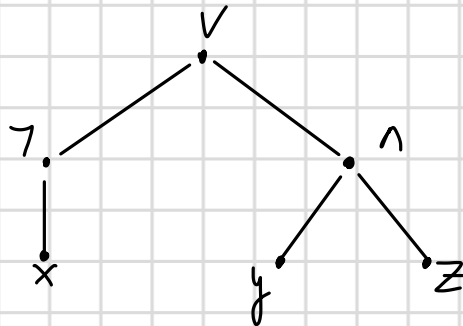
функция — объект \longleftrightarrow формула $x \rightarrow y$
 \longleftrightarrow строка $\neg x \vee y$

Приоритеты:

- 1) \neg
- 2) \wedge
- 3) \vee
- 4) скобки

Дерево разбора

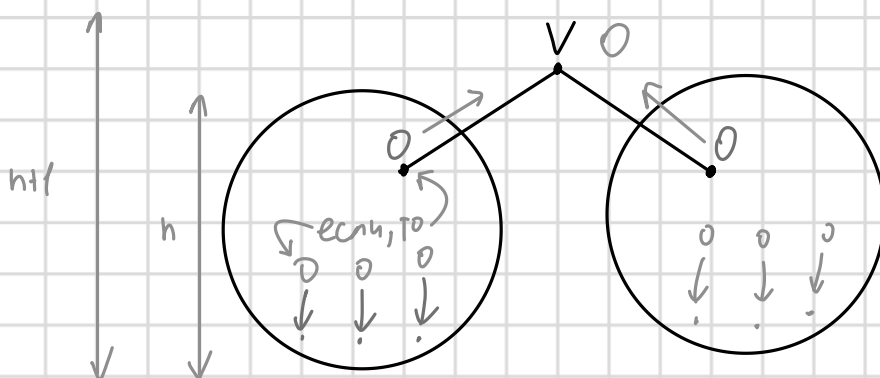
$\neg \neg x \vee y \wedge z$



\neg — ф-ла содержит „ x “ и „ \vee “ — $f(\dots)$

зок-м $f(0 \dots 0) = 0$

если глубина дерева раз-ра $f \leq n$, то $f(0 \dots 0) = 0$



СДНФ

$\{ \vee, \wedge, \neg \}$ СДНФ (каждый арг-т в скобке по разу)
 (совершенная дизъюнктивная нормальная форма)
 $(x \wedge \dots \wedge \dots) \vee (\dots \wedge \dots \wedge \dots) \vee (\dots) \vee (\dots)$

\vec{x}	f
00	0
01	1
10	0
11	1

формула: " $(\vec{x} = 01) \vee (\vec{x} = 11)$ "

$$\vec{x} = 01 = (x=0 \wedge y=1) = (\neg x \wedge y)$$

$$\text{" } \frac{x y}{x y} = 01$$

$$\text{в СДНФ} \\ x_i = 0 \rightarrow \neg x_i$$

$$x_i = 1 \rightarrow x_i$$

$$\text{ДНФ: } (x \wedge \bar{x}) = 0$$

потому что x противоречит

надор, из которого можно создать все функции - даэис