

数值代数实验报告

PB21010483 郭忠伟

2023 年 12 月 13 日

一. 问题描述

实现课本 7.6 节的 SVD 算法, 对附件 svddata.txt 中的矩阵进行奇异值分解, 并按大小顺序列出所有奇异值。同时, 计算出 $PP^T - I$, $QQ^T - I$, $P\Sigma Q - A$ 的绝对值最大的元素, 依次用 ep, eq, et 表示。输出迭代次数和所得到的奇异值以及 ep, eq, et。

二. 程序介绍

生成整数矩阵

- **函数描述:** `intMatrix` 函数用于生成指定大小的整数矩阵。
- **使用方式:** 调用 `intMatrix(rows, cols)` 函数, 传入所需的行数 `rows` 和列数 `cols`, 函数将生成一个以 1 开始连续递增的整数矩阵。

生成随机数矩阵 (`randomMatrix`)

- **函数描述:** `randomMatrix` 函数用于生成具有指定行数和列数的随机数矩阵。
- **使用方式:** 调用 `randomMatrix(rows, cols)` 函数, 传入所需的行数 `rows` 和列数 `cols`, 函数将生成一个包含随机数的矩阵, 范围在 1.0 到 10.0 之间 (可根据需要调整范围)。

生成单位阵 (`idMatrix`)

- **函数描述:** `idMatrix` 函数用于生成指定阶数的单位阵 (对角线为 1, 其余为 0 的方阵)。
- **使用方式:** 调用 `idMatrix(n)` 函数, 传入所需的阶数 `n`, 函数将生成一个大小为 $n \times n$ 的单位阵。

实现矩阵的转置 (`transpose`)

- **函数描述:** `transpose` 函数用于实现给定矩阵的转置操作。
- **使用方式:** 调用 `transpose(A)` 函数, 传入需要转置的矩阵 `A`, 函数将返回其转置后的矩阵。

生成 Household 矩阵 (Householder)

- **函数描述:** Householder 函数用于生成 Householder 矩阵, 基于给定的向量和 beta 值。
- **使用方式:** 调用 Householder(v, beta) 函数, 传入一个向量 v 和一个 beta 值, 函数将返回相应的 Householder 矩阵。

实现 $m \times n$ 阶矩阵的二对角化 (bidiag)

- **函数描述:** bidiag 函数用于将给定的 $m \times n$ 阶矩阵二对角化。
- **使用方式:** 调用 bidiag(A, P, Q) 函数, 传入一个矩阵 A 以及两个空矩阵 P 和 Q, 函数将对矩阵 A 进行二对角化, 并将正交矩阵结果存储在 P 和 Q 中。

将矩阵中满足条件的对角元和次对角元置零 (zeroing2)

- **函数描述:** zeroing2 函数用于将满足条件的矩阵对角元和次对角元置零。
- **使用方式:** 调用 zeroing2(A, epsilon) 函数, 传入一个矩阵 A 和一个阈值 epsilon, 函数将对 A 中满足条件的对角元和次对角元进行置零操作。

找到最大的 p 和最小的 q (pqq)

- **函数描述:** pqq 函数用于确定矩阵中最大的 p 和最小的 q。
- **使用方式:** 调用 pqq(B, p, q) 函数, 传入矩阵 B 和引用类型的 p 和 q, 函数将确定并存储最大的 p 和最小的 q 值。

计算得到对于 a 和 b 的 cos 与 sin 值 (givens)

- **函数描述:** givens 函数用于计算给定的 a 和 b 对应的 cos 和 sin 值。
- **使用方式:** 调用 givens(a, b, c, s) 函数, 传入两个浮点数 a 和 b, 以及引用类型的 c 和 s, 函数将计算并存储相应的 cos 和 sin 值。

由 cos 与 sin 值生成对应的 Givens 变换矩阵 (Givens)

- **函数描述:** Givens 函数用于根据给定的 cos 和 sin 值生成相应的 Givens 变换矩阵。
- **使用方式:** 调用 Givens(n, p, q, c, s) 函数, 传入矩阵大小 n、行列索引 p 和 q, 以及 cos 和 sin 值 c 和 s, 函数将生成对应的 Givens 变换矩阵。

若 B22 有对角元为 0, 用 Givens 变换把该行打成 0 (GivensSVD)

- **函数描述:** GivensSVD 函数根据条件对矩阵进行 Givens 变换操作。
- **使用方式:** 调用 GivensSVD(B, B22, p, i, U) 函数, 传入矩阵 B、B22、整数 p 和 i, 以及矩阵 U, 函数将根据条件对矩阵进行 Givens 变换。

按照 B22 的维数进行对应的带 Wilkinson 位移的 SVD 迭代 (WilkSVD)

- 函数描述: WilkSVD 函数按照给定条件执行带 Wilkinson 位移的 SVD 迭代。
- 使用方式: 调用 WilkSVD(B, U, V) 函数, 传入矩阵 B、U 和 V, 函数将根据条件执行 SVD 迭代。

返回矩阵绝对值最大的元素 (absmax)

- 函数描述: absmax 函数用于返回矩阵中绝对值最大的元素。
- 使用方式: 调用 absmax(A) 函数, 传入矩阵 A, 函数将返回矩阵中绝对值最大的元素。

从小到大输出奇异值 (singular)

- 函数描述: singular 函数用于按照从小到大的顺序输出矩阵的奇异值。
- 使用方式: 调用 singular(A) 函数, 传入矩阵 A, 函数将输出矩阵的奇异值, 按照从小到大的顺序。

三. 实验结果

奇异值 (从小到大排序)			
0.375993	0.703989	0.880006	1.14018
1.89863	2.60205	3.1445	4.98101
5.94702	8.66648	32.2979	214.31
迭代次数:18	ep = 1.33227e-15	eq = 1.11022e-15	et = 3.26781e-05

四. 结果分析

这次实验应用奇异值分解的 QR 方法实现了对矩阵 A 的奇异值分解, 在 18 次迭代计算得到矩阵的全部奇异值, 并且迭代的精度参数 ep, eq, et 都控制在了很小的误差范围内, 展现了算法的计算精度和稳定性。