

homework7

游瀚哲

2023 年 12 月 3 日

一、作业要求

1. 求实对称三对角阵的全部特征值和特征向量。

(1) 用 C++ 编制利用过关 Jacobi 方法求实对称三对角阵全部特征值和特征向量的通用子程序。

(2) 利用你所编制的子程序求 50, 60, 70, 80, 90, 100 阶矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

的全部特征值和特征向量。

参考课本 P217, 设你的程序经过 k 步迭代后停止了, 得到 $Q_k = J_1 \cdots J_k$ 及 $AQ_k = Q_k A_k$, 要求程序直接输出 50, 60, 70, 80, 90, 100 阶的 Q_k 和 A_k (指助教跑的时候可以直接看到所有结果) 且给出每次求解的迭代次数和所用时间, 报告里只需给出 50 阶的两个矩阵截图, 对于 60, 70, 80, 90, 100 阶, 请在报告中给出从小到大排序后的全部特征值。

交上来的源文件中的参考输出格式:

n=xx, 迭代次数: x, 用时 xxx s.

Ak=

[矩阵]

Qk=

[矩阵]

2. 求实对称三对角阵的指定特征值及对应的特征向量.

(1) 用 C++ 编制先利用二分法求实对称三对角阵指定特征值, 再利用反幂法求对应特征向量的通用子程序。

(2) 利用你所编制的子程序求 100 阶矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

的最大和最小特征值及对应的特征向量

要求输出迭代次数，用时，特征值和特征向量。

参考输出格式：最小特征值：x, 迭代次数：y, 用时：z ms.

二、作业涉及的算法

过关 Jacobi 方法：先看懂 P211-213 的经典 Jacobi 方法，再参考 P217 过关 Jacobi 方法的描述。二分法：参考 P223 推论 7.4.1 下面的文字描述。其中变号数的计算见算法 7.4.1。反幂法：P169 6.3 节开头的迭代格式。

务必先看懂算法的描述再写代码！

三、附加说明

1. 尽量使用 c++ 和 visual studio。
2. 本次作业最迟 ddl 为 **2023.12.28(周四)23:59**，请大家尽早提交。超时作业没有特殊情况者拒收。若有特殊情况请提前私聊助教沟通。迟交的作业会视情况酌情扣分。
3. 请确保你的程序能顺利跑出正确的结果再上交！可以用 Mathematica/Matlab 等工具来验证你的解是否正确。
4. 没有报告的程序作业不予批改，报告一定要交 pdf 版本。