SARIMA의 ACF

- 시계열강의자료
- 조신섭교수님 교재의 문제풀이

예제

연습문제 10.3.

- 아래의 모형의 ACF를 구해보자.

$$(1-\phi B)Z_t = (1-\theta B)(1-\Theta B^4)\epsilon_t$$

- 이 모형은 정상이라고 가정하자.
- $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5$ 까지만 어거지로 구하고 그 이후는 아래를 반복한다.

$$\begin{aligned}\gamma_6 &= \phi\gamma_5 \\ \gamma_7 &= \phi\gamma_6 \\ &\dots\end{aligned}$$

- 모델을 아래와 같이 표현하자.

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + \epsilon_t - \theta\epsilon_{t-1} - \Theta\epsilon_{t-4} + \theta\Theta\epsilon_{t-5}$$

- 아래의 모형으로 바꾸자.

$$Z_t - \phi Z_{t-1} = \epsilon_t - \theta\epsilon_{t-1} - \Theta\epsilon_{t-4} + \theta\Theta\epsilon_{t-5}$$

- 양변에 Z_{t-5}를 곱하고 평균을 취하자.

$$\gamma_5 - \phi\gamma_4 = \theta\Theta \times E(Z_{t-5}, \epsilon_{t-5})$$

- 따라서 우선 $E(Z_{t-5}, \epsilon_{t-5})$를 구하면 좋겠다. 그런데 이 값은 $E(Z_t, \epsilon_t)$와 같고 이 값은 ^{2}이다.
- 아래의 식을 관찰하자. 오른쪽 등호는 울드의 정리에 의해 성립한다.

$$Z_t = \frac{(1-\theta B)(1-\Theta B^4)}{1-\phi B}\epsilon_t = (\psi_0 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots)\epsilon_t$$

편의상 위의 식을 아래와 같이 약속하자.

$$(1) = (2) = (3)$$

- 식 $(1) = (3)$ 의 양변에 Z_t를 곱하고 평균을 취하면 아래를 얻는다.

$$\gamma_0 = \psi_0 E(Z_t\epsilon_t)$$

- 식 $(2) = (3)$ 을 관찰하면 아래의 관계가 성립한다.

$$(1-\theta B)(1-\Theta B^4) = (1-\phi B)(\psi_0 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots)$$

상수항을 비교하면 $\psi_0 = 1$ 임을 알 수 있다. 또한 B의 계수를

- 양변에 분산을 취한다.

$$\gamma_0 + \phi^2\gamma_1 - 2\phi\gamma_1 = \sigma^2(1-\theta-\Theta+\theta\Theta)$$