

Jméno a příjmení:

Počet písmen v křestním jméně $\alpha =$

Počet bodů: /35

Počet písmen v příjmení $\beta =$

- Ve všech příkladech uvažujte konkrétní hodnoty α a β , které odpovídají Vašemu jménu a příjmení.
- Postup řešení **podrobně rozepište**, aby byl zřejmý **každý krok** Vašeho výpočtu.
- **Odevzdávejte** své ručně vyřešené příklady v naskenované nebo vyfocené podobě, a to přímo **svému cvičícímu na Google Classroom do 15:00 !**

1. Uvažujme funkci f danou předpisem

$$f: y = \frac{x^2}{4 \cdot \beta} - \beta, \quad x \in (-\infty, 0)$$

- (a) Určete obor hodnot $H(f)$ fce f . [1 b.]
- (b) Určete inverzní funkci f^{-1} , tj. najděte předpis pro $f^{-1}(x)$ a určete $D(f^{-1})$ a $H(f^{-1})$. [3 b.]
- (c) Do jednoho obrázku pečlivě načrtněte grafy funkcí f a f^{-1}
a osu prvního a třetího kvadrantu $y = x$. [2 b.]

2. Uvažujme funkci f danou předpisem

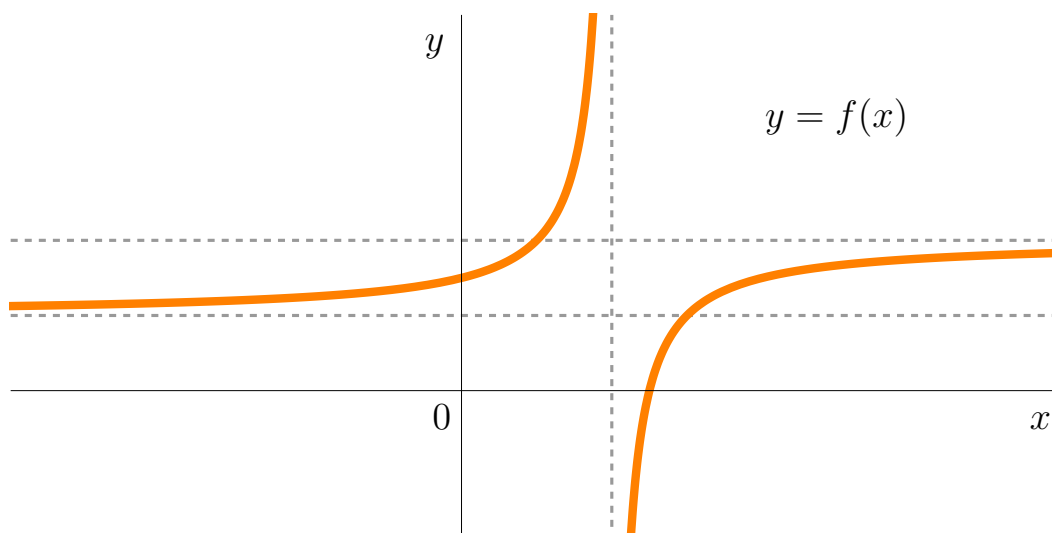
$$f(x) = \beta - \beta \cdot \cos(2x)$$

- (a) Určete definiční obor $D(f)$ a obor hodnot $H(f)$. [1 b.]
- (b) Rozhodněte, zda je funkce f prostá, sudá, lichá
a periodická (pokud ano, určete její základní periodu T). [3 b.]
- (c) Určete rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě $x_0 = \frac{\pi}{4}$. [2 b.]
- (d) Do jednoho obrázku pečlivě načrtněte graf funkce f a nalezenou tečnu. [1 b.]

3. Limita funkce.

- (a) Uvažujme funkci f , která je spojitá na svém definičním oboru a jejíž graf je na obrázku níže.
Obrázek si překreslete, vyznačte a doplňte číselné hodnoty na osách x a y tak, aby platilo

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \cdot \alpha, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \alpha \quad \text{a} \quad \lim_{x \rightarrow \beta+} f(x) = 0. \quad [3 \text{ b.}]$$



(b) Vypočtete

$$\lim_{x \rightarrow \beta} \frac{\sqrt{2 \cdot \beta} - \sqrt{x + \beta}}{x - \beta} \quad \text{a} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha \cdot x)}{\operatorname{tg}(\beta \cdot x)}$$

[4 b.]

4. Uvažujme funkci f danou předpisem

$$f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{x}{x^2 - \alpha \cdot x}$$

(a) Určete definiční obor $D(f)$ a množinu bodů, ve kterých je f spojitá.

[1 b.]

(b) Najděte všechny body nespojitosti funkce f a určete jejich druh.

[4 b.]

(c) Načrtněte obrázek ilustrující chování funkce f v okolí bodů nespojitosti.

[1 b.]

5. Derivace a antiderivace.

(a) Vypočtete první derivaci f' pro funkci

$$f(x) = \sqrt{\alpha \cdot x + \sqrt{\beta \cdot x}}$$

[3 b.]

(b) Vypočtete

$$\int \frac{1 + \alpha}{t^2 + \beta} dt$$

[3 b.]

(c) Uvažujme funkci f , která má derivace všech řádů na svém definičním oboru a jejíž graf je na obrázku níže. Rozhodněte, zda platí následující výroky:

(i) $\forall x \in (-\alpha; +\beta) : f'(x) \leq 0$

[1 b.]

(ii) $\exists x_0 \in (-15; +\alpha) : f'(x_0) = 0$

[1 b.]

(iii) $\forall x \in (3; 3 + \beta) : f''(x) > 0$

[1 b.]

