SISTEMAS DIGITALES

UNIDAD 1- SISTEMAS DE NUMERACIÓN Y OPERACIONES (Part.2)

Departamento de Ingeniería Informática y Ciencias de la Computación

UNIVERSIDAD DE ATACAMA

Tabla de Contenidos

Conceptos

- Sistemas de numeración binarios.
- Operaciones aritméticas binarias.

Reglas básicas para operaciones aritmética

Sumar

$0+0=0$	Suma 0 con acarreo 0
$0+1=1$	Suma 1 con acarreo 0
$1+0=1$	Suma 1 con acarreo 0
$1+1=10$	Suma 0 con acarreo 1

(a) $\begin{array}{r} 11 \\ \underline{+11} \\ \mathbf{110} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \underline{+3} \\ 6 \end{array}$

(b) $\begin{array}{r} 100 \\ \underline{+10} \\ \mathbf{110} \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \underline{+2} \\ 6 \end{array}$

(c) $\begin{array}{r} 111 \\ \underline{+11} \\ \mathbf{1010} \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \underline{+3} \\ 10 \end{array}$

(d) $\begin{array}{r} 110 \\ \underline{+100} \\ \mathbf{1010} \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \underline{+4} \\ 10 \end{array}$

Reglas básicas para operaciones aritmética

Restar

$$0 - 0 = 0$$
$$1 - 1 = 0$$
$$1 - 0 = 1$$
$$10 - 1 = 1 \qquad 0 - 1 \text{ con acarreo negativo de } 1$$

(a)
$$\begin{array}{rr} 11 & 3 \\ \underline{-01} & \underline{-1} \\ \mathbf{10} & 2 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{rr} 11 & 3 \\ \underline{-10} & \underline{-2} \\ \mathbf{01} & 1 \end{array}$$

Reglas básicas para operaciones aritmética

Multiplicar

$$0 \times 0 = 0$$
$$0 \times 1 = 0$$
$$1 \times 0 = 0$$
$$1 \times 1 = 1$$

La multiplicación con números binarios se realiza de la misma forma que con números decimales.

(a)

$$\begin{array}{lr} & 11 \\ & \times\, 11 \\ \hline \text{Productos} & 11 \\ \text{parciales} & +\,11 \\ \hline & \mathbf{1001} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ \times\, 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{lr} & 111 \\ & \times\, 101 \\ \hline \text{Productos} & 111 \\ \text{parciales} & 000 \\ & +\,111 \\ \hline & \mathbf{100011} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7 \\ \times 5 \\ \hline 35 \end{array}$$

Reglas básicas para operaciones aritmética

Dividir

Realizar las siguientes divisiones binarias:

(a) 110 ÷ 11 **(b)** 110 ÷ 10

Solución **(a)**

$$\begin{array}{r} \mathbf{10} \\ 11\overline{)110} \\ \underline{11} \\ 000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \\ 3\overline{)6} \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r} \mathbf{11} \\ 10\overline{)110} \\ \underline{10} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 00 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ 2\overline{)6} \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

Ejercicios

Resolver los siguientes ejercicios

- Convertir los números binarios 10110_2 y 11010_2 a decimal.
- Convertir los números decimales 84_{10} y 65_{10} a binario.

Ejercicios

Solución

- $10110_2 = 22_{10}$.
- $11010_2 = 26_{10}$.
- $84_{10} = 1010100_2$.
- $65_{10} = 1000001_2$.

Ejercicios

Resolver los siguientes ejercicios

- 001101 + 100101
- 1011011 + 1011010
- 110111011 + 100111011
- 10001 - 01010
- 11011001 - 10101011
- 111101001 - 101101101

Ejercicios

Solución

- 001101 + 100101 = 110010
- 1011011 + 1011010 = 10110101
- 110111011 + 100111011 = 1011110110
- 10001 - 01010 = 00111
- 11011001 - 10101011 = 00101110
- 111101001 - 101101101 = 001111100

Tabla de Contenidos

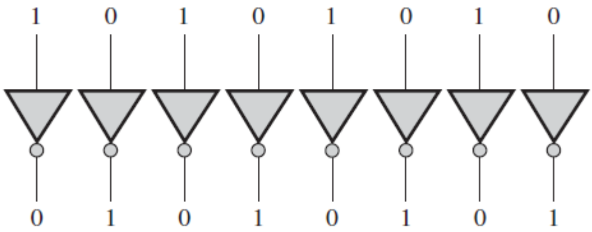
Tabla de Contenidos

Complemento a 1 y a 2

El complemento a 1 y el complemento a 2 de un número binario son importantes porque permiten la representación de números negativos.

Complemento a 1

El complemento a 1 de un número binario se halla cambiando todos los 1s por 0s y todos los 0s por 1s, como se ilustra a continuación



Complemento a 1 y a 2

Complemento a 2

El complemento a 2 de un número binario se obtiene sumando 1 al bit menos significativo del complemento a 1.

Formula:

Complemento a 2 $=$ Complemento a 1 $+$ 1

Hallar el complemento a 2 de 10110010:

Solución	10110010	Número binario
	01001101	Complemento a 1
	+ 1	Sumar 1
	01001110	Complemento a 2

Complemento a 1 y a 2

Complemento a 2

El complemento a 2 de un número binario negativo puede obtenerse empleando inversores y un sumador.

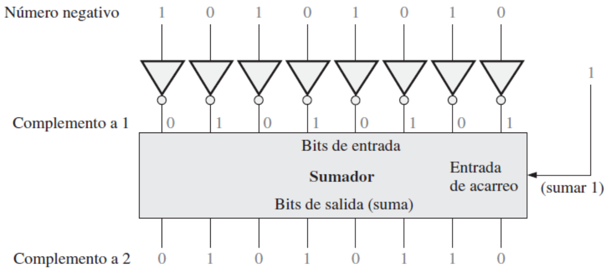


Tabla de Contenidos

Número con signos

Los sistemas digitales, como las computadoras, deben ser capaces de manejar números positivos y negativos. El signo indica si se trata de un número positivo o negativo, y la magnitud es el valor del número.

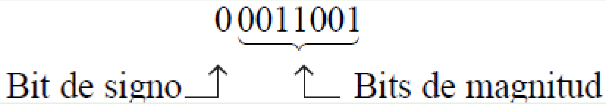
Bit de signo

- El **bit más a la izquierda** de un número binario con signo **es el bit de signo**, que indica si el número es **positivo o negativo**.
- Un bit de signo 0 indica que es un número positivo y un bit de signo igual a 1 indica que es un número negativo.

Formato signo-magnitud

Example

- El número decimal $+25$ se expresa utilizando un número binario con signo de 8 bits en el formato de signo-magnitud como:



- El número decimal -25 se expresa como: **10011001**

Formato Complemento a 1 y a 2

Example

- **Complemento a 1:** Con ocho bits, el número decimal -25 se expresa como el complemento a 1 de $+25$ (00011001), es decir: **11100110**.
- **Complemento a 2:** Con ocho bits, tomamos -25 y lo expresamos como el complemento a 2 de $+25$ (00011001), es decir: **11100111**

Ejercicio

Expresar el número decimal -39 como un número de 8 bits en los formatos signo-magnitud, complemento a 1 y complemento a 2.

Ejercicio

Expresar el número decimal -39 como un número de 8 bits en los formatos signo-magnitud, complemento a 1 y complemento a 2.

- En primer lugar, escribimos el número de 8 bits para $+39$.
  00100111

Ejercicio

Expresar el número decimal -39 como un número de 8 bits en los formatos signo-magnitud, complemento a 1 y complemento a 2.

- En primer lugar, escribimos el número de 8 bits para $+39$. **00100111**
- **En el formato signo-magnitud:** -39 se obtiene cambiando el bit de signo a 1, y dejando los bits de magnitud como están. **El número es: 10100111**

Ejercicio

Expresar el número decimal -39 como un número de 8 bits en los formatos signo-magnitud, complemento a 1 y complemento a 2.

- En primer lugar, escribimos el número de 8 bits para $+39$. **00100111**
- **En el formato signo-magnitud:** -39 se obtiene cambiando el bit de signo a 1, y dejando los bits de magnitud como están. **El número es: 10100111**
- En el formato de complemento a 1, -39 se obtiene calculando el complemento a 1 de $+39$ (00100111). **El número es: 11011000**

Ejercicio

Expresar el número decimal -39 como un número de 8 bits en los formatos signo-magnitud, complemento a 1 y complemento a 2.

- En primer lugar, escribimos el número de 8 bits para $+39$. **00100111**
- **En el formato signo-magnitud:** -39 se obtiene cambiando el bit de signo a 1, y dejando los bits de magnitud como están. **El número es: 10100111**
- En el formato de complemento a 1, -39 se obtiene calculando el complemento a 1 de $+39$ (00100111). **El número es: 11011000**
- En el formato de complemento a 2, -39 se obtiene calculando el complemento a 1 de $+39$ (00100111). **El número es: 11011001**

Valor decimal de los números con signo

Signo-magnitud:

Los valores decimales de los números positivos y negativos en el formato signo-magnitud se determinan sumando los pesos de todas las posiciones de los bits de magnitud cuando son 1 e ignorando aquellas posiciones en las que haya ceros. El signo se determina examinando el bit de signo.

Valor decimal de los números con signo

Determinar el valor decimal del número binario con signo expresado como signo-magnitud: 10010101.

Solución Los siete bits de magnitud y sus pesos potencias de dos son los siguientes:

2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
0	0	1	0	1	0	1

Sumando los pesos de las posiciones donde hay 1s, tenemos

$$16 + 4 + 1 = 21$$

El bit de signo es 1; por tanto, el número decimal es **–21.**

Valor decimal de los números con signo

Complemento a 1.

Los valores decimales de los números positivos en el formato de complemento a 1 se determinan sumando los pesos de todas las posiciones de bit donde haya 1 y se ignoran aquellas posiciones donde haya ceros. Los valores decimales de los números negativos se determinan asignando el valor negativo al peso del bit de signo, y sumando todos los pesos donde haya 1s y sumando 1 al resultado.

Valor decimal de los números con signo

Determinar los valores decimales de los números binarios con signo expresados en complemento a 1: **(a)** 00010111 **(b)** 11101000

Solución

(a) Los bits y sus pesos según las potencias de dos para el número positivo son:

-2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
0	0	0	1	0	1	1	1

Sumando los pesos donde hay 1s,

$$16 + 4 + 2 + 1 = +\mathbf{23}$$

(b) Los bits y sus pesos según las potencia de dos para el número negativo son los siguientes. Observe que el bit de signo negativo tiene un peso de -2^7, es decir, -128.

-2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	1	1	0	1	0	0	0

Sumando los pesos de las posiciones donde hay 1s,

$$-128 + 64 + 32 + 8 = -24$$

Sumando 1 al resultado, el número decimal final es:

$$-24 + 1 = -\mathbf{23}$$

Valor decimal de los números con signo

Complemento a 2

Los valores decimales de los números positivos en el formato de complemento a 2 se determinan sumando los pesos de todas las posiciones de bit donde haya 1 y se ignoran aquellas posiciones donde haya ceros. El peso del bit de signo en un número negativo viene dado por su valor negativo.

Valor decimal de los números con signo

Determinar los valores decimales de los siguientes números binarios con signo expresados en complemento a 2 :

(a) 01010110 **(b)** 10101010

Solución **(a)** Los bits y sus pesos según las potencias de dos para el número positivo son:

-2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
0	1	0	1	0	1	1	0

Sumando los pesos donde hay 1s,

$$64 + 16 + 4 + 2 = \mathbf{+86}$$

(b) Los bits y sus pesos según las potencias de dos para el número negativo son los siguientes. Observe que el bit de signo negativo tiene un peso de $-2^7 = -128$.

-2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	0	1	0	1	0	1	0

Sumando los pesos donde hay 1s,

$$-128 + 32 + 8 + 2 = \mathbf{+86}$$

Número en coma flotante

El sistema de numeración en coma flotante permite representar números muy grandes y números muy pequeños sin aumentar el número de bits, y también sirve para representar números con parte fraccionaria y parte entera.

Un número en coma flotante tiene dos partes más un signo.

- La mantisa es la parte del número en coma flotante que representa la magnitud del número.
- El exponente es la parte de un número en coma flotante que representa el número de lugares que se va a desplazar el punto decimal (o punto binario).

Número en coma flotante

Números binarios en coma flotante de simple precisión.

En el formato estándar para un número binario de simple precisión, el bit de **signo (S)** es el que se encuentra más a la izquierda, **el exponente (E)** incluye los siguientes 8 bits y **la mantisa o parte fraccionaria (F)** incluye los restantes 23 bits.

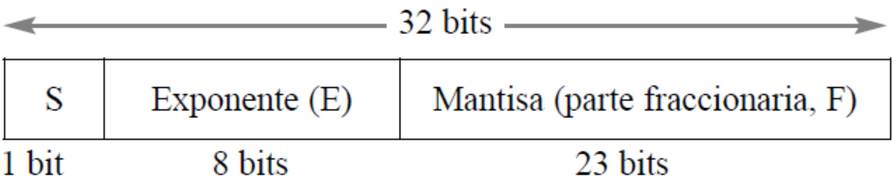


Tabla de Contenidos

Suma

La suma de dos números positivos da como resultado un número positivo.

Ambos números son positivos:

$$\begin{array}{rr} 00000111 & 7 \\ +\,\underline{00000100} & +\,\underline{4} \\ 00001011 & 11 \end{array}$$

La suma es positiva y, por tanto, es un número binario real (no complementado).

Suma

La suma de un número positivo y un número negativo menor en valor absoluto da como resultado un número positivo.

El número positivo es mayor que el número negativo en valor absoluto:

		00001111	15
		+ 11111010	+ −6
Descartar acarreo ⟶	$\boxed{1}$	00001001	9

El bit de acarreo final no se tiene en cuenta. La suma es positiva y, por tanto, es un número binario real (no complementado).

Suma

La suma de un número positivo y un número negativo mayor en valor absoluto o la suma de dos números negativos da como resultado un número negativo en complemento a 2.

El número negativo es mayor que el número positivo en valor absoluto:

$$\begin{array}{rr} 00010000 & 16 \\ \underline{+\ 11101000} & \underline{+\ -24} \\ 11111000 & -8 \end{array}$$

La suma es negativa y, por tanto, está en complemento a 2.

Suma

La suma de un número positivo y un número negativo mayor en valor absoluto o la suma de dos números negativos da como resultado un número negativo en complemento a 2.

Ambos números son negativos:

		11111011	−5
		+ 11110111	+ −9
Descartar acarreo →	1	11110010	−14

Resta

La resta es una suma con el signo del sustraendo cambiado.

Example

1. **00001000 - 00000011**
   - En este caso, 8 - 3 = 8 + (-3) = 5.

		00001000	Minuendo (+8)
		+11111101	Complemento a 2 del sustraendo (–3)
Descartar acarreo →	1	**00000101**	Diferencia (+5)

2. **00001100 - 11110111**
   - En este caso, 12 - (-9) = 12 + 9 = 21.

00001100	Minuendo (+12)
+00001001	Complemento a 2 del sustraendo (+9)
00010101	Diferencia (+21)

Tabla de Contenidos

El sistema hexadecimal

- Es un sistema en base dieciséis, es decir, está formado por 16 caracteres numéricos y alfabéticos.
- La mayoría de los sistemas digitales procesan grupos de datos binarios que son múltiplos de cuatro bits, lo que hace al número hexadecimal muy adecuado, ya que cada dígito hexadecimal se representa mediante un número binario de 4 bits.

Decimal	Binario	Hexadecimal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

Conversiones

Conversión binario-hexadecimal

Convertir a hexadecimal los siguientes números binarios:

(a) 1100101001010111 **(b)** 111111000101101001

Solución

(a) $\underbrace{1100}_{\downarrow\atop C}\underbrace{1010}_{\downarrow\atop A}\underbrace{0101}_{\downarrow\atop 5}\underbrace{0111}_{\downarrow\atop 7} = \mathbf{CA57_{16}}$

(b) $\underbrace{0011}_{\downarrow\atop 3}\underbrace{1111}_{\downarrow\atop F}\underbrace{0001}_{\downarrow\atop 1}\underbrace{0110}_{\downarrow\atop 6}\underbrace{1001}_{\downarrow\atop 9} = \mathbf{3F169_{16}}$

En el apartado (b) se han añadido dos ceros para completar el grupo de 4 bits de la izquierda.

Conversiones

Conversión hexadecimal-binario

Determinar los números binarios correspondientes a los siguientes números hexadecimales:

(a) $10A4_{16}$ **(b)** $CF8E_{16}$ **(c)** 9742_{16}

Solución

(a) 1 0 A 4

1 0000 1010 0100

(b) C F 8 E

1100 1111 1000 1110

(c) 9 7 4 2

1001 0111 0100 0010

En el apartado (a), el MSB se entiende que tiene tres ceros delante del 1 para formar un grupo de 4 bits.

Conversiones

Conversión hexadecimal-decimal

Convertir los siguientes números hexadecimales a decimal:

(a) $1C_{16}$ **(b)** $A85_{16}$

Solución Recuerde que primero se hace la conversión del número hexadecimal a binario y luego a decimal.

(a)

$$\underbrace{0001}_{1}\underbrace{1100}_{C} = 2^4 + 2^3 + 2^2 = 16 + 8 + 4 = \mathbf{28}_{10}$$

(b)

$$\underbrace{1010}_{A}\underbrace{1000}_{8}\underbrace{0101}_{5} = 2^{11} + 2^9 + 2^7 + 2^2 + 2^0 = 2048 + 512 + 128 + 4 + 1 = \mathbf{2693}_{10}$$

Conversiones

Conversión decimal-hexadecimal

Convertir el número decimal 650 en hexadecimal mediante el método del división sucesiva por 16.

Solución

Resto hexadecimal

$$\frac{650}{16} = 40{,}625 \rightarrow 0{,}625 \times 16 = 10 = \text{A}$$

$$\frac{40}{16} = 2{,}5 \rightarrow 0{,}5 \times 16 = 8 = 8$$

$$\frac{2}{16} = 0{,}125 \rightarrow 0{,}125 \times 16 = 2 = 2$$

Parar cuando la parte entera del cociente sea cero.

2 8 A Número hexadecimal

MSD (dígito más significativo)

LSD

Tabla de Contenidos

Suma hexadecimal

Example

1. $23_{16} + 16_{16}$
   - En este caso:

$$\begin{array}{r} 23_{16} \\ +16_{16} \\ \hline \mathbf{39}_{16} \end{array}$$

columna derecha: $3_{16} + 6_{16} = 3_{10} + 6_{10} = 9_{10} = 9_{16}$

columna izquierda: $2_{16} + 1_{16} = 2_{10} + 1_{10} = 3_{10} = 3_{16}$

2. $58_{16} + 22_{16}$
   - En este caso:

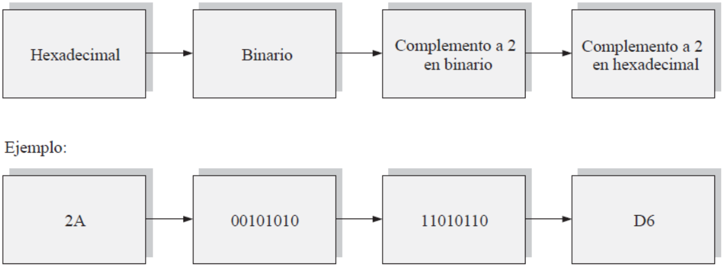
$$\begin{array}{r} 58_{16} \\ +\ 22_{16} \\ \hline \mathbf{7A}_{16} \end{array}$$

columna derecha: $8_{16} + 2_{16} = 8_{10} + 2_{10} = 10_{10} = A_{16}$

columna izquierda: $5_{16} + 2_{16} = 5_{10} + 2^{10} = 7_{10} = 7_{16}$

Resta hexadecimal

1. Se convierte el número hexadecimal a binario. Se calcula el complemento a 2 del número binario. Se convierte el resultado a hexadecimal. Esto se ilustra en la Figura 2.4.



Resta hexadecimal

Example

- $84_{16} - 2A_{16}$
  - En este caso:

$2A_{16} = 00101010$

Complemento a 2 de $2A_{16} = 11010110 = D6_{16}$ (usando el método 1)

$$\begin{array}{r} 84_{16} \\ +\,D6_{16} \\ \hline \cancel{1}5A_{16} \end{array}$$

Suma

el acarreo no se tiene en cuenta, como en la suma en complemento a 2

La diferencia es **$5A_{16}$**.

Resta hexadecimal

Example

- $C3_{16} - 0B_{16}$
  - En este caso:

$0B_{16} = 00001011$

Complemento a 2 de $0B_{16} = 11110101 = F5_{16}$ (usando el método 1)

$$\begin{array}{r} C3_{16} \\ +\ F5_{16} \\ \hline \cancel{1}B8_{16} \end{array}$$

Suma

el acarreo no se tiene en cuenta