

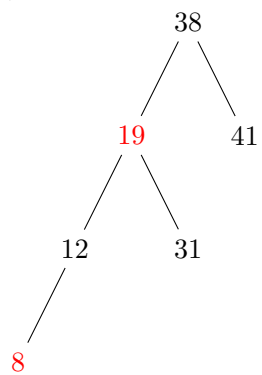
Algorithm Homework3

PB18111704 Zhu Enzuo

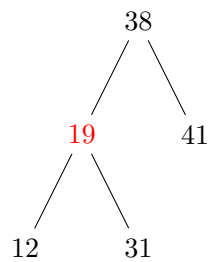
2020 年 11 月 1 日

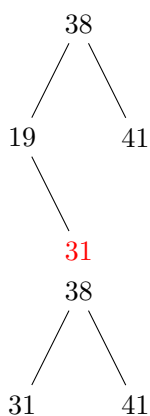
0.1 Prob1

a 树的形态如下:



b 三棵红黑树依次如下:





0.2 Prob2

a Proof: 我们考虑一个任取的最大覆盖点 V

如果该点就是一个端点，则我们已经找到了一个端点使得命题成立。

如果该点不是一个端点，则考虑覆盖了这个点的所有区间的下界。

将下界进行排序，必然会得到一个最大的下界。而这个最大的下界的坐标必然小于该点，故覆盖选出点的所有区间的下界都小于等于该下界。

又覆盖选出点的所有区间的上界必然大于等于该点坐标，所以所有上界都大于等于选出的下界的坐标。所以所有区间都能覆盖这个下界。故这个下界也是一个最大覆盖点。

命题得证。

b 构造一颗 BST 保存所有上下界的坐标，其中每个节点保存如下信息：

1、权值。如果该点是一个上界则是 1，如果是一个下界则是-1。

2、所有坐标小于等于该节点的点的权值之和。

对于 Interval-Insert 和 Interval-Delete 操作时都维护一次前缀和。

这样 FIND-POM 操作就是查询前缀和最大的点。

0.3 Prob3

a 有问题。斐波那契堆的每一个节点的度数显然是 $O(\log N)$ 的。

b 上界为 $x.degree + 2c$