

# **Отчёт по лабораторной работе №7**

## **Математическое моделирование**

**Модель распространения рекламы. Вариант №27**

Выполнил студент: Самсонова Мария Ильинична,  
НФИбд-02-21 , 1032216526

# Содержание

<b>Цель лабораторной работы №7</b>	<b>4</b>
<b>Теоретические сведения. Построение математической модели.</b>	<b>5</b>
<b>Задание</b>	<b>8</b>
<b>Выполнение лабораторной работы №7</b>	<b>9</b>
Решение с помощью программ . . . . .	9
Julia . . . . .	9
Результаты работы кода на Julia . . . . .	13
OpenModelica . . . . .	14
Результаты работы кода на OpenModelica . . . . .	16
<b>Анализ полученных результатов. Сравнение языков.</b>	<b>17</b>
<b>Вывод лабораторной работы №7</b>	<b>18</b>
<b>Список литературы. Библиография.</b>	<b>19</b>

## Список иллюстраций

1	График решения уравнения модели Мальтуса . . . . .	6
2	График логистической кривой . . . . .	7
1	График распространения рекламы для первого случая, построенный на языке Julia . . . . .	13
2	График распространения рекламы для второго случая, построенный на языке Julia . . . . .	14
3	График распространения рекламы для третьего случая, построенный на языке Julia . . . . .	14
4	График распространения рекламы для первого случая, построенный с помощью OpenModelica . . . . .	16
5	График распространения рекламы для второго случая, построенный с помощью OpenModelica . . . . .	16
6	График распространения рекламы для третьего случая, построенный с помощью OpenModelica . . . . .	16

## **Цель лабораторной работы №7**

Изучение и построение модели эффективности рекламы.

## Теоретические сведения. Построение математической модели.

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{dn}{dt}$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом  $\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где  $\alpha_1 > 0$  - характеризует интенсивность реклам-

ной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$ . эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

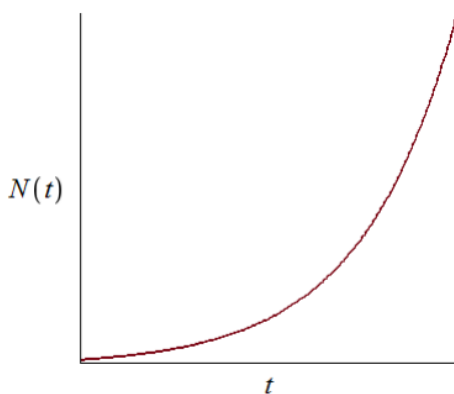


Рисунок 2.1. График решения уравнения модели Мальтуса

Рис. 1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  получаем уравнение логистической кривой

В обратном случае, при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  получаем уравнение логистической кривой:

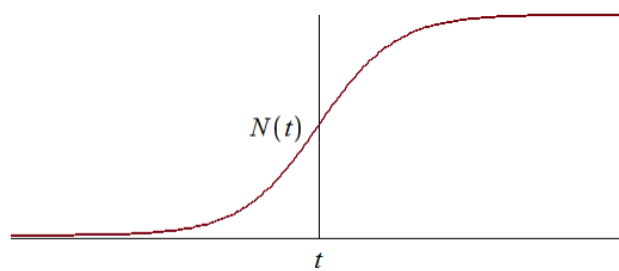


Рисунок 2.2. График логистической кривой

Рис. 2: График логистической кривой

# Задание

## Вариант 27

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1.  $\frac{dn}{dt} = (0.73 + 0.000013n(t))(N - n(t))$

2.  $\frac{dn}{dt} = (0.000013 + 0.73n(t))(N - n(t))$

3.  $\frac{dn}{dt} = (0.55 \sin t + 0.33 \sin(5t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 756$ , в начальный момент о товаре знает 17 человек.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.



# Выполнение лабораторной работы

## №7

### Решение с помощью программ

#### Julia

Код программы для первого случая  $\frac{dn}{dt} = (0.73 + 0.000013n(t))(N - n(t))$ :

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
N = 756
```

```
n0 = 17
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
```

```
    (n) = u
```

```
    du[1] = (0.73 + 0.000013*u[1])*(N - u[1])
```

```
end
```

```
v0 = [n0]
```

```
tspan = (0.0, 30.0)
```

```
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
```

```
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

```

n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы (1) ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :red)

savefig(plt, "lab07_1.png")

```

Код программы для второго случая  $\frac{dn}{dt} = (0.000013 + 0.73n(t))(N - n(t))$ :

```

using Plots
using DifferentialEquations

N = 756
n0 = 17

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.000013 + 0.73*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)

```

```

prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

max_dn = 0;
max_dn_t = 0;
max_dn_n = 0;
for (i, t) in enumerate(T)
    if sol(t, Val{1})[1] > max_dn
        global max_dn = sol(t, Val{1})[1]
        global max_dn_t = t
        global max_dn_n = n[i]
    end
end

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы (2) ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :red)
plot!(
    plt,
    [max_dn_t],
    [max_dn_n],

```

```

seriestype = :scatter,
color = :red)

savefig(plt, "lab07_2.png")

Код программы для третьего случая  $\frac{dn}{dt} = (0.55 \sin t + 0.33 \sin(5t))n(t)(N - n(t))$ :

using Plots
using DifferentialEquations

N = 756
n0 = 17

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.55*sin(t) + 0.33*sin(5*t)*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы (3) ",
    legend = false)
plot!(

```

```
plt,  
T,  
n,  
color = :red)  
  
savefig(plt, "lab07_3.png")
```

### Результаты работы кода на Julia

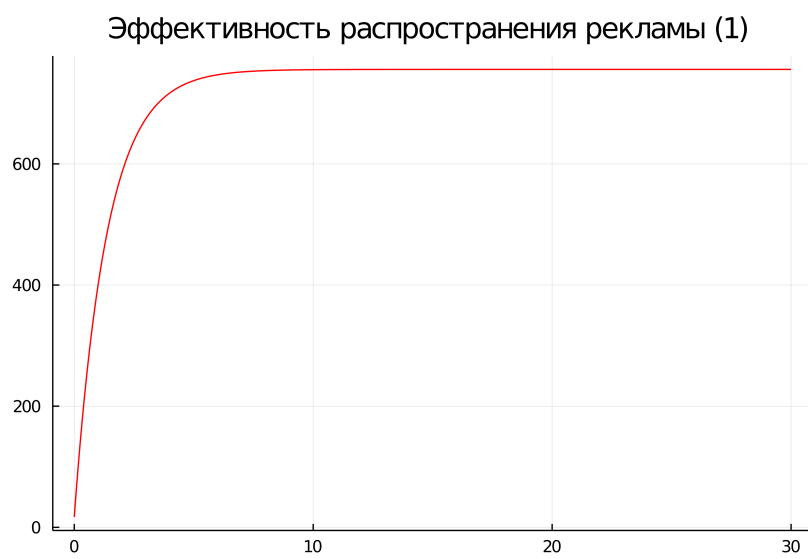


Рис. 1: График распространения рекламы для первого случая, построенный на языке Julia

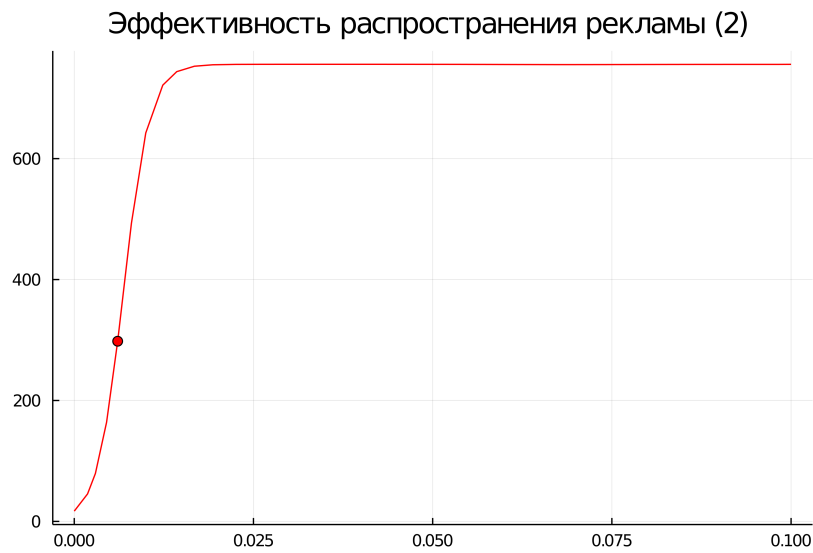


Рис. 2: График распространения рекламы для второго случая, построенный на языке Julia

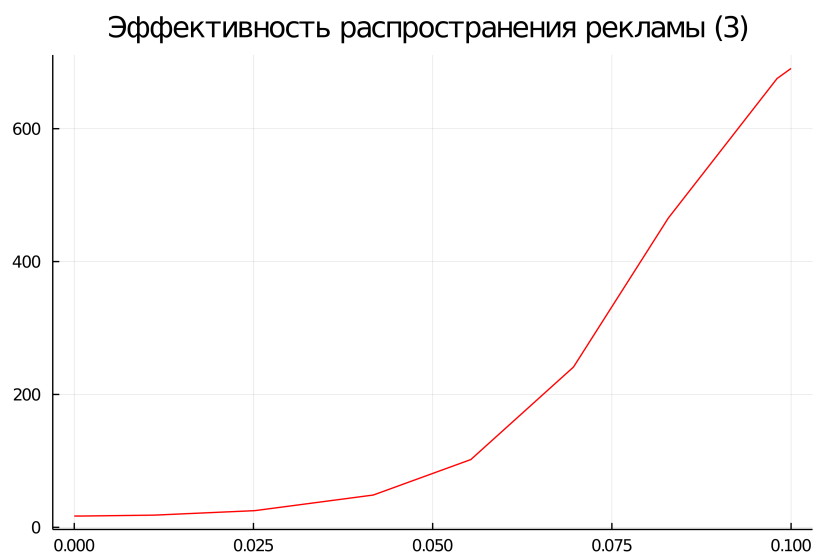


Рис. 3: График распространения рекламы для третьего случая, построенный на языке Julia

## OpenModelica

Код программы для первого случая  $\frac{dn}{dt} = (0.73 + 0.000013n(t))(N - n(t))$ :

```

model lab07_1
Real N = 756;
Real n;
initial equation
n = 17;
equation
der(n) = (0.73 + 0.000013*n)*(N-n);
end lab07_1;

```

Код программы для второго случая  $\frac{dn}{dt} = (0.000013 + 0.73n(t))(N - n(t))$ :

```

model lab07_2
Real N = 756;
Real n;
initial equation
n = 17;
equation
der(n) = (0.000013 + 0.73*n)*(N-n);
end lab07_2;

```

Код программы для третьего случая  $\frac{dn}{dt} = (0.55 \sin t + 0.33 \sin(5t)n(t))(N - n(t))$ :

```

model lab07_3
Real N = 756;
Real n;
initial equation
n = 17;
equation
der(n) = (0.55*sin(time) + 0.33*sin(5*time)*n)*(N-n);
end lab07_3;

```

## Результаты работы кода на OpenModelica

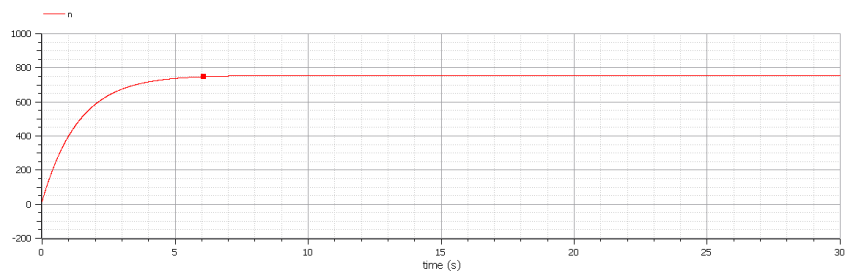


Рис. 4: График распространения рекламы для первого случая, построенный с помощью OpenModelica

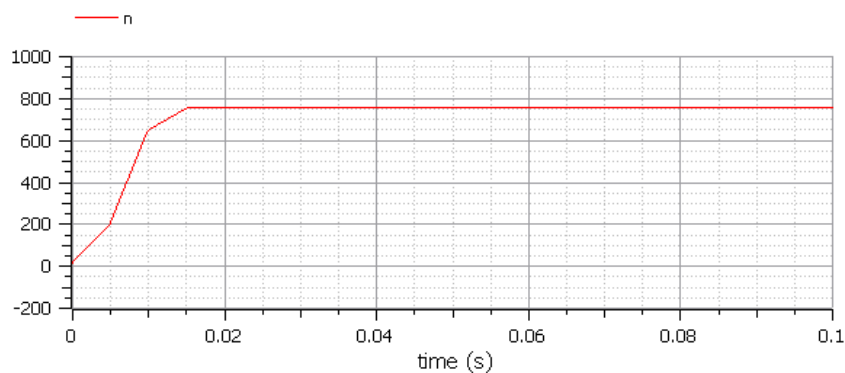


Рис. 5: График распространения рекламы для второго случая, построенный с помощью OpenModelica

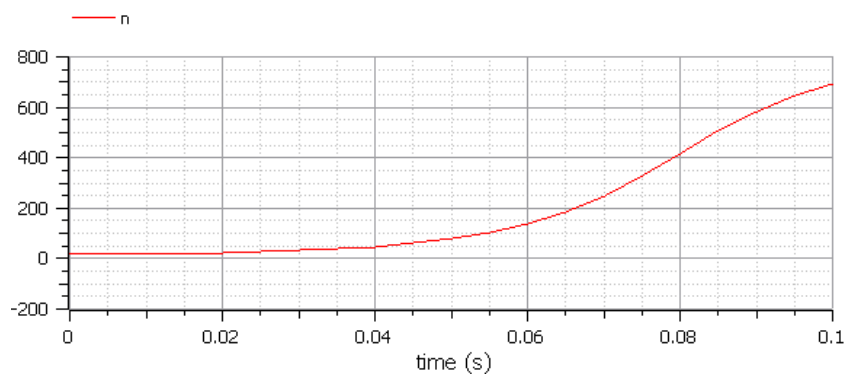


Рис. 6: График распространения рекламы для третьего случая, построенный с помощью OpenModelica



## **Анализ полученных результатов.**

### **Сравнение языков.**

В итоге проделанной работы мы построили графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и OpenModelica. Построение модели распространения рекламы на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк и построение графиков по времени, чем аналогичное построение на Julia.

## **Вывод лабораторной работы №7**

В ходе выполнения лабораторной работы №7 была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем построена модель на языках Julia и OpenModelica.

## **Список литературы. Библиография.**

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Мальтузианская модель роста: <https://www.stolaf.edu/people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>