

# Презентация по лабораторной работе №8

Модель конкуренции двух фирм.

---

Самсонова Мария Ильинична

04 марта 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Цель лабораторной работы №8

Изучение и построение модели конкуренции двух фирм.

# Теоретические сведения. Построение математической модели.

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

# Теоретические сведения. Построение математической модели.

Обозначим:

$N$  - число потребителей производимого продукта.

$S$  – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

$M$  – оборотные средства предприятия

$\tau$  - длительность производственного цикла

$p$  - рыночная цена товара

# Теоретические сведения. Построение математической модели.

Функцию спроса товаров длительного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k \frac{p}{S} = q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)$$

где  $q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при  $p = p_{cr}$  (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина  $p_{cr} = Sq/k$ . Параметр  $k$  – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть,  $Q(S/p) = 0$  при  $p \geq p_{cr}$ ) и обладает

# Теоретические сведения. Построение математической модели.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)p - k$$

Уравнение для рыночной цены  $p$  представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma\left(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)\right)$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр  $\gamma$  зависит от

# Теоретические сведения. Построение математической модели.

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0$$

равновесное значение цены  $p$  равно

$$p = p_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq})$$

Тогда уравнения динамики оборотных средств приобретает вид

# Теоретические сведения. Построение математической модели.

Это уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию  $dM/dt = 0$

$$\widetilde{M}_{1,2} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$a = Nq(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\tilde{p}\frac{\tau}{\delta}), b = kNq\frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$

Получается, что при больших постоянных издержках (в случае  $a^2 < 4b$ )



# Теоретические сведения. Построение математической модели.

При  $b \ll a$  стационарные значения  $M$  равны

$$\widetilde{M}_+ = Nq\frac{\tau}{\delta}(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}})\tilde{p}, \widetilde{M}_- = k\tilde{p}\frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \tilde{p})}$$

Первое состояние  $\widetilde{M}_+$  устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние  $\widetilde{M}_-$  неустойчиво, так, что при  $M < \widetilde{M}_-$  оборотные средства падают ( $dM/dt < 0$ ), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу  $\widetilde{M}_-$  соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

# Теоретические сведения. Построение математической модели.

В обсуждаемой модели параметр  $\delta$  всюду входит в сочетании с  $\tau$ . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим:  $\delta = 1$ , а параметр  $\tau$  будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

# Задание лабораторной работы №8

## Вариант 27

### *Случай 1*

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается

# Задание лабораторной работы №8

## Вариант 27

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

# Задание лабораторной работы №8

Вариант 27 где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 N q}$$

$$a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$$

$$b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$$

$$c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$$

$$c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$$

# Задание лабораторной работы №8

## Вариант 27

### *Случай 2*

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1 M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

# Задание лабораторной работы №8

## Вариант 27

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.00017\right)M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

# Задание лабораторной работы №8

## Вариант 27

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

$$M_0^1 = 7.7 \quad M_0^2 = 8.8$$

$$p_{cr} = 39 \quad N = 91 \quad q = 1$$

$$\tau_1 = 31 \quad \tau_2 = 28$$

$$\tilde{p}_1 = 11.2 \quad \tilde{p}_2 = 15.5$$



## Задачи лабораторной работы №8

1. Изучить модель конкуренции двух фирм
2. Построить графики изменения оборотных средств двух фирм для обоих случаев

## Код программы Julia для первого случая

```
using Plots
using DifferentialEquations

cr = 39
t1 = 31
p1 = 11.2
t2 = 28
p2 = 15.5
N = 91
q = 1

a1 = cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q)
a2 = cr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q)
```

## Код программы Julia для первого случая

```
v0 = [7.7, 8.8]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] for u in sol.u]
M2 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]
```

```
plt = plot(dpi = 600, legend = true)
```

```
plot!(plt, T, M1, label = "Оборотные средства фирм")
```

```
plot!(plt, T, M2, label = "Оборотные средства фирм")
```

## Код программы Julia для второго случая

```
using Plots
using DifferentialEquations

cr = 39
t1 = 31
p1 = 11.2
t2 = 28
p2 = 15.5
N = 91
q = 1

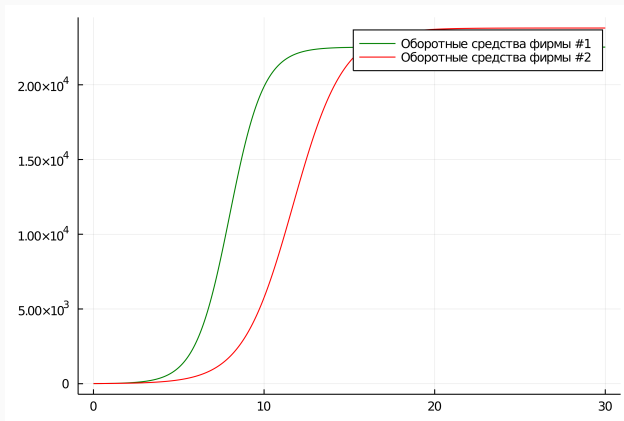
a1 = cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q)
a2 = cr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q)
```

## Код программы Julia для второго случая

```
function ode_fn(du, u, p, t)
    M1, M2 = u
    du[1] = u[1] - (b / c1 + 0.00017)*u[1] * u[2]
    du[2] = c2 / c1*u[2] - b / c1*u[1] * u[2] - a
end
```

```
v0 = [7.7, 8.8]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] for u in sol.u]
M2 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]
```

# Результаты работы кода на Julia для первого случая

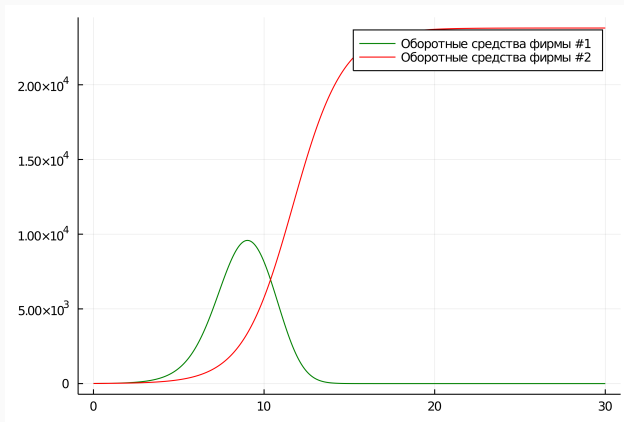


**Рис. 1:** График конкуренции двух фирм фирм для первого случая, построенный на языке Julia

## Анализ полученных результатов.

По графику видно, что рост оборотных средств предприятий идет независимо друг от друга. Каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется.

# Результаты работы кода на Julia для второго случая



**Рис. 2:** График конкуренции двух фирм для второго случая, построенный на языке Julia



## Анализ полученных результатов.

По графику видно, что первая фирма, несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начинает нести убытки и, в итоге, терпит банкротство. Динамика роста объемов оборотных средств второй фирмы остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне.

## Код для первого случая в OpenModelica

```
model lab08_1
Real cr = 39;
Real t1 = 31;
Real p1 = 11.2;
Real t2 = 28;
Real p2 = 15.5;
Real N = 91;
Real q = 1;

Real a1 = cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q);
Real a2 = cr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q);
Real b = cr / (t1 * t1 * t2 * t2 * p1 * p1 * p2);
Real c1 = (cr - p1) / (t1 * p1);
```

## Код для первого случая в OpenModelica

```
Real M1;  
Real M2;  
initial equation  
M1 = 7.7;  
M2 = 8.8;  
equation  
der(M1) = M1 - b / c1 * M1 * M2 - a1 / c1 * M1 *  
der(M2) = c2 / c1 * M2 - b / c1 * M1 * M2 - a2 /  
end lab08_1;
```

## Код для второго случая в OpenModelica

```
model lab08_2
```

```
Real cr = 39;
```

```
Real t1 = 31;
```

```
Real p1 = 11.2;
```

```
Real t2 = 28;
```

```
Real p2 = 15.5;
```

```
Real N = 91;
```

```
Real q = 1;
```

```
Real a1 = cr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q);
```

```
Real a2 = cr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q);
```

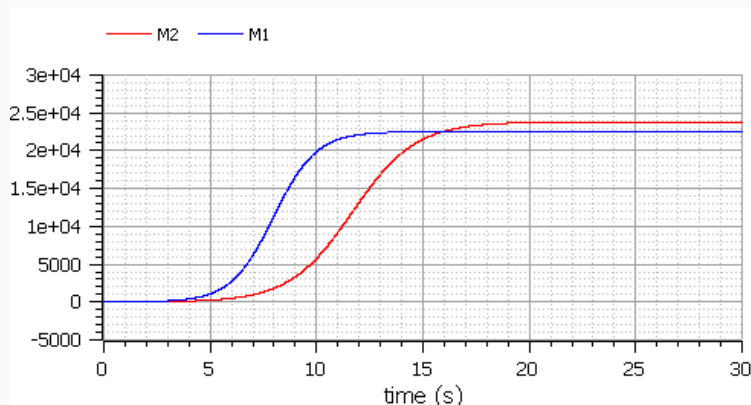
```
Real b = cr / (t1 * t1 * t2 * t2 * p1 * p1 * p2);
```

```
Real c1 = (cr - p1) / (t1 * p1);
```

## Код для второго случая в OpenModelica

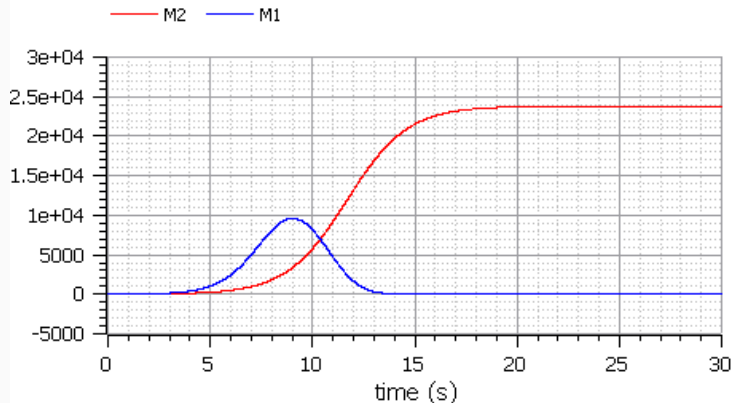
```
Real M1;  
Real M2;  
initial equation  
M1 = 7.7;  
M2 = 8.8;  
equation  
der(M1) = M1 - (b / c1 + 0.00017) * M1 * M2 - a1  
der(M2) = c2 / c1 * M2 - b / c1 * M1 * M2 - a2 /  
end lab08_2;
```

# Результаты работы кода на OpenModelica для первого случая



**Рис. 3:** График конкуренции двух фирм для первого случая, построенный с помощью OpenModelica

# Результаты работы кода на OpenModelica для второго случая



**Рис. 4:** График конкуренции двух фирм для второго случая, построенный с помощью OpenModelica

## Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

В итоге проделанной работы на языках Julia и OpenModelica мы построили графики изменения оборотных средств для двух фирм для случаев, когда конкурентная борьба ведётся только рыночными методами и когда, помимо экономического фактора влияния, используются еще и социально-психологические факторы.

Построение модели конкуренции двух фирм на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк кода и времени построения графиков, чем аналогичное построение на Julia.



## Вывод лабораторной работы №8

В ходе выполнения лабораторной работы №8 была изучена модель конкуренции двух фирм и в дальнейшем построена модель на языках Julia и OpenModelica.