



数理补充知识

§1 线宽(Full Width at Half Maximum)

一、轴对称函数 具有竖直对称轴的函数

二、轴对称函数的线宽

1、定义 函数最大值一半所对应的两个自变量间的距离

2、计算步骤 (1)求函数的最大值

(2)令函数表达式等于最大值之半，并解方程

物理
(3)求两根之差

物理

Half-Width at Half-Maximum

激光原理



3、性质

(1) $af(x)$ 与 $f(x)$ 的线宽相同

(2) $f(x+b)$ 的线宽与 $f(x)$ 的线宽相同

激光原理

例

$$y = 1 - x^2$$

令

$$1 - x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Delta x = \sqrt{2}$$

$$y = 1 - 2x^2$$

令

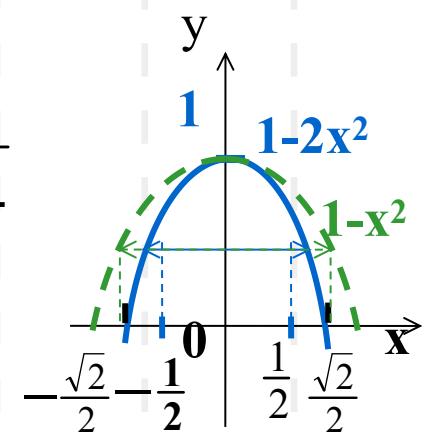
$$1 - 2x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Delta x = 1$$

激光
原理





§2 常用函数的线宽

一、矩形函数(rectangle)

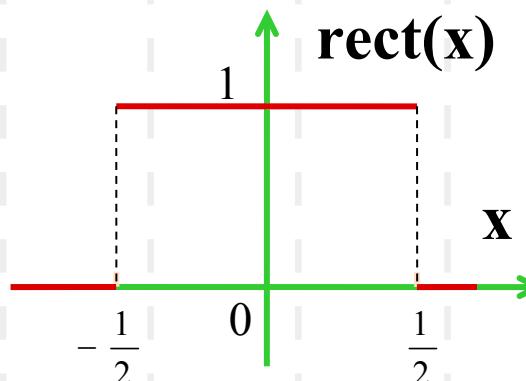
1、定义

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

2、性质

偶函数

3、图象



4、线宽

$$\Delta x = 1$$

激光原理

激光
原理



例

求下列函数的线宽

1、 $y = rect(3x)$

$\Delta x = \frac{1}{3}$

2、 $y = rect\left(\frac{x}{4}\right)$

$\Delta x = 4$

激光原理

3、 $y = rect(2x + 3) \quad \because y = rect[2(x + \frac{3}{2})]$

$\Delta x = \frac{1}{2}$

例

写出 $y = rect\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{a}\right)$ 的表达式，并画图

解

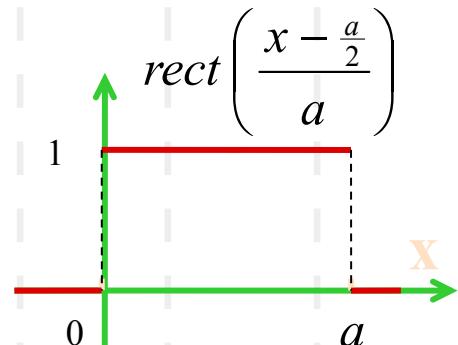
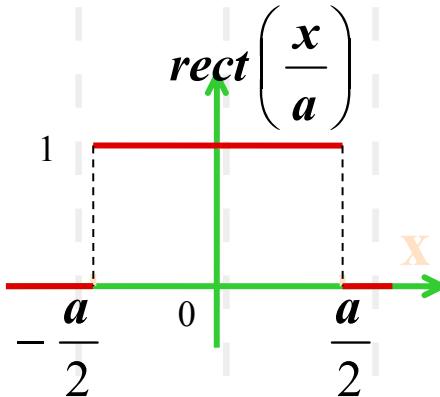
$-\frac{1}{2} \leq \frac{x - \frac{a}{2}}{a} \leq \frac{1}{2}$

$-\frac{a}{2} \leq x - \frac{a}{2} \leq \frac{a}{2}$

$-0 \leq x \leq a$

精讲
 $rect\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{a}\right) = \begin{cases} 1, & 0 < x < a \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

道理





二、辛格函数

1、定义

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$$

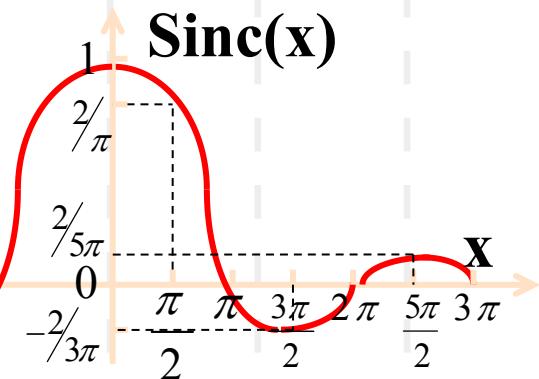
2、性质

偶函数 $f(-x) = \frac{\sin(-x)}{-x} = \frac{-\sin x}{-x} = \frac{\sin x}{x} = f(x)$

3、图象

激光原理

x	0	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\pm\pi$	$\pm\frac{3\pi}{2}$	$\pm 2\pi$	$\pm\frac{5\pi}{2}$	$\pm 3\pi$
$\text{sinc}(x)$	1	$\frac{2}{\pi}$	0	$-\frac{2}{3\pi}$	0	$\frac{2}{5\pi}$	0



4、线宽(主瓣)

$$\Delta x = 1.2\pi$$

理由: $\text{sinc}(\pm 0.6\pi) = 0.5$, $\therefore \Delta x = 0.6\pi - (-0.6\pi) = 1.2\pi$

理由

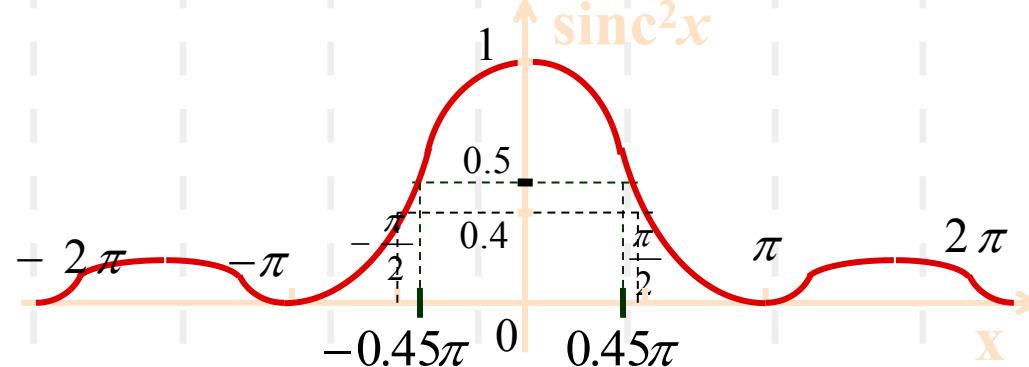


5、辛格函数平方

$$\sin c^2 x = \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2$$

(1) 图象

x	0	$\pm 0.45\pi$	$\pm 0.5\pi$	$\pm \pi$
$\sin c^2 x$	1	0.5	0.405	0



(2) 线宽(主瓣)

$$\Delta x = 0.9\pi$$



例 求下列函数的线宽

$$1、y = \sin c(2x) \quad \Delta x = \frac{1}{2} \times 1.2\pi = 0.6\pi$$

$$2、y = 3 \sin c(2x - 1) \quad \Delta x = \frac{1}{2} \times 1.2\pi = 0.6\pi$$

$$3、y = \sin c^2(3x) \quad \Delta x = \frac{1}{3} \times 0.9\pi = 0.3\pi$$

$$4、y = \sin c^2\left(\frac{x + \pi}{3}\right) \quad \Delta x = 3 \times 0.9\pi = 2.7\pi$$

三、洛伦兹函数

$$1、\text{定义} \quad \text{Lorentzian } (x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

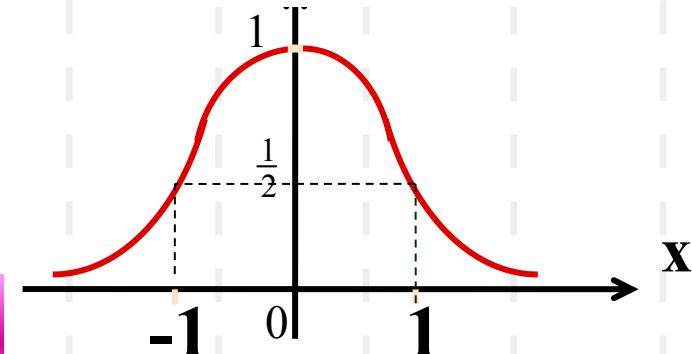
2、性质 偶函数



3、图象

X	0	± 1	$\pm \infty$
Lorentzian(x)	1	0.5	0

Lorentzian(x)



4、线宽

$$\Delta x = 2$$

激光原理

例 求下列函数的线宽

$$1、y = \frac{4}{4 + x^2}$$

$$y = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}$$

$$\Delta x = 2 \times 2 = 4$$

$$2、y = \frac{3}{2 + 4x^2}$$

$$y = \frac{\frac{3}{2}}{1 + 2x^2} = \frac{1}{1 + (\sqrt{2}x)^2} \times \frac{3}{2}$$

$$\Delta x = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 2 = \sqrt{2}$$

激光
原理



四、高斯函数

1、定义

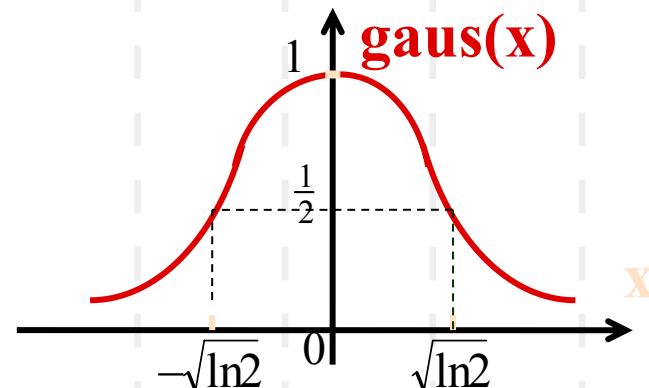
$$gaus(x) = e^{-x^2}$$

2、性质

偶函数

3、图象

x	0	$\pm\sqrt{\ln 2}$	$\pm\infty$
$gaus(x)$	1	0.5	0



$$gaus(\pm\sqrt{\ln 2}) = e^{-(\pm\sqrt{\ln 2})^2} = e^{-\ln 2} = e^{\ln 2^{-1}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

4、线宽

$$\Delta x = 2\sqrt{\ln 2}$$



例 求下列函数的线宽

$$1、y = e^{-2x^2} \quad y = e^{-(\sqrt{2}x)^2} \quad \Delta x = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{\ln 2} = \sqrt{2 \ln 2}$$

激光原理

$$2、y = 5e^{-\frac{(x+3)^2}{4}} \quad y = 5e^{-\frac{(x+3)^2}{2}} \quad \Delta x = 2 \times 2\sqrt{\ln 2} = 4\sqrt{\ln 2}$$

$$3、y = e^{-2x^2+4x-1} \quad y = e^{-2(x^2-2x+1+1)+1} = e^{-2(x-1)^2+1} = e \cdot e^{-[\sqrt{2}(x-1)]^2}$$
$$\Delta x = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{\ln 2} = \sqrt{2 \ln 2}$$

激光
原理



§3 傅立叶变换

激光原理

物理
原理

一、定义 $G(\nu) = F[g(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-i2\pi\nu t} dt$

二、常用傅立叶变换

1、矩形函数 $F[\text{rect}(t)] = \sin c(\pi\nu)$

$$\begin{aligned} F[\text{rect}(t)] &= \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-i2\pi\nu t} dt = \frac{1}{-i2\pi\nu} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-i2\pi\nu t} d(-i2\pi\nu t) \\ &= \frac{e^{-i2\pi\nu t} \Big|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}}{-i2\pi\nu} = \frac{e^{-i\pi\nu} - e^{i\pi\nu}}{-i2\pi\nu} = \frac{e^{i\pi\nu} - e^{-i\pi\nu}}{2i\pi\nu} \\ &= \frac{\sin(\pi\nu)}{\pi\nu} = \sin c(\pi\nu) \end{aligned}$$

2、负e指数函数($t \geq 0$)

$$F[e^{-t}] = \frac{1}{1 + i2\pi\nu}$$

$$F[e^{-t}] = \int_0^{+\infty} e^{-t} e^{-i2\pi\nu t} dt = \int_0^{+\infty} e^{-(1+i2\pi\nu)t} dt =$$

$$= \frac{1}{-(1 + i2\pi\nu)} \int_0^{+\infty} e^{-(1+i2\pi\nu)t} d[-(1 + i2\pi\nu)t] = \frac{e^{-(1+i2\pi\nu)t} \Big|_0^{+\infty}}{-(1 + i2\pi\nu)} = \frac{1}{1 + i2\pi\nu}$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$



三、性质定理

设 $F[g(t)] = G(\nu)$

1、线性定理

$$F[ag(t)] = aG(\nu)$$

证 $F[ag(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} ag(t)e^{-i2\pi\nu t} dt = a \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-i2\pi\nu t} dt = aG(\nu)$

2、相似性定理

$$F[g(at)] = \frac{1}{a}G\left(\frac{\nu}{a}\right)$$

证 $F[g(at)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(at)e^{-i2\pi\nu t} dt = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} g(at)e^{-i2\pi\frac{\nu}{a}at} d(at) = \frac{1}{a}G\left(\frac{\nu}{a}\right)$

3、位移定理

(1)时域位移定理

$$F[g(t \pm a)] = G(\nu)e^{\pm i2\pi\nu a}$$

证 $F[g(t + a)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(t + a)e^{-i2\pi\nu t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} g(t + a)e^{-i2\pi\nu(t+a-a)} d(t + a)$
 $= e^{i2\pi\nu a} \int_{-\infty}^{\infty} g(t + a)e^{-i2\pi\nu(t+a)} d(t + a) = G(\nu)e^{i2\pi\nu a}$

(2)频域位移定理

$$F[g(t)e^{\pm i2\pi\nu t}] = G(\nu \mp a)$$

证

$$F[g(t)e^{i2\pi\nu t}] = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{i2\pi\nu t} e^{-i2\pi\nu t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-i2\pi(\nu-a)t} dt = G(\nu - a)$$

证



例

$$F[3rect(t)] = 3 \sin c(\pi\nu)$$

$$F[rect(3t)] = \frac{1}{3} \sin c\left(\frac{\pi\nu}{3}\right)$$

$$F[rect(t+3)] = \sin c(\pi\nu)e^{i6\pi\nu}$$

激光原理 $F[rect(t)e^{i2\pi t}] = \sin c[\pi(\nu - 1)]$ $F[rect(t)e^{-i6\pi t}] = \sin c[\pi(\nu + 3)]$

$$F[rect(3t-4)] = F\{rect[3(t-\frac{4}{3})]\} = \frac{1}{3} \sin c\frac{\pi\nu}{3} e^{-i2\pi\times\frac{4}{3}\nu} = \frac{1}{3} \sin c\frac{\pi\nu}{3} e^{-i\frac{8}{3}\pi\nu}$$

$$F[2rect(\frac{t+4}{5})e^{-i6\pi t}]$$

$$F[2rect(t)] = 2 \sin c(\pi\nu)$$

$$F[2rect(\frac{t}{5})] = 2 \times 5 \sin c(5\pi\nu) = 10 \sin c(5\pi\nu)$$

$$F[2rect(\frac{t+4}{5})] = 10 \sin c(5\pi\nu)e^{i8\pi\nu}$$

信号与系统 $F[2rect(\frac{t+4}{5})e^{-i6\pi t}] = 10 \sin c[5\pi(\nu + 3)]e^{i8\pi(\nu+3)}$

魏理



$$F[e^{-3t}] = \frac{1}{3} \times \frac{1}{1 + i2\pi \times \frac{\nu}{3}} = \frac{1}{3(1 + i\frac{2\pi\nu}{3})}$$

$$F[e^{-t+2}] = F[e^{-(t-2)}] = \frac{e^{-i4\pi\nu}}{1 + i2\pi\nu}$$

$$F[e^{-t}e^{i2\pi t}] = \frac{1}{1 + i2\pi(\nu - 1)}$$

激光原理

$$F[e^{-\frac{t}{2}}] = 2 \times \frac{1}{1 + i2\pi \times 2\nu} = \frac{2}{1 + i4\pi\nu}$$

$$F[e^{-t-2}] = F[e^{-(t+2)}] = \frac{e^{i4\pi\nu}}{1 + i2\pi\nu}$$

$$F[e^{-t}e^{-i6\pi t}] = \frac{1}{1 + i2\pi(\nu + 3)}$$

$$F[e^{-2t+5}] = F[e^{-2(t-\frac{5}{2})}] = \frac{1}{2} \times \frac{e^{-i2\pi\nu \times \frac{5}{2}}}{1 + i2\pi \times \frac{\nu}{2}} = \frac{e^{-i5\pi\nu}}{2(1 + i\pi\nu)}$$

四、物理意义

时域电、光信号函数的傅立叶变换为频域
电、光信号函数(频谱分析)

信号
处理



第二章 激光物质

本章主要讨论：

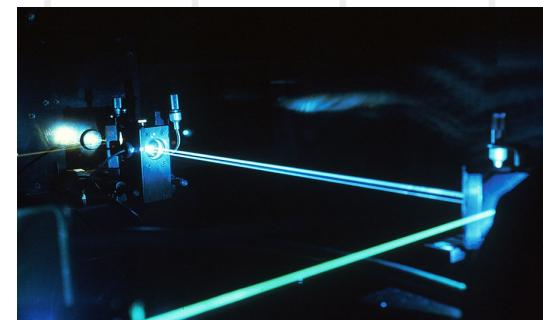
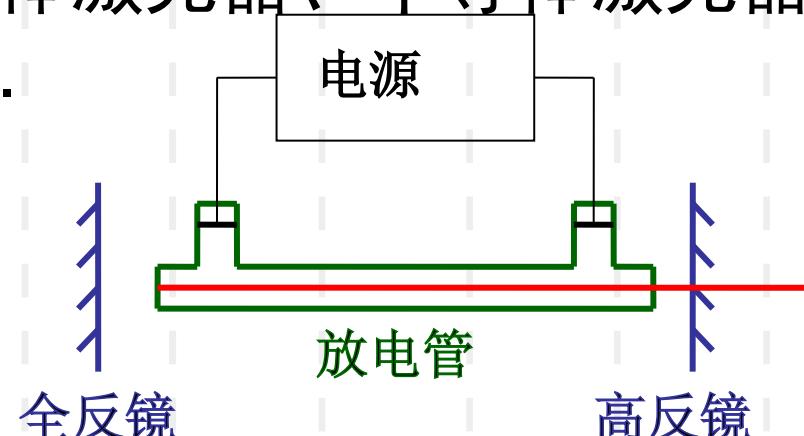
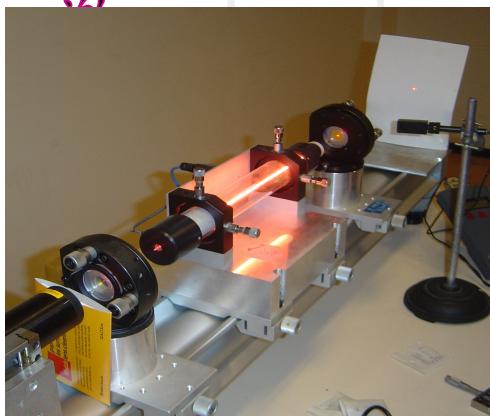
- 1、激光物质类型
- 2、物质辐射
- 3、激光器构成思想
- 4、粒子数反转分布
- 5、物质辐射强度的光谱分布的线型及线宽函数



2.1.1 工作物质

固体激光器、气体激光器、半导体激光器、液体（有机染料）激光器.

1、气体激光器



就挂



2.2 物质辐射的基本概念

普朗克于1900年用辐射量子化的假设成功地解释了黑体辐射分布规律，波尔在1913年提出原子中电子运动状态量子化的假设，

爱因斯坦于1917年发表《关于辐射的量子理论》的文章。从量子论的观点重新推导了黑体辐射的普朗克公式，提出了自发辐射和受激辐射。

辐射
原理

激光原理



2.2.1 原子能级与玻尔兹曼分布

按照统计力学的基本原理，大量原子所组成的系统在热平衡条件下，原子按能级分布服从**玻耳兹曼定律**：

$$n_i \propto g_i e^{-\frac{E_i}{kT}}$$

原子在温度 T 时，任何两个能级 E_1 和 E_2 的相对粒子数分布必须符合玻尔兹曼比值关系：

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2 e^{-E_2/kT}}{g_1 e^{-E_1/kT}} = \frac{g_2}{g_1} e^{\frac{-(E_2-E_1)}{kT}}$$

式中 n_1 和 n_2 分别为处于能级 E_1 和 E_2 上粒子数密度。



下面我们将对上式作一些讨论，为简单 $g_1=g_2$ ：

(1) 如果 E_1 和 E_2 之间的能量间隔很小，满足 $E_2 - E_1 = h\nu \ll KT$ ，可得到

$$\frac{n_2}{n_1} = e^{-\frac{(E_2-E_1)}{kT}} \approx 1$$

说明处在 E_1 和 E_2 两个能级上的粒子数基本相同。

(2) 当能级间隙足够大时，即 $E_2 - E_1 = h\nu \gg KT$ 时，可得 n_2/n_1 的比值接近于零，在热平衡时只有很少的原子处于上能级。

结论：在热平衡情况下，处于高能态的粒子数总小于低能态的粒子数。



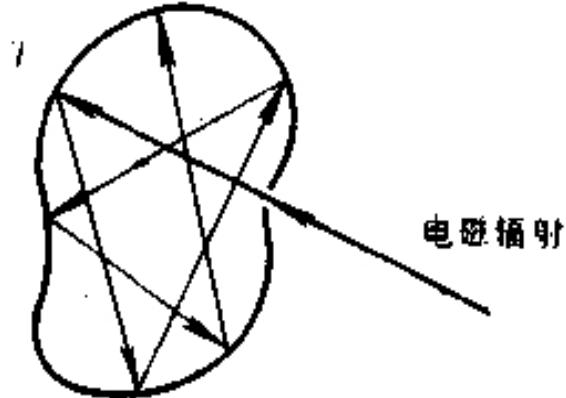
2.2.2 黑体辐射

问题：什么是黑体？

任何温度下，如果某一物体能够完全吸收任何波长的电磁辐射，则称此物体为绝对黑体，简称黑体。

什么是黑体辐射？

黑体处于某一温度 T 的热平衡情况下，则它所吸收的辐射能量应等于发出的辐射能量，即黑体与辐射场之间处于能量(热)平衡状态。





黑体辐射的普朗克公式

在温度 T 的热平衡条件下，黑体辐射分配到腔内每个模式上的平均能量为

$$E = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

其中 $\delta = \frac{n_i}{g_i} = \frac{1}{e^{h\nu_i/kT} - 1}$ 能量 ϵ_i 的每一个运动状态（模式）的平均光子数。

由上一章可知体积 V 腔内模式数目

$$g = \frac{8\pi\nu^2 V d\nu}{c^3}$$

激光原理



腔内单位体积中频率处于 ν 附近单位频率间隔内的光波模式数 n_ν 为：

$$n_\nu = \frac{g}{Vd\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

黑体辐射普朗克公式为

$$\rho_\nu = E \times n_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} h\nu \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

ρ_ν 反映黑体辐射在单位体积内，频率处于 ν 附近的单位频率间隔中的电磁辐射能量。



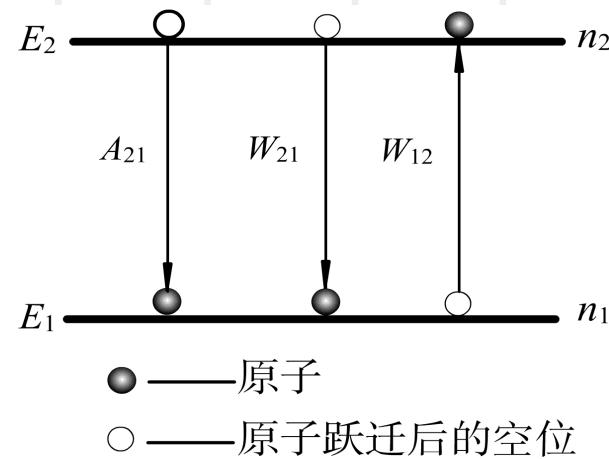
2.2.3 自发辐射、受激吸收和受激辐射

为简化问题，我们只考虑原子的两个能级

E_1 和 E_2 :

激光原理

$$E_2 - E_1 = h\nu$$

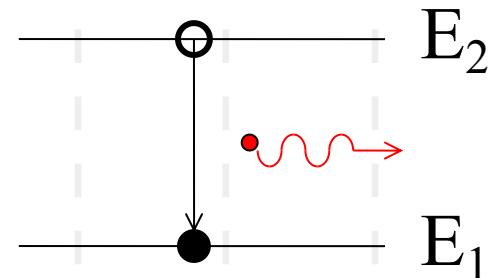


激光
原理



1、自发辐射跃迁 Spontaneous Emission(SPE) 定义

发光粒子从高能级 E_2 自发跃迁到低能级 E_1 , 并发射一个频率为 $\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$ 的光子。



特点:每一个原子的跃迁是自发的、独立进行的，其过程完全无外界的影响，彼此之间也没有任何关系。



跃迁几率(爱因斯坦系数)

定义

激光原理

$$A_{21} = \left(\frac{dn_{21}}{dt} \right)_{sp} \frac{1}{n_2}$$

dn_{21} : dt 时间内由 E_2 跃迁到 E_1 的粒子数密度
单位时间内E1能级上增加的粒子数。

n_2 : E_2 能级的粒子数密度

激光
原理



大小

$$A_{21} = \frac{1}{\tau_s}$$

A_{21} 只决定与原子本身的性质。

证明：在单位时间内能级 E_2 所减少的粒子数为

$$\frac{dn_2}{dt} = -\left(\frac{dn_{21}}{dt}\right)_{sp}$$

将 $A_{21} = \left(\frac{dn_{21}}{dt}\right)_{sp} \frac{1}{n_2}$ 代入得 $\frac{dn_2}{dt} = -A_{21} n_2$

求解上式可得

$$n_2(t) = n_{20} e^{-A_{21}t} = n_{20} e^{-\frac{t}{\tau_s}}$$

$$A_{21} = \frac{1}{\tau_s}$$

τ_s :能级寿命(E_2 能级上的粒子数由初始值减至其 $1/e$ 所用时间)

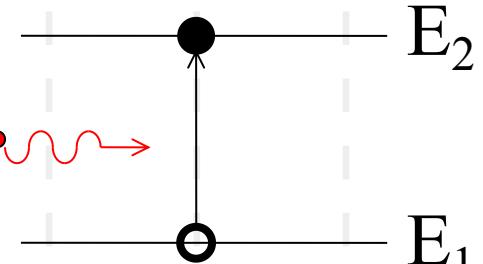
激光原理



2、受激吸收跃迁 stimulated absorption (STA)

定义

处于低能级 E_1 的发光粒子吸收了 $\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$ 光子后, 跃迁到高能级 E_2 的过程。



跃迁几率

受激吸收跃迁几率 W_{12} 描述

$$W_{12} = \left(\frac{dn_{12}}{dt} \right)_{st} \frac{1}{n_1}$$

$(dn_{12})_{st}$ 表示 dt 时间由于场的作用引起物质内由 E_1 向 E_2 受激跃迁的跃迁粒子数。



受激吸收跃迁和自发跃迁是本质不同的物理过程， A_{21} 只与原子本身性质有关；而 W_{12} 不仅与原子性质有关，还与辐射场的 ρ_ν 成正比。

激光原理

W_{12} 的大小可表示为

$$W_{12} = B_{12}\rho_\nu$$

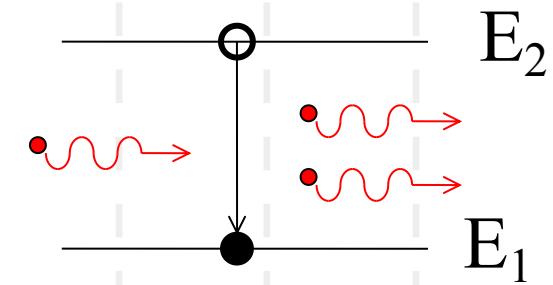
比例系数 B_{12} 称为受激吸收跃迁爱因斯坦系数，它只与原子性质有关。

激光
原理



3、受激辐射 stimulated emission (STE) 定义

处于高能级 E_2 的发光粒子
在 $\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$ 光子诱发下, 跃迁到
低能级 E_1 , 并发射一与诱发光子
同一光子态的光子。



特点: 由受激辐射产生的光子与引起受激辐射的原来的光子具有完全相同的光子状态, 即它们是具有相同的频率、相同的方向、相同的偏振、相同的位相, 完全无法区分出两者差异的同态光子。



跃迁几率

$$W_{21} = \left(\frac{dn_{21}}{dt} \right)_{st} \frac{1}{n_2}$$

$$W_{21} = B_{21} \rho_\nu$$

B_{21} :爱因斯坦系数($m^3 \cdot J^{-1} \cdot s^{-2}$ 或 $m^3/J \cdot s^2$)

2.2.4 A_{21}, W_{21} 和 W_{12} 三者之间的相互关系

对于任何一个物体，在热平衡条件下，其辐射功率等于吸收功率，即在单位时间、单位体积内物质辐射的光子数等于物质吸收的光子数。

激光原理



因此电磁场的总光子数保持不变，即辐射的光谱能量密度 ρ_ν 保持不变，故有

$$(A_{21} + B_{21}) \rho_\nu n_2 = B_{12} \rho_\nu n_1$$

而处于 E_1 、 E_2 能态上的原子数密度 n_1 、 n_2 ，在热平衡条件下，遵循玻尔兹曼分布

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2 e^{-E_2/kT}}{g_1 e^{-E_1/kT}} = \frac{g_2}{g_1} e^{\frac{-(E_2 - E_1)}{kT}}$$

联立上面两式，并整理



可得黑体辐射的光谱能量密度 ρ_ν

激光原理

$$\rho_\nu = \frac{\frac{A_{21}}{B_{21}}}{\frac{B_{12}g_1}{B_{21}g_2} \times (e^{\frac{E_2 - E_1}{kT}} - 1)}$$

将上式与普朗克公式比较

激光
原理

$$\rho_\nu = 8\pi h \frac{\nu^3}{c^3} \times \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$



可得：爱因斯坦三系数关系式

$$\begin{cases} \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \\ \frac{B_{12}g_1}{B_{21}g_2} = 1 \end{cases}$$

激光原理

当能级简并度 $g_2=g_1$ 时，

$$B_{21} = B_{12} \quad W_{12} = W_{21}$$

表明：当 $g_1=g_2$, ρ_ν 也相同时，受激辐射和受激吸收具有相同的几率。

激光
原理

说明：

1. SPE,STA,STE 三种过程同时存在，只是有强弱差别
2. 两种辐射比较 (热平衡情况下)

答案：SPE（自发辐射）占绝对优势

激光原理

$$I_{sp} = n_2 A_{21} h \nu \quad I_{ste} = n_2 B_{21} \rho_\nu h \nu$$

$$\frac{I_{ste}}{I_{sp}} = \frac{B_{21}}{A_{21}} \rho_\nu = \frac{c^3}{8\pi h \nu^3} \rho_\nu = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} = 2 \times 10^{-9}$$

T=1500K, λ=500nm 空腔

3. 两种受激跃迁比较 (热平衡情况下)

精髓
真理

单位时间STE增加的光子数密度

$$W_{21} n_2 = B_{21} \rho_\nu n_2$$

单位时间STA减少的光子数密度

$$W_{12} n_1 = B_{12} \rho_\nu n_1$$



$$\text{热平衡时, } n_2 < \frac{f_2}{f_1} n_1$$

$\therefore \text{STA} > \text{STE}$ (受激)吸收占主导

因此, 当光在介质内传输时, 光将被吸收而衰减。

4. 自发辐射光子可作为引起受激辐射的 外来光起始阶段的受激辐射的外来光来自于介质的自发辐射

5. 受激吸收>>受激辐射, 而差额由自发辐射补偿。

由 $\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}$ 可得

$$A_{21} = 8\pi h \frac{\nu^3}{c^3} \times B_{21} = n_\nu h \nu B_{21}$$

$$\text{其中 } n_\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3}$$

物理
基础

A_{21} 正比于 ν^3 , 频率越高, 波长越短, 自发辐射几率越大。

腔内单位体积中频率处于 ν 附近单位频率间隔内的光波模式数 n_ν



2.2.5 激光产生的基本原理(概述)

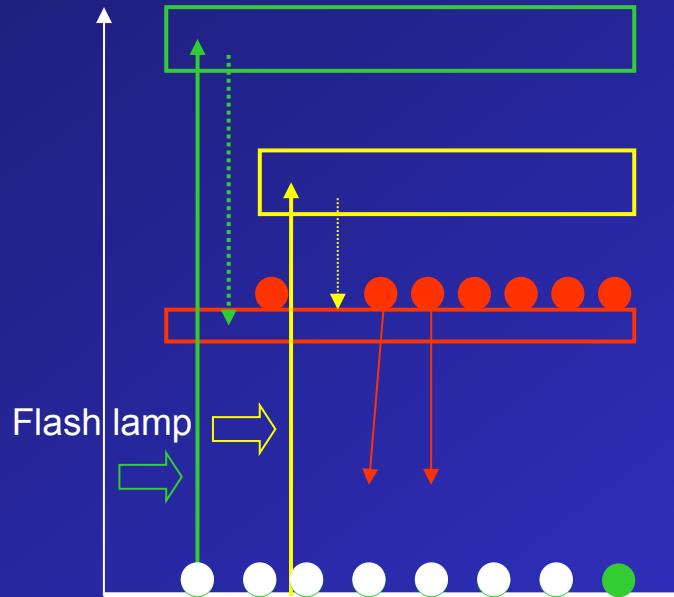
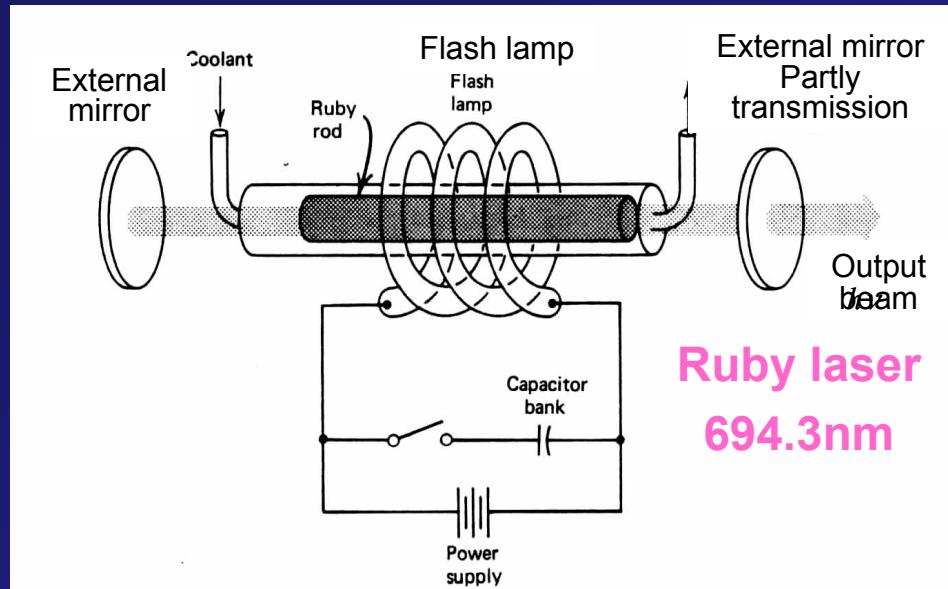
激光产生的条件: (1) 粒子数反转分布

(2) 增益 > 损耗 即自激振荡的阈值条件

激光原理

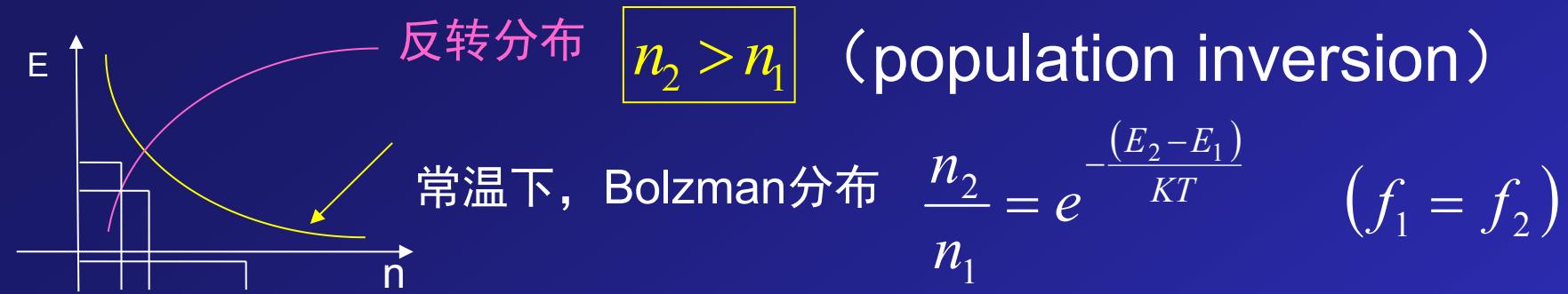
激光
原理

以红宝石激光器 (Ruby Laser) 为例



- ☞ 发光粒子—铬离子 (Cr^{3+})
- ☞ 泵浦光源—闪光灯，其作用是实现铬离子反转分布
- ☞ 光谐振腔—两平面反射镜，实现光反馈，使受激辐射光放大形成激光

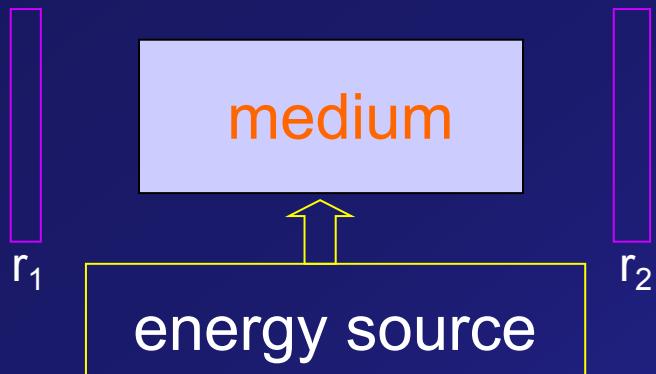
一、受激辐射占优势的条件 — 粒子数反转分布 $n_2 > n_1$



$n_2 > n_1$ 粒子数反转分布 受激辐射占主导 光放大

- ♦ 实现粒子数反转的工作物质称为增益(或激活)介质
- ♦ 粒子数反转分布是产生激光的前提条件
- ♦ 如何实现粒子数反转分布?

只有依靠外界向物质提供能量(泵浦或称激励)才能打破热平衡, 实现粒子数反转



Almost any energy source can be used as pump, even another laser.

泵浦方法

1. 光学 a) 闪光灯; b) 其它激光器 (如半导体激光器)
2. 电 a) 气体放电; b) 大能量电子束;
c) 注入电流 (产生电子-空穴对)
3. 化学反应 a) 火焰; b) 爆炸
4. 电离性辐射 a) 核弹 b) X-ray
5. Thermal oven

二、受激辐射光放大

- 开放式谐振腔 (Open resonator or cavity)
模选择 提高光子简并度 (Photon degeneracy)
- 激活介质中的增益
增益系数 (gain coefficient), 增益饱和 (gain saturation)

增益曲线 (gain profile)

a. 光子简并度

b. 开放式谐振腔的模选择

c. 增益系数 (小信号、大信号、增益饱和)

d. 增益曲线 (增益系数对于频率的分布)

激光特性：单色性好、方向性好、光亮度

相干光 (coherent light)

自发辐射 ~ 非相干光 — 光子简并度很低

受激辐射 ~ 相干光 — 光子简并度高

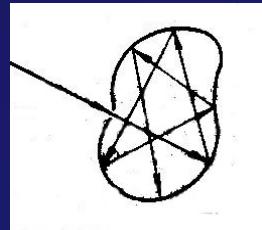
➤ 什么是光子简并度 \bar{n} — 衡量相干光的参量

具有相同能量和动量的光子数（也称同态光子数）

↔ 同一模式中的光子数

$$\text{Photon degeneracy } \bar{n} = \frac{\text{total number of photons}}{\text{number of modes}}$$

例：黑体辐射源（近似封闭腔）的光子简并度



模密度 n_ν

黑体辐射分配到每个模式的平均能量

$$\rho_\nu = \left(\frac{8\pi\nu^2}{c^3} \right) \left(\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \right)$$

$$E = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (1.2.1) \Leftrightarrow \bar{n} = \frac{E}{h\nu} = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (1.3.1)$$

Example: $T=300K$ $\lambda=30cm$ $\bar{n}=10^3$ coherent
 $\lambda=60\mu m$ $\bar{n}=1$;
 $\lambda=0.6\mu m$ $\bar{n}=10^{-35}$ incoherent

结论：黑体辐射在红外和可见光波段为相干的

模密度 n_ν

$$\rho_\nu = \left(\frac{8\pi\nu^2}{c^3} \right) \left(\frac{h\nu}{e^{h\nu/KT} - 1} \right)$$

(1.3.2)

式 (1.3.2) 的物理意义?

(1) $\bar{n} = \frac{W_{21}}{A_{21}} = \frac{\text{总光子数}}{\text{模式数}} \Rightarrow \bar{n} \gg 1 \rightarrow w_{21} \uparrow \rightarrow \rho_\nu \uparrow$

(2) 避免产生许多模式，特定模式的 ρ_ν 增加，使相干的 STE 光子集中在一个或少数几个模内。

(3) 将封闭腔改为开放式谐振腔



- 最简单的开放式谐振腔是F-P腔
- 开放式光谐振腔使特定（轴向）模式的 ρ_v 增加, 其它模式(非轴向)逸出腔外, 使轴向模有很高的光子简并度。
- 光谐振腔有选模作用, 是构成激光器的主要部分。