DATA
STRUCTURES
USING C++

CHAPTER 03

확률

1

제3장
확률

1. 표본공간과 사상
2. 확률의 정의
3. 조건부 확률
4. 베이즈(Bayes) 정리

2/31

2

1. 표본공간과 사상

[정의 3-1] **표본공간(sample space)**
- **확률실험(또는 관찰)**을 실시하여 나타날 수 있는 **모든 결과의 집합**(S)

▪ 원소(element) : 표본공간을 구성하고 있는 요소
확률실험에서 나올 수 있는 각각의 결과

[정의 3-2] **사상(event)**
- 표본공간을 구성하고 있는 원소 중에서 관심의 대상이 되는 원소들의 집합
- **표본공간의 부분집합(subset)**

3/31

3

[예 3-1] 다음 각각의 경우에 대하여 표본공간을 구하시오.

① **주사위 한 개**를 던지는 확률실험 S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

② **주사위 두 개**를 차례로 던지는 확률실험

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$|S| = 6 \times 6 = 36$$

③ 주사위 두 개를 동시에 던지는 확률실험, 첫번째 눈금이 작은 수.

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$|S| = 1 + 2 + \cdots + 6 = \frac{6 \times 7}{2} = 21$$

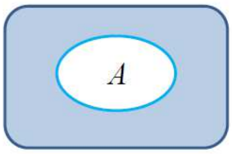
4/31

4

- 사상의 기본 연산

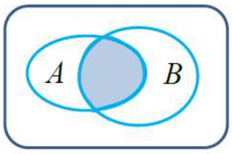
✓ 여사상(complement)

A^c



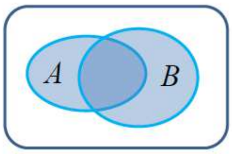
✓ 교사상(intersection)

$A \cap B$



✓ 합사상(union)

$A \cup B$



[예 3-2] 주사위 두 개를 동시에 던지는 확률실험

A=눈금의 합이 짝수

(1,1)	(1,2)	**(1,3)**	(1,4)	**(1,5)**	(1,6)
	(2,2)	(2,3)	**(2,4)**	(2,5)	**(2,6)**
		(3,3)	(3,4)	**(3,5)**	(3,6)
			(4,4)	(4,5)	**(4,6)**
				(5,5)	(5,6)
					(6,6)

B=눈금의 합이 8 이상

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	**(2,6)**
		(3,3)	(3,4)	**(3,5)**	**(3,6)**
			(4,4)	**(4,5)**	**(4,6)**
				(5,5)	**(5,6)**
					(6,6)

C=눈금 차이가 1이하

(1,1)	**(1,2)**	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,2)	**(2,3)**	(2,4)	(2,5)	(2,6)
		(3,3)	**(3,4)**	(3,5)	(3,6)
			(4,4)	**(4,5)**	(4,6)
				(5,5)	**(5,6)**
					(6,6)

$A \cap B$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	**(2,6)**
		(3,3)	(3,4)	**(3,5)**	(3,6)
			(4,4)	(4,5)	**(4,6)**
				(5,5)	(5,6)
					(6,6)

$A \cap C$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
		(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
			(4,4)	(4,5)	(4,6)
				(5,5)	(5,6)
					(6,6)

$B \cap C$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
		(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
			(4,4)	**(4,5)**	(4,6)
				(5,5)	**(5,6)**
					(6,6)

$A \cap B \cap C$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
		(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
			(4,4)	(4,5)	(4,6)
				(5,5)	(5,6)
					(6,6)

B^c

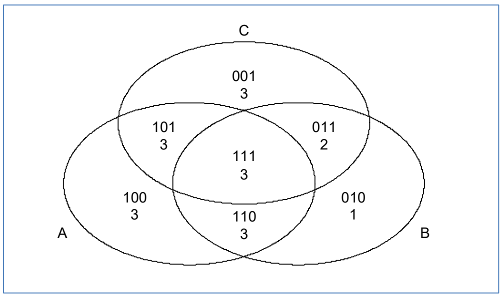
(1,1)	**(1,2)**	**(1,3)**	**(1,4)**	**(1,5)**	**(1,6)**
	(2,2)	**(2,3)**	**(2,4)**	**(2,5)**	(2,6)
		(3,3)	**(3,4)**	(3,5)	(3,6)
			(4,4)	(4,5)	(4,6)
				(5,5)	(5,6)
					(6,6)

$A \cap B^c$

(1,1)	(1,2)	**(1,3)**	(1,4)	**(1,5)**	(1,6)
	(2,2)	(2,3)	**(2,4)**	(2,5)	(2,6)
		(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
			(4,4)	(4,5)	(4,6)
				(5,5)	(5,6)
					(6,6)

[예 3-3] 주사위 두 개를 동시에 던지는 확률실험의 벤다이어그램

A=눈금의 합이 짝수　B=눈금의 합이 8 이상　C=눈금 차이가 1이하



$A = 100 \cup 101 \cup 110 \cup 111$　$B = 010 \cup 011 \cup 110 \cup 111$　$C = 001 \cup 011 \cup 101 \cup 111$

$A \cap B = 110 \cup 111$　$A \cap C = 101 \cup 111$　$B \cap C = 011 \cup 111$

$A \cap B \cap C = 111$　$A \cap B^c = 100 \cup 101$　$A^c \cap B = 010 \cup 011$

7/31

7

[예 3-4] 주사위 두 개를 동시에 던지는 확률실험 (**상호배반**)

A=눈금의 차가 3 이상,　B=눈금의 곱이 20 이상

 # 사상 A (눈금의 차가 3 이상)

$A = \{(1,4),(1,5),(1,6),(2,5),(2,6),(3,6)\}$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
		(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
			(4,4)	(4,5)	(4,6)
				(5,5)	(5,6)
					(6,6)

 # 사상 B (눈금의 곱이 20 이상)

$B = \{(4,5),(4,6),(5,5),(5,6),(6,6)\}$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
		(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
			(4,4)	(4,5)	(4,6)
				(5,5)	(5,6)
					(6,6)

 # 상호배반인지 확인 ⇒ 교사상의 원소가 없으므로 상호배반임

$A \cap B = \phi \Rightarrow$ **교사상의 원소가 없으므로 상호배반임**

8/31

8

2. 확률의 정의

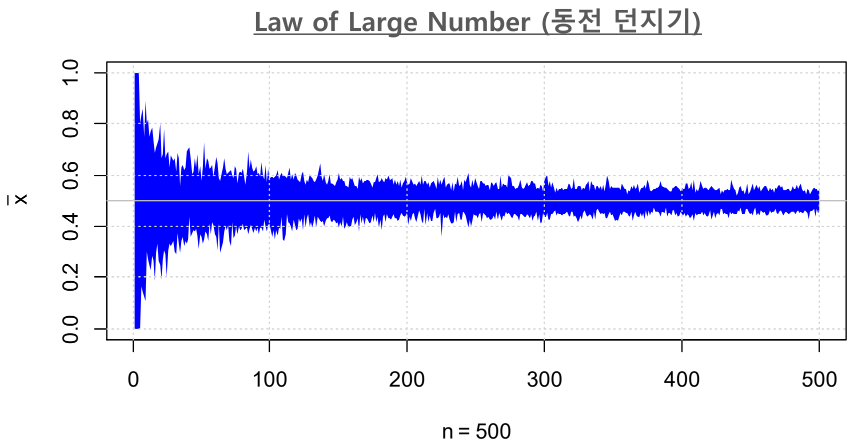
- **고전적 확률**(classical probability)
  - 동전을 던져 앞면이 나올 확률은 ½이라고 예상
- **상대도수(relative frequency) 확률**
  - 동전을 실제로 던져 보고 앞면이 나오는 횟수의 비율(상대도수)로 정하는 확률
- **대수의 법칙(law of large numbers)**
  - 동전 던지는 일을 무수히 많이 하면 **상대도수 확률**이 **고전적 확률**과 점차 가까워짐

9/31

9

대수의 법칙(law of large numbers)

[예 3-5] 공정한 동전을 각각 1회 ~ 500회씩 던져서 앞면이 나올 확률 추정



10/31

10

2. 확률의 정의

[정의 3-3] 확률(probability)

- 어떤 사상이 발생할 수 있는 가능성을 수치로 나타낸 것
- 표본공간의 **모든 원소가 동일한 발생확률**을 갖는다면, 사상 A의 확률은 전체 원소의 개수에 대한 사상 A에 속한 원소의 개수의 비율

- 확률의 특성
  - **P(S)=1**
  - **0≤P(A)≤1**
  - **P(Ø)=0**

11/31

[예 3-6] 공정한 동전을 네 번 던지는 실험에서, 앞면이 두 번 이상 나올 확률

$$S = \{HHHH, HHHT, HHTH, \cdots, TTTH, TTTT\}$$
$$\Rightarrow |S| = 2^4 = 16$$
$$|A| = {}_4C_4 + {}_4C_3 + {}_4C_2 = 1+4+6 = 11$$
$$\Rightarrow P(A) = 11/16 = 0.6875$$

[예 3-7] 주사위 네 개를 동시에 던지는 실험

① A= 숫자의 합이 15 ② B= 한 개 이상의 6 ③ C= 한 개 이상의 1
④ P(A∩B), P(A∩C), P(B∩C), P(A∩B∩C)

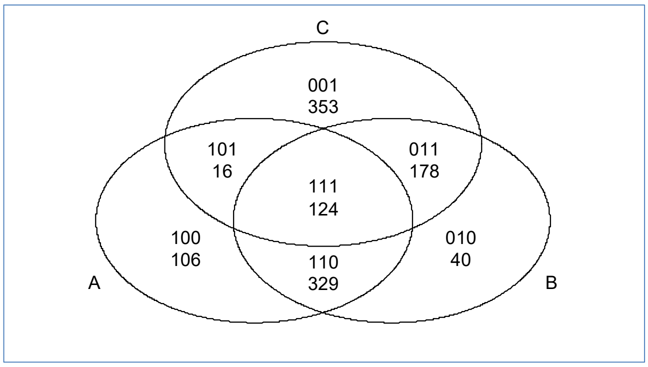
$$6^4 - 5^4 = 1296 - 625 = 671$$

12/31

[예 3-7] 주사위 네 개를 동시에 던지는 실험

① A= 숫자의 합이 15 ② B= 한 개 이상의 6

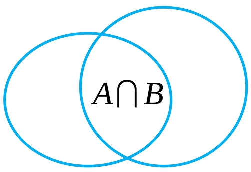
③ C= 한 개 이상의 1



2.2 확률의 연산

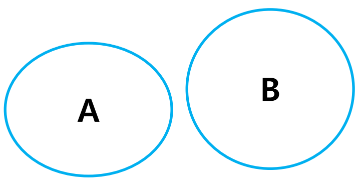
- 합사상의 확률 계산 1

  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



- 합사상의 확률 계산 2
  - 사건 **A와 B가 서로 배반**이면 **A∩B=Ø**이고 **P(Ø)=0**이므로

    $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$



[예 3-8] 주사위 네 개를 던지는 실험

A= 숫자의 합이 15 이상, B= 한 개 이상의 6, C= 한 개 이상의 1

① P(A∪B) ② P(A∪C) ③ P(B∪C) ④ P(A∪B∪C)

A=575, B=671, C=671, AB=453, AC=140, BC=302, ABC=124

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = \frac{575+671-453}{1296} = \frac{793}{1296} \doteq 0.6119$$

$$P(A\cup C) = P(A) + P(C) - P(A\cap C) = \frac{575+671-140}{1296} = \frac{1106}{1296} \doteq 0.8534$$

$$P(B\cup C) = P(B) + P(C) - P(B\cap C) = \frac{671+671-302}{1296} = \frac{1040}{1296} \doteq 0.8025$$

$$P(A\cup B\cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A\cap B) - P(A\cap C) - P(B\cap C) + P(A\cap B\cap C)$$

$$= \frac{575+671+671-453-140-302+124}{1296} = \frac{1146}{1296} \doteq 0.8843$$

15/31

15

[예 3-9] 네 개의 주사위를 동시에 던지는 실험에서 네 개의 연속되는 숫자가 나올 확률

$$\{1,2,3,4\}, \{2,3,4,5\}, \{3,4,5,6\} \Rightarrow \frac{3\times(4!)}{6^4} = \frac{3\times 24}{1296} = \frac{72}{1296}$$

16/31

16

[예 3-10] 주사위 네 개를 던지는 실험

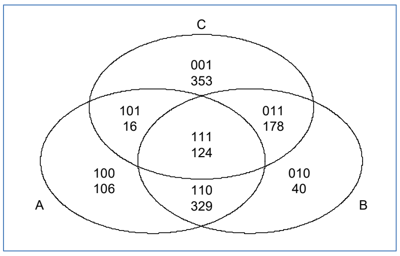
A= 숫자의 합이 15 이상, B= 한 개 이상의 6, C= 한 개 이상의 1

① $P(A \cap B^c)$ ② $P(A^c \cap B^c)$ ③ $P(A \cap B \cap C^c)$ ④ $P(A \cap B^c \cap C)$

A=575, B=671, C=671, AB=453, AC=140, BC=302, ABC=124,
AuB=793, AuC=1106, BuC=1040, AuBuC=1146

$$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{575-453}{1296} = \frac{122}{1296} \doteqdot 0.0941$$

$$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{793}{1296} = \frac{503}{1296} \doteqdot 0.3881$$



17/31

17

[예 3-10] 주사위 네 개를 던지는 실험

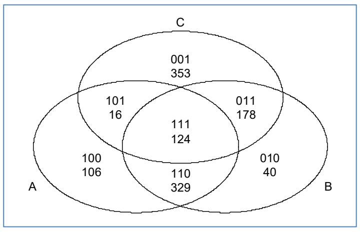
A= 숫자의 합이 15 이상, B= 한 개 이상의 6, C= 한 개 이상의 1

① $P(A \cap B^c)$ ② $P(A^c \cap B^c)$ ③ $P(A \cap B \cap C^c)$ ④ $P(A \cap B^c \cap C)$

A=575, B=671, C=671, AB=453, AC=140, BC=302, ABC=124,
AuB=793, AuC=1106, BuC=1040, AuBuC=1146

$$P(A \cap B \cap C^c) = P(A \cap B) - P(A \cap B \cap C) = \frac{453-124}{1296} = \frac{329}{1296} \doteqdot 0.2539$$

$$P(A \cap B^c \cap C) = P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C) = \frac{140-124}{1296} = \frac{16}{1296} \doteqdot 0.0123$$



18/31

18

3. 조건부확률

[정의 3-4] 조건부확률

- **어떤 조건(B)이 주어진 상태**에서 **특정 사건(A)이 발생할 확률**

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

- 모든 원소의 발생확률이 동일하다면...

$$P(A|B)=\frac{A\cap B\text{에 속한 원소의 개수}}{B\text{에 속한 원소의 개수}}$$

19/31

19

[표 3-1] 학과 신입생에 대한 분할표

구분	남학생(M)	여학생(F)	소계
문과출신(A)	15	25	**40**
이과출신(B)	40	20	**60**
소계	**55**	**45**	**100**

- 주변확률(marginal probability)과 결합확률(joint probability)

구분	남학생(M)	여학생(F)	소계
문과출신(A)	15/100	25/100	**40/100**
이과출신(B)	40/100	20/100	**60/100**
소계	**55/100**	**45/100**	**100/100**

- 조건부확률(conditional probability) **행**조건 / **열**조건

구분	남학생(M)	여학생(F)
문과출신(A)	15/40	25/40
이과출신(B)	40/60	20/60

구분	남학생(M)	여학생(F)
문과출신(A)	15/55	25/45
이과출신(B)	40/55	20/45

20/31

20

[예 3-11] 학과 신입생에 대한 **분할표**

구분	남학생(M)	여학생(F)	소계
문과출신(A)	15	25	**40**
이과출신(B)	40	20	**60**
소계	**55**	**45**	**100**

- 한 학생이 문과출신일 때(A), 그 학생이 여학생일 (F) 조건부 확률

구분	남학생(M)	여학생(F)
문과출신(A)	15/40	**25/40**
이과출신(B)	40/60	20/60

$$P(F\,|\,A)=\frac{P(A\cap F)}{P(A)}=\frac{25/100}{40/100}=\frac{25}{40}$$

- 한 학생이 여학생일 때(F), 그 학생이 문과출신일(A) 조건부 확률

구분	남학생(M)	여학생(F)
문과출신(A)	15/55	**25/45**
이과출신(B)	40/55	20/45

$$P(A\,|\,F)=\frac{P(A\cap F)}{P(F)}=\frac{25/100}{45/100}=\frac{25}{45}$$

21/31

21

[예 3-12] 주사위 네 개를 던지는 실험에서 조건부확률

A= 숫자의 합이 15 이상, B= 한 개 이상의 6, C= 한 개 이상의 1

P(A|B) P(A|C) P(A|B∩C) P(A|B∪C)

A=575, B=671, C=671, AB=453, AC=140, BC=302, ABC=124,
AuB=793, AuC=1106, BuC=1040, AuBuC=1146

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{453/1296}{671/1296}=\frac{453}{671}\doteq 0.6751$$

$$P(A|C)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}=\frac{140/1296}{671/1296}=\frac{140}{671}\doteq 0.2086$$

$$P(A|B\cap C)=\frac{P(A\cap B\cap C)}{P(B\cap C)}=\frac{124/1296}{302/1296}=\frac{124}{302}\doteq 0.4160$$

$$P(A\cap(B\cup C))=P(A\cap B)+P(A\cap C)-P(A\cap B\cap C)$$
$$=\frac{453+140-124}{1296}=\frac{469}{1296}$$

$$\Rightarrow P(A|B\cup C)=\frac{P(A\cap(B\cup C))}{P(B\cup C)}=\frac{469/1296}{1040/1296}=\frac{469}{1040}\doteq 0.4510$$

22/31

22

3.2 곱의 법칙(multiplicative law)

- **두 사상 A와 B가 동시에 발생할 확률**

P(A∩B)=P(A)P(B|A) $\Leftarrow P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

- n개의 사상에 대하여 적용

$$
\begin{aligned}
& P(A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n)=P(A_1)P(A_2\cap A_3\cap\cdots\cap A_n\mid A_1)\\
&=P(A_1)P(A_2\mid A_1)P(A_3\cap\cdots\cap A_n\mid A_1\cap A_2)\\
&=P(A_1)P(A_2\mid A_1)P(A_3\mid A_1\cap A_2)P(A_4\cap\cdots\cap A_n\mid A_1\cap A_2\cap A_3)\\
&=\cdots\\
&=P(A_1)P(A_2\mid A_1)P(A_3\mid A_1\cap A_2)\times\cdots\times P(A_n\mid A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_{n-1})
\end{aligned}
$$

23/31

23

[예 3-13] 네 종류의 무늬에 1번부터 13번까지 표기된 52장의 카드가 들어 있는 항아리에서 4장의 카드를 꺼냈을 때 모두 같은 무늬가 나올 확률

$$
\begin{aligned}
& P(A_1\cap A_2\cap A_3\cap A_4)\\
&=P(A_1)P(A_2\mid A_1)P(A_3\mid A_1\cap A_2)P(A_4\mid A_1\cap A_2\cap A_3)\\
&=1\times\frac{12}{51}\times\frac{11}{50}\times\frac{10}{49}=\frac{1,320}{124,950}\doteq 0.0106
\end{aligned}
$$

D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13
H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9	H10	H11	H12	H13
C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13

24/31

24

3.3 독립사상(independent events)

- 표본공간을 이루고 있는 사건 A와 B에 대하여 두 사건 A와 B가 서로 독립이면

  P(B|A)=P(B) & P(A|B)=P(A)

- 즉, P(B|A)에서 조건으로 주어진 **사건 A**가 **사건 B**에 아무런 영향을 주지 못하므로, 사건 A와 B는 서로 독립인 관계 성립

  P(A∩B) =P(A)P(B|A)=P(A)P(B)

25/31

25

[정의 3-5] 독립 사상(independent events)

- P(A∩B)=P(A)P(B)
- 독립이면 → $P(A) = P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- **P(A∩B)=P(A)P(B)**이 성립하면,

  $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$$

- 확장 (n개 사상)

  $$P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2)P(A_3)\cdots P(A_n)$$

26/31

26

[예 3-14] 학과 신입생에 대한 분할표

구분	남학생(M)	여학생(F)	소계
문과출신(A)	15	25	**40**
이과출신(B)	40	20	**60**
소계	**55**	**45**	**100**

- 한 학생이 **문과출신일 사상(A)**과, **여학생일 사상(F)**의 독립성 판정

$$P(A)=0.40,\ P(F)=0.45,\ P(A\cap F)=0.25$$

$$P(A)P(F)=0.40\times 0.45=0.18\neq P(A\cap F)=0.25$$

[예 3-15]* 네 종류의 무늬에 1번부터 13번까지 표기된 52장의 카드, 4장의 카드를 꺼냈을 때 다음 두 사상이 서로 독립인지 판정

사상 A = 모두 다른 무늬가 나오는 사상

사상 B = 모두 다른 숫자가 나오는 사상

① 앞에서 나온 카드와 다른 무늬가 나오는 사상 Ai
② 앞에서 나온 카드와 다른 숫자가 나오는 사상 Bi
③ 앞에서 나온 카드와 다른 무늬, 다른 숫자가 나오는 사상 Ci

$$P(A)=P(A_1\cap A_2\cap A_3\cap A_4)=1\times\frac{39}{51}\times\frac{26}{50}\times\frac{13}{49}=\frac{13{,}182}{124{,}950}\doteq 0.1055$$

$$P(B)=P(B_1\cap B_2\cap B_3\cap B_4)=1\times\frac{48}{51}\times\frac{44}{50}\times\frac{40}{49}=\frac{84{,}480}{124{,}950}\doteq 0.6761$$

$$P(A\cap B)=P(C_1\cap C_2\cap C_3\cap C_4)=1\times\frac{36}{51}\times\frac{22}{50}\times\frac{10}{49}=\frac{7{,}920}{124{,}950}\doteq 0.0634$$

$$\Rightarrow P(A)P(B)=\frac{13{,}182}{124{,}950}\times\frac{84{,}480}{124{,}950}\doteq 0.0713\neq P(A\cap B)$$

$$P(A) = P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = 1 \times \frac{39}{51} \times \frac{26}{50} \times \frac{13}{49}$$

$$P(B) = P(B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4) = 1 \times \frac{48}{51} \times \frac{44}{50} \times \frac{40}{49}$$

$$P(A \cap B) = P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4) = 1 \times \frac{36}{51} \times \frac{22}{50} \times \frac{10}{49}$$

D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13
H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9	H10	H11	H12	H13
C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13

[예 3-16] 앞의 [예 3-15]에서 무늬와 숫자가 서로 영향을 준다는 다소 의외의 결과를 얻었다. 이를 뒷받침하기 위해 다음 두 사상이 서로 독립인지 판정하시오.

사상 A=4장 모두 같은 무늬가 나오는 사상

사상 B=4장 모두 같은 숫자가 나오는 사상

- P(A)>0, P(B)>0
- 같은 무늬와 같은 숫자가 두 번 이상 나올 수 없으므로 사상 A∩B에 속한 원소의 개수는 0
- **P(A)P(B)>0=P(A∩B)**로서 독립사상이 아님

[예 3-17] 불량률이 0.1인 공정에서 생산되는 제품 10개를 랜덤 샘플링

① 모두 양품일 확률

② 한 개가 불량이고 9개가 양품일 확률

$$P(A) = 0.9^{10} \doteq 0.3487$$

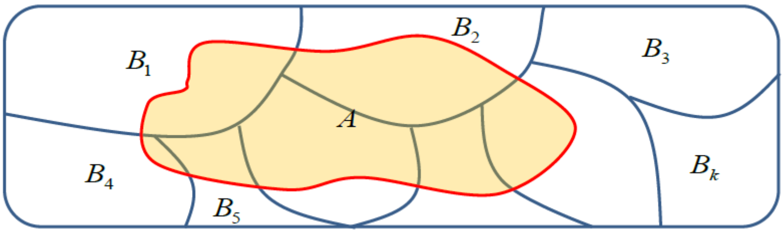
$$P(B) = 10 \times (0.1 \times 0.9^9) \doteq 0.3847$$

○○○○○○○○○○

4. 베이즈 정리

[정리 3-1] 전확률 정리(theorem of total probability)

- 표본공간 S를 상호배반인 사상들로 분할(partition)



$$A = (B_1 \cap A) \cup (B_2 \cap A) \cup \cdots \cup (B_k \cap A)$$

$$P(A) = P(B_1 \cap A) + P(B_2 \cap A) + \cdots + P(B_k \cap A)$$

$$P(B_i \cap A) = P(B_i)P(A \mid B_i)$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(B_i \cap A) = \sum_{i=1}^{k} P(B_i)P(A \mid B_i)$$

31/31

[예 3-18] 네 개의 생산라인 별 생산비율과 불량률
　　　한 제품을 랜덤 샘플링했을 때, 불량(F)일 확률

생산라인	A	B	C	D	
생산비율	20%	40%	30%	10%	$\Rightarrow 100\%$
불량률	0.04	0.02	0.01	0.05	$\Leftrightarrow P(F \mid \square)$

$$P(F) = P(F \cap A) + P(F \cap B) + P(F \cap C) + P(F \cap D)$$
$$= P(A)P(F \mid A) + P(B)P(F \mid B) + P(C)P(F \mid C) + P(D)P(F \mid D)$$
$$= 0.2 \times 0.04 + 0.4 \times 0.02 + 0.3 \times 0.01 + 0.1 \times 0.05 = 0.024$$

```
# 생산비율, 라인별 불량률
prior <- c(0.2, 0.4, 0.3, 0.1)
cond <- c(4, 2, 1, 5)/100
# 불량이 각 라인에서 발생할 확률
tot <- prior*cond; tot
[1] 0.008 0.008 0.003 0.005
# 합계
sum(tot)
[1] 0.024
```

32/31

4. 베이즈 정리

[정리 3-2] 베이즈 정리(Bayes theorem)

- 표본공간 S를 상호배반인 사상들로 분할(partition)

$$P(B_r \mid A) = \frac{P(B_r)P(A \mid B_r)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i)P(A \mid B_i)}$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(B_i \cap A) = \sum_{i=1}^{k} P(B_i)P(A \mid B_i)$$

$$P(B_r \mid A) = \frac{P(B_r \cap A)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(B_r)P(A \mid B_r)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i \cap A)} = \frac{P(B_r)P(A \mid B_r)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i)P(A \mid B_i)}$$

33/31

33

[예 3-19] 불량품이 하나 나왔을 때, 생산라인 A, B, C, D에서 생산되었을 확률

생산라인	A	B	C	D
생산비율	20%	40%	30%	10%
불량률	0.04	0.02	0.01	0.05

$$P(F) = P(F \cap A) + P(F \cap B) + P(F \cap C) + P(F \cap D)$$

$$= P(A)P(F \mid A) + P(B)P(F \mid B) + P(C)P(F \mid C) + P(D)P(F \mid D)$$

$$= 0.2 \times 0.04 + 0.4 \times 0.02 + 0.3 \times 0.01 + 0.1 \times 0.05 = 0.024$$

$$\Rightarrow P(A \mid F) = \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{0.2 \times 0.04}{0.024} = \frac{1}{3}$$

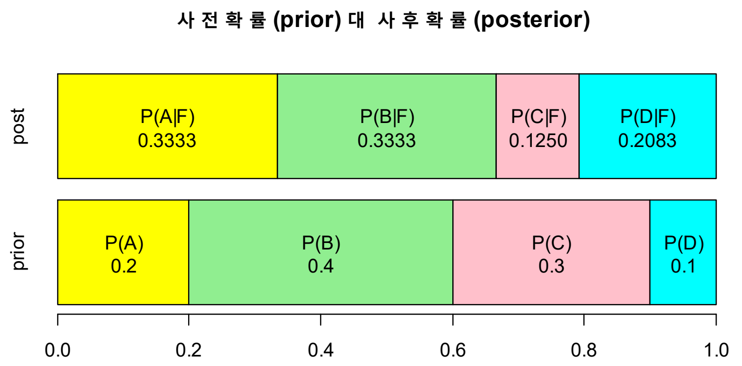
$$\Rightarrow P(B \mid F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)} = \frac{0.4 \times 0.02}{0.024} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow P(C \mid F) = \frac{P(C \cap F)}{P(F)} = \frac{0.3 \times 0.01}{0.024} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow P(D \mid F) = \frac{P(D \cap F)}{P(F)} = \frac{0.1 \times 0.05}{0.024} = \frac{5}{24}$$

34/31

34


사전확률(prior) 대 사후확률(posterior)
post
P(A|F)
0.3333
P(B|F)
0.3333
P(C|F)
0.1250
P(D|F)
0.2083
prior
P(A)
0.2
P(B)
0.4
P(C)
0.3
P(D)
0.1
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0

35/31

35