

1. Функционалы в нормированных пространствах. Производные по Гато и по Фреше. Стационарная точка функционала.
2. Интегральные функционалы. Дифференцируемость. Вариация интегрального функционала.
3. Лемма Дюбуа-Реймона. Обобщенная лемма Дюбуа-Реймона.
4. Простейшая задача вариационного исчисления с фиксированными граничными точками.
5. Принадлежность экстремальной функции классу $C^2([a, b], \mathbb{R}^n)$.
6. Задача со свободными концами. Естественные граничные условия.
7. Касательные к гиперповерхности.
8. Условный экстремум в бесконечномерном пространстве (включая случай нескольких условий).
9. Изопериметрическая задача.
10. Интегральные функционалы на кривых.
11. Общая форма первой вариации.
12. Уравнение Эйлера для интегральных функционалов на кривых. Инвариантность относительно параметризации.
13. Условия трансверсальности.
14. Многомерные вариационные задачи при фиксированных граничных условиях. Уравнения Эйлера-Остроградского.
15. Многомерные вариационные задачи. Естественные граничные условия.
16. Однородная задача Штурма-Лиувилля. Симметричность оператора Штурма-Лиувилля.
17. Свойства собственных чисел и собственных функций однородной задачи Штурма-Лиувилля.
18. Теорема Штурма.
19. Нули собственных функций однородной задачи Штурма-Лиувилля.
20. Минимизирующая последовательность для функционала $J[y] = \int_a^b (py'^2 + qy^2) dx$.
21. Существование минимума функционала $J[y] = \int_a^b (p(x)y'(x)^2 + q(x)y(x)^2) dx$ при условии $\int_a^b y(x)^2 dx = 1$. Первое собственное значение задачи Штурма-Лиувилля.
22. Нахождение бесконечной последовательности собственных значений задачи Штурма-Лиувилля вариационным методом.
23. Замкнутость системы собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.