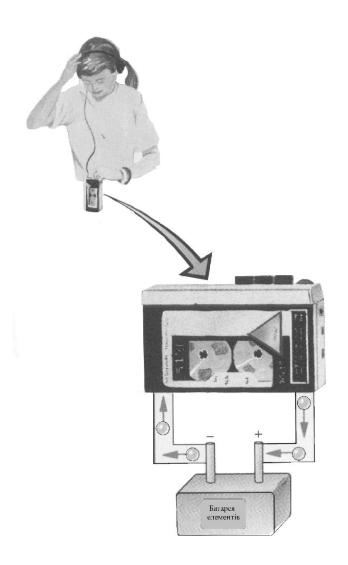
### Розділ 3

### 3. Постійний струм



Електричним струмом називається напрямлений (впорядкований) рух електричних зарядів.

Для кількісної оцінки електричного струму введене поняття сили струму. Силою струму називають скалярну величину, яка чисельно дорівнює електричному заряду, що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt}, \tag{3.1}$$

де dq — електричний заряд, dt —час, протягом якого проходить заряд.

Електричний струм може бути розподілений нерівномірно по поверхні поперечного перерізу, крізь яку він протікає. Тому більш детально охарактеризувати протікання струму можна за допомогою векторної величини  $\vec{j}$ , яка називається густиною струму.

Густиною струму  $\epsilon$  вектор  $\mathbf{j}$ , напрямлений у напрямку протікання струму, чисельно рівний силі струму, що протіка $\epsilon$  через одиницю площі поперечного перерізу провідника, перпендикулярної до напряму протікання.

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\mathbf{S}} \tag{3.2}$$

Для постійного струму  $\mathbf{I} = \mathbf{j_1} \mathbf{S_1} = \mathbf{j_2} \mathbf{S_2}$ , звідки  $\frac{\mathbf{j_1}}{\mathbf{j_2}} = \frac{\mathbf{S_2}}{\mathbf{S_1}}$ , тобто густини струмів у різних

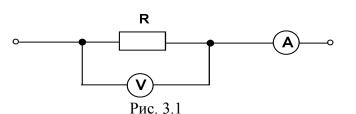
перерізах провідника обернено пропорційні площам цих перерізів. Візьмемо однорідний циліндричний провідник довжиною  $\ell$  і поперечним перерізом **S**. Нехай в одиниці об'єму цього провідника буде  $\mathbf{n_0}$  елементарних зарядів (концентрація зарядів). Тоді  $\mathbf{q} = \mathbf{en_0} \mathbf{S} \ell$ , густина струму:

$$j = \frac{e \, \mathsf{n_0} \, \mathsf{S} \, \ell}{\mathsf{S} \, \mathsf{t}} = e \, \mathsf{n_0} \, \mathsf{v} \,, \tag{3.3}$$

де  $\mathbf{V} = \frac{\ell}{\mathbf{t}}$  — середня швидкість руху зарядів,  $\mathbf{e}$  — елементарний заряд. Отже, густина струму визначається густиною носіїв заряду і швидкістю їх впорядкованого руху. Одиницею вимірювання густини струму в системі СІ  $[\mathbf{j}] = \mathbf{1} \frac{\mathbf{A}}{\mathbf{M}^2}$ 

#### 3.1 Закон Ома для ділянки кола. Опір провідників.

Закон Ома для однорідної ділянки кола (тобто ділянки, яка не містить ЕРС) (рис. 3.1)



формулюється так: сила струму І на ділянці кола прямо пропорційна напрузі (різниці потенціалів) на його кінцях і обернено пропорційна опору **R** цієї ділянки:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R},\tag{3.4}$$

де **R** – опір однорідної ділянки кола, причому

$$\mathbf{R} = \rho \frac{\ell}{\mathbf{S}} \,, \tag{3.5}$$

де  $\ell$  - довжина провідника, **S** – площа поперечного перерізу,  $\rho$  - питомий електричний опір матеріалу провідника, який чисельно дорівнює опору провідника одиничної довжини, з одиничним перерізом.

Величина називається σ, обернена до питомого опору ρ, питомою електропровідністю речовини:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \tag{3.6}$$

Питома електропровідність  $\sigma$  характеризує здатність речовини проводити струм. Вона пов'язує густину струму в будь-якій точці провідника з напруженістю електричного поля в цій точці, яке зумовлює електричний струм у провіднику. Розглянемо елемент провідника довжиною  $d\ell$  і площею поперечного перерізу **S**. Опір dR цього елементу дорівнює

$$dR = \rho \frac{d\ell}{S}$$
 (3.7)

Якщо в провіднику проходить струм I, то згідно з законом Ома для ділянки кола маємо:

$$I = \frac{dU}{dR}, \tag{3.8}$$

де dU – спад напруги на елементі провідника  $d\ell$ .

Оскільки I = jS, то

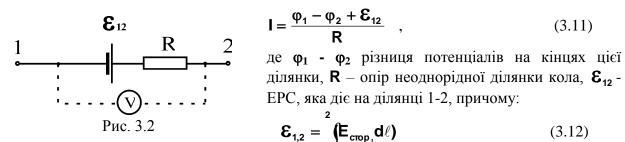
$$jS = \frac{dU}{\rho \frac{d\ell}{S}} \text{ afo } j = \frac{1}{\rho} \frac{dU}{d\ell}$$
(3.9)

Величина  $\frac{dU}{d\ell}$  чисельно дорівнює напруженості **E** електричного поля в провіднику зі струмом. Тоді

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\mathbf{j}} \mathbf{E} \text{ ado } \mathbf{j} = \mathbf{\sigma} \mathbf{E} \tag{3.10}$$

Цей вираз є законом Ома в диференціальній формі: густина струму в провіднику дорівнює добутку питомої електропровідності провідника на напруженість електричного поля.

Закон Ома для неоднорідної ділянки кола (тобто ділянки, яка містить джерело з електрорушійною силою (EPC)  $\mathbf{\mathcal{E}}_{12}$ ) (рис.3. 2) записується так:



$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R} \quad , \tag{3.11}$$

$$\mathbf{\mathcal{E}}_{1,2} = \int_{1}^{2} \mathbf{\mathcal{E}}_{\mathsf{crop}}, \mathbf{d}\ell \mathbf{)} \tag{3.12}$$

Електрорушійна сила  $\mathbf{\mathcal{E}}_{1,2}$  чисельно дорівнює роботі, виконаній сторонніми силами при переміщенні вздовж ділянки кола одиничного додатного заряду із точки 1 в точку 2. Якщо ЕРС сприяє руху додатних зарядів у вибраному напрямку, то  $\mathbf{\mathcal{E}}_{1,2} > 0$ . Якщо ЕРС протидіє руху позитивних зарядів в даному напрямку, то  $\mathbf{\mathcal{E}}_{1,2} < 0$ .

Спадом напруги  $U_{12}$  на ділянці кола 1-2 називають фізичну величину, яка чисельно дорівнює роботі, яка виконана сумарним полем кулонівських і сторонніх сил при переміщенні вздовж кола одиничного додатного заряду з точки 1 у точку 2:

$$\mathbf{U}_{12} = \int_{1}^{2} \mathbf{E}_{\text{куп}} + \mathbf{E}_{\text{crop}} \mathbf{)} d\ell,$$
 або  $\mathbf{U}_{12} = \mathbf{\varphi}_{1} - \mathbf{\varphi}_{2} + \mathbf{E}_{12}$ 

3 формули (3.11) отримуємо:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} \tag{3.13}$$

Формула (3.13)  $\epsilon$  математичним виразом узагальненого закону Ома для довільної ділянки кола: добуток електричного опору ділянки кола на силу струму в ньому дорівнює спаду електричного потенціалу на цій ділянці і алгебраїчній сумі EPC всіх джерел електричної енергії, які ввімкнені на цій ділянці.

Якщо електричне коло замкнене, то точки 1 і 2 збігаються, тому  $\phi_1 = \phi_2$  і

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{norm}}} \tag{3.14}$$

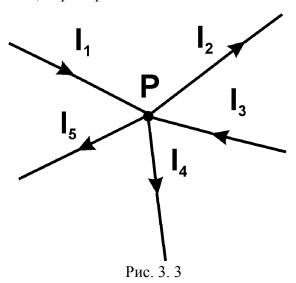
де  $\epsilon$  - алгебраїчна сума всіх ЕРС, включених у цьому колі, а  $R_{\text{повн}}$  – повний опір кола, який дорівнює сумі опору  $\epsilon$  зовнішньої частини кола і внутрішніх опорів  $\epsilon$  всіх джерел.

Якщо коло розімкнене, і отже у ньому немає струму (I = 0), то

$$\mathbf{\mathcal{E}}_{12} = \mathbf{\varphi}_1 - \mathbf{\varphi}_2 \tag{3.15}$$

#### 3.2 Розгалуження струму. Правила Кірхгофа.

Закон Ома дає можливість здійснити розрахунки характеристик нерозгалуженого електричного кола. Але на практиці досить часто зустрічаються складні електричні мережі. Розгалужені електричні кола зручно розрахувати, користуючись двома законами (правилами) Кірхгофа.



Перше правило Кірхгофа стосується вузлових точок. Вузлом у розгалуженому колі називається точка, в якій сходяться більш як два провідники.

Нехай у вузловій точці **Р** ( рис. 3.3 ) струми **I**<sub>1</sub> і **I**<sub>3</sub> входять, а струми **I**<sub>2</sub>, **I**<sub>4</sub> і **I**<sub>5</sub> виходять.

Тоді перше правило Кірхгофа можна сформулювати так: сума всіх струмів, які входить у точку розгалуження, дорівнює сумі струмів, які виходять з цієї точки, тобто:

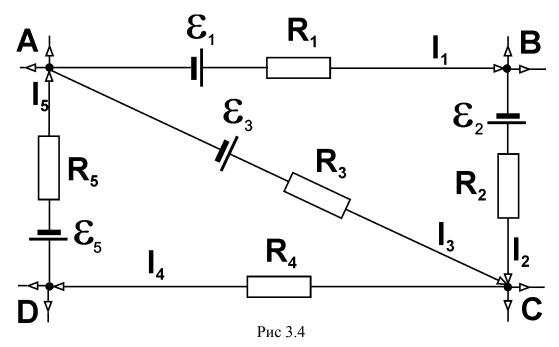
$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$$
 (3.16)

Це правило по суті підтверджує закон збереження електричних зарядів: у вузлах не можуть нагромаджуватись або зникати заряди, бо інакше змінювалось би електричне поле, і струм перестав би бути постійним. Якщо струми, які підходять до вузла, вважати додатними, а струми, що виходять — від'ємними, то (3.16) можна записати так:

$$\sum_{k=1}^{n} \mathbf{I}_{k} = \mathbf{0} \tag{3.17}$$

де n - кількість провідників зі струмами у вузлі;  $\mathbf{I}_{\kappa}$  — струми в них. Тому перше правило Кірхгофа можна сформулювати ще й так: *алгебраїчна сума величин усіх струмів у кожній точці розгалуження дорівнює нулю*.

Друге правило Кірхгофа відноситься до замкнутого контуру. Нехай ми маємо розгалужене електричне коло (рис. 3.4).



Виділимо в цьому складному колі певний контур, наприклад АВСА. До кожної з ділянок цього кола можна застосувати закон Ома. Тоді дістанемо рівняння:

$$\begin{split} & \boldsymbol{I}_{1}\boldsymbol{R}_{1} = \boldsymbol{\phi}_{A} - \boldsymbol{\phi}_{B} + \boldsymbol{\xi}_{1}; \\ & \boldsymbol{I}_{2}\boldsymbol{R}_{2} = \boldsymbol{\phi}_{B} - \boldsymbol{\phi}_{c} + \boldsymbol{\xi}_{2}; \\ & \boldsymbol{I}_{3}\boldsymbol{R}_{3} = \boldsymbol{\phi}_{C} - \boldsymbol{\phi}_{A} + \boldsymbol{\xi}_{3}. \end{split}$$

Додавши почленно ці рівняння, дістанемо:

$$I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3$$

У загальному випадку для всякого замкнутого контуру можна записати:

$$\sum_{k=1}^{m} \mathbf{I}_{k} \mathbf{R}_{k} = \sum_{k=1}^{m} \mathbf{\mathcal{E}}_{k}$$
 (3.18)

де m- кількість ділянок у замкнутому контурі, k – номер ділянки. Друге правило Кірхгофа можна сформулювати так: у будь-якому замкнутому контурі, довільно вибраному в розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума добутків величин струмів  $\mathbf{I}_{\mathbf{K}}$  на опори  $\mathbf{R}_{\mathbf{K}}$  відповідних ділянок дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, що діють у цьому

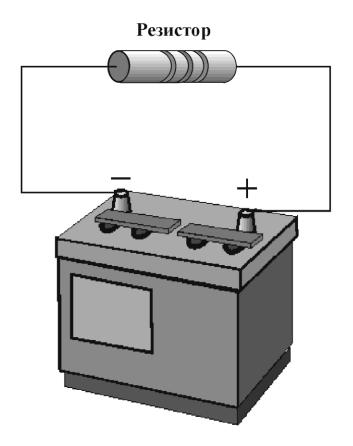
 $\kappa$ онтурі. У сумах  $\sum_{k=1}^m R_k$  і  $\sum_{k=1}^m \mathbf{\mathcal{E}}_k$  є і додатні, і від'ємні члени. При складанні рівнянь, що

відповідають другому правилу Кірхгофа, виберемо довільно напрями струмів на окремих ділянках виділеного замкнутого контуру і здійснимо обхід цього контуру. Напрям обходу також є довільним і може здійснюватися як за напрямом руху стрілки годинника, так і проти цього руху. При виборі напрямів для струмів необхідно слідкувати за тим, щоб для кожного вузла виконувалося перше правило Кірхгофа. Додатними вважаються ті струми, які збігаються з напрямком обходу, а від'ємними ті, напрям яких протилежний до напряму обходу. Додатними вважаються електрорушійні сили, напрям дії яких збігається з напрямом вибраного обходу, тобто коли рух при обході буде відбуватися від негативного полюса джерела до позитивного. У противному випадку електрорушійні сили вважаються від'ємними.

Друге правило Кірхгофа можна сформулювати ще й так: алгебраїчна сума всіх ЕРС, що зустрічаються на шляху замкнутого контуру при його обході, дорівнює алгебраїчній сумі спадів напруг на ділянках цього контуру.

Якщо в електричній схемі міститься m вузлів, то за першим правилом Кірхгофа можна скласти m – 1 незалежних рівнянь. За другим правилом Кірхгофа можна побудувати стільки незалежних рівнянь, скільки можна виділити незалежних замкнутих контурів у даній схемі. Контури вважаються незалежними, якщо кожний з них містить хоча б один елемент, що не належить іншим контурам.

# **Лабораторні роботи** (Постійний струм.)



#### Перевірка закону Ома для електричного кола постійного струму

Мета роботи: необхідно перевірити закон Ома для постійного струму, тобто перевірити співвідношення (3.4) і (3.11).

## Перед виконанням лабораторної роботи необхідно вивчити теоретичний матеріал з розділу 3.1.

#### Порядок виконання роботи

1. Скласти електричне коло, яке зображене на рис. 3.5

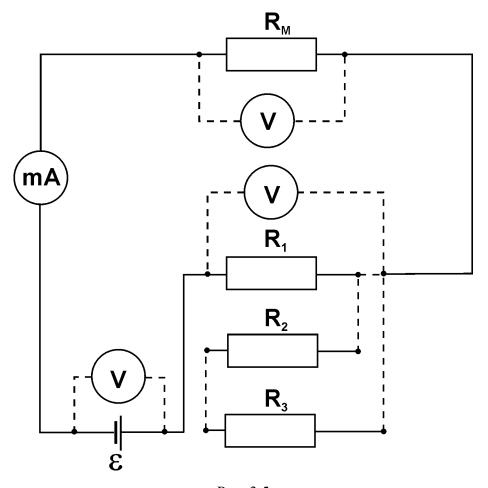


Рис. 3.5

- 2. За допомогою магазину опорів встановити опір  $\mathbf{R}_{\mathbf{M}}$ , значення якого вказане на робочому місці, та записати його у таблицю.
- 3. Записати в таблицю значення опорів **R** і **R**<sub>A</sub>.
- 4. Виміряти силу струму  $I^{B}$  в колі за допомогою амперметра.
- 5. За допомогою вольтметра виміряти:
  - а) напругу  $\mathbf{U}_{\mathsf{R}}^{\mathsf{B}}$  на опорі  $\mathsf{R},$
  - б) напругу  $\mathbf{U}_{\mathbf{R}_{m}}^{\mathbf{B}}$  на клемах магазину опорів,
  - в) ЕРС  $\mathbf{\epsilon}^{\mathtt{B}}$  джерела струму. Для цього треба вийняти вилку з розетки " 24 В " і приєднати

вольтметр до цієї розетки.

- 6. Обчислити за формулою  $\mathbf{U}_{\mathbf{R}_{\mathbf{A}}} = \mathbf{I}^{\mathbf{B}} \mathbf{R}_{\mathbf{A}}$  напругу на амперметрі.
- 7. Обчислити  $\mathbf{E}^{ob} = \mathbf{U}_{R_m}^B + \mathbf{U}_{R_A}^B + \mathbf{U}_{R_A}$ , враховуючи, що внутрішній опір джерела струму малий порівняно з зовнішнім. Порівняти обчислене значення  $\mathbf{E}^{ob}$  з виміряним.
- 8. Перевірити справедливість закону Ома для замкнутого кола, обчисливши на основі формули ( 3.14 ) величину струму

$$I^{o6} = \frac{\epsilon^B}{R + R_M + R_A}$$

і порівняти це значення з виміряним.

9. Перевірити справедливість закону Ома для однорідної ділянки кола. Для цього обчислити

$$U_{R}^{o6} = I^{o6}R = \frac{\epsilon^{B}}{R + R_{..} + R_{A}}R$$

і порівняти обчислене значення з виміряним.

- 10. Усі вимірювання і обчислення провести у випадку послідовного з'єднання трьох відомих опорів, причому  $R = R_1 + R_2 + R_3$ .
- 11. Визначити відносну і абсолютну похибки  $I^{B}$  і  $\mathbf{E}^{B}$ .

Таблиця результатів

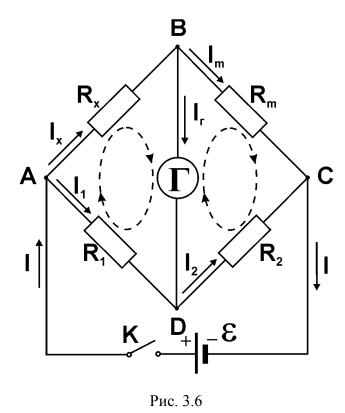
R <sub>m</sub> Ом	R <sub>A</sub> Om	R ~ Om	<b>I</b> <sup>B</sup> 10 <sup>-3</sup> A	U <sub>R</sub> B	$egin{array}{c} oldsymbol{U}_{R_{m}}^{B} \ & \mathrm{B} \end{array}$	B	<b>Е</b> в В	Δ <b>I</b> 10 <sup>-3</sup> A	δI %	<b>Δε</b> Β	δ <b>ξ</b> %	
			I <sup>o6</sup> 10 <sup>-3</sup> A	U <sub>R</sub> <sup>o6</sup>			<b>Е</b> °б В					
		<b>R</b> Ом	I <sup>B</sup> 10 <sup>-3</sup> A	U <sub>R</sub> B	U <sub>Rm</sub> B	U <sub>RA</sub>	<b>E</b> <sup>B</sup>	δI %				
			I <sup>o6</sup> 10 <sup>-3</sup> A	U <sub>R</sub> <sup>oб</sup> B			<b>€</b> <sup>06</sup> <sub>B</sub>		1			

Визначення опору провідників за допомогою містка постійного струму (містка Уітстона)

#### Теоретичні відомості

## Перед виконанням цієї роботи, необхідно вивчити теоретичний матеріал, приведений в розділах 3.1 і 3.2.

Опір провідника можна вимірювати різними методами. Одним з найпростіших і



найточніших методів  $\epsilon$  метод визначення опору провідників за допомогою містка постійного струму (Уітстона). Теорія містка постійного струму грунтується на правилах Кірхгофа (3,16a) і (3,18).

Принципова схема містка Уітстона зображена на рис. 3.6.

Для практичного застосування правил Кірхгофа вибирають, умовний напрям "обходу" контуру на рис.3.6 зображено стрілками всередині відповідних контурів).

Складаємо рівняння за першим правилом Кірхгофа (напрями струмів через резистори  ${\bf R}.~,~{\bf R}_m,~{\bf R}_1$  і  ${\bf R}_2$  вибирають умовно ) для вузлів  ${\bf A},~{\bf B},~{\bf C}:$ 

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_{x} + \mathbf{I}_{1}$$
 (для вузла  $\mathbf{A}$ ), (3.19) 
$$\mathbf{I}_{x} = \mathbf{I}_{m} + \mathbf{I}_{r}$$
 (для вузла  $\mathbf{B}$ ), (3.20) 
$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_{m} + \mathbf{I}_{2}$$
 (для вузла  $\mathbf{C}$ ). (3.21)

Складаємо рівняння за другим правилом

Кірхгофа:

$$\mathbf{I}_{x}\mathbf{R}_{x} + \mathbf{I}_{r}\mathbf{R}_{r} - \mathbf{I}_{1}\mathbf{R}_{1} = \mathbf{0}$$
 (для контуру ABDA); (3.22)

$$I_m R_m - I_2 R_2 - I_r R_r = \mathbf{0}$$
 (для контуру BCDB). (3.23)

Якщо змінювати опори  $\mathbf{R}_m$ ,  $\mathbf{R}_1$ ,  $\mathbf{R}_2$ , то при певних значеннях цих опорів потенціали точок  $\mathbf{B}$  і  $\mathbf{D}$  будуть рівними, тоді струм  $\mathbf{I} \mathbf{r} = \mathbf{0}$ . Врахувавши це у формулах (3.19) — (3.23) отримаємо :

$$egin{array}{ll} {f I}_x &= {f I}_m \; ; \\ {f I}_1 &= {f I}_2 ; \\ {f I}_1 {f R}_1 &= {f I}_x {f R}_x \; ; \\ {f I}_2 {f R}_2 &= {f I}_m {f R}_m \; . \end{array}$$

Розв'язавши цю систему, дістаємо:

$$\mathbf{R}_{x} = \mathbf{R}_{m} \frac{\mathbf{R}_{1}}{\mathbf{R}_{2}}.$$
 (3.24)

Коли ділянкою **ADC** є однорідна прокалібрована дротина ( реохорд ), то відношення  $\frac{R_1}{R_2}$  можна замінити відношенням довжин відповідних відрізків дроту **AD** і **DC**. Справді,

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \frac{\ell_1}{S}}{\rho \frac{\ell_2}{S}} = \frac{\ell_1}{\ell_2} , \qquad (3.25)$$

де  $\rho$ - питомий опір матеріалу, з якого виготовлений реохорд; **S** –площа поперечного перерізу дротини (реохорду). Остаточно невідомий опір

$$R_{x} = R_{m} \frac{\ell_{1}}{\ell_{2}}$$
 (3.26)

Якщо довжина реохорду  $\ell$ , то  $\ell_2 = \ell - \ell_1$ ,

$$R_{x} = R_{m} \frac{\ell_{1}}{\ell - \ell_{1}} . \tag{3.27}$$

Оскільки опір реохорду порівняно невеликий, місток Уітстона, описаного типу застосовується, як правило, для вимірювання невеликих опорів ( від 1 до 1000 Ом ).

Проаналізуємо умову найменшої похибки, зумовленої відліком довжин провідників  $\ell_1$  і  $\ell_2$ . Відносна похибка вимірювань

$$\delta R_{x} = \frac{\Delta R_{x}}{R_{x}} = \frac{\Delta R_{m}}{R} + \frac{\Delta \ell_{1}}{\ell_{1}} + \frac{\Delta \ell_{1}}{\ell - \ell_{1}} + \frac{\Delta \ell_{1}}{\ell - \ell_{1}} =$$

$$= \frac{\Delta R_{m} \ell_{1} (\ell - \ell_{1}) + \Delta \ell_{1} R_{m} (\ell - \ell_{1}) + \Delta \ell R_{m} \ell_{1} + \Delta \ell_{1} R_{m} \ell_{1}}{R_{m} \ell_{1} (\ell - \ell_{1})}$$
(3.28)

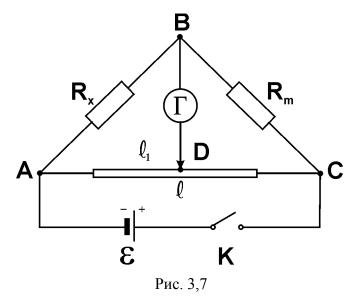
буде мінімальною тоді, коли знаменник виразу ( 3.27 ) буде максимальним. Знаходимо умову максимуму для функції  $\mathbf{f}(\ell_1) = \mathbf{R}_{\mathbf{m}} \ell_1 (\ell - \ell_1)$ ;

$$\frac{\mathrm{df}(\ell_1)}{\mathrm{d}\ell_1} = R_{\mathrm{m}}\ell - 2R_{\mathrm{m}}\ell_1 = 0. \tag{3.29}$$

Звідси  $\ell_1 = \frac{\ell}{2}$ . Таким чином, похибка буде мінімальною, коли при нульовому струмі через гальванометр бігунок Д стоятиме посередині реохорду ( $\ell_1 = \ell_2$ ). У цьому випадку вираз (3.27) набуде вигляду  $\mathbf{R}_{\rm x} = \mathbf{R}_{\rm m}$ .

#### Порядок виконання роботи

1. Скласти електричне коло відповідно до схеми ( рис. 3.7 ) увімкнувши замість  $\mathbf{R}_{x}$  один запропонованих резисторів.



Установити показник реохорду D приблизно посередині колової шкали і за допомогою магазину опору підібрати такий опір  $R_{\rm m}$ , щоб при замиканні ключем кола стрілки відхилення гальванометра було найменшим, а потім, обертаючи показник шкали реохорда, домагаються, щоб

2.

стрілка гальванометра встановилась на поділці **0**. За шкалою реохорду визначити величини  $\ell_1$  і  $\ell_2$  ( $\ell_2 = \ell - \ell_1$ , де  $\ell$  - довжина реохорда ). Вимірювання провести тричі

3. Результати вимірювань та розрахунків записати у таблицю.

						Результати
						вимірювань за
$\mathcal{N}_{\underline{\mathbf{o}}}$			<b>D</b> 0	$\Delta R_{\star}$ ,	SD.	допомогою
$\Pi/\Pi$	$R_{\rm m}$ , Om	$\ell_{1}$ , под.	$\mathbf{R}_{x}$ , Ом	$\Delta R_x$ , Om	$\delta R_x$	промислового
						містка.
						$(R_x \pm \Delta R_x)$ , OM
1						
2						
3						
	Середнє					
3	начення.					

- 4. Аналогічні вимірювання провести для інших невідомих резисторів. Вимірювання кожного з невідомих резисторів слід провести тричі й результати занести до наступних таблиць.
- 5. Визначити похибки вимірювань.
- 6. Виміряти невідомий опір  $\mathbf{R}_{x}$  за допомогою промислового містка постійного струму. Отримане значення порівняти з результатами вимірювань, проведених за допомогою містка Уітстона.

#### Контрольні питання

- 5. Пояснити принцип дії містка постійного струму (Уітстона).
- 6. Сформулювати правила Кірхгофа.
- 7. Вивести розрахункову формулу для визначення опору провідника містком Уітстона.

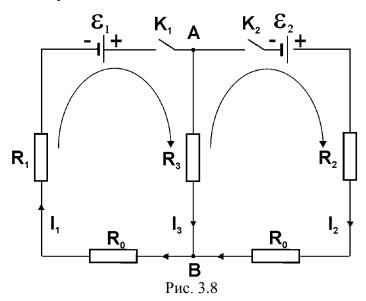
#### Перевірка правил Кірхгофа.

## Перед виконанням цієї роботи, необхідно вивчити теоретичний матеріал, приведений в розділах 3.1 і 3.2.

Мета роботи: перевірити правила Кірхгофа для кола постійного струму.

Теоретичні пояснення правил Кірхгофа, а також їх практичне використання для розрахунку розгалужених електричних кіл показані в розділі 3.2.

У цій лабораторній роботі досліджується розгалужене коло постійного струму, схема якого зображена на рисунку 3.8. Опір  ${\sf R_0}$  - баластний, опори  ${\sf R_0}$ ,  ${\sf R_2}$  і  ${\sf R_3}$  підбираємо за допомогою магазинів опорів.



Вибираємо вказані на рисунку напрями обходу контурів. Застосуємо перше правило Кірхгофа до вузла **В** :

$$I_2 + I_3 - I_1 = 0$$
;

а друге – відповідно до обох контурів:

$$\begin{split} & \mathbf{I}_{1}\mathbf{R}_{0} + \mathbf{I}_{1}\mathbf{R}_{1} + \mathbf{I}_{3}\mathbf{R}_{3} = \mathbf{\xi}_{1}; \\ & -\mathbf{I}_{3}\mathbf{R}_{3} + \mathbf{I}_{2}\mathbf{R}_{2} + \mathbf{I}_{2}\mathbf{R}_{0} = \mathbf{\xi}_{2}. \end{split}$$

При записі рівнянь враховані знаки струмів і ЕРС. Перепишемо систему рівнянь у стандартному вигляді :

$$\begin{aligned} & (-1) \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 + 1 \cdot I_3 = 0 \\ & (R_1 + R_0) \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 = \mathbf{\xi}_1 \\ & 0 \cdot I_1 + (R_0 + R_2) \cdot I_2 + (-R_3) \cdot I_3 = \mathbf{\xi}_2 \end{aligned}$$

Розв'язок даної системи для струмів  $\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2, \mathbf{I}_3$  можна знайти за формулами Крамера:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \ \mathbf{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \ \mathbf{I}_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \tag{3.30}$$

де

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \mathbf{0} & 1 & 1 \\ \mathbf{\xi}_1 & \mathbf{0} & R_3 \\ \mathbf{\xi}_2 & R_0 + R_2 & -R_3 \end{vmatrix} \ , \ \Delta_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ R_1 + R_0 & \mathbf{\xi}_1 & R_3 \\ \mathbf{0} & \mathbf{\xi}_2 & -R_3 \end{vmatrix} \ ,$$

$$\Delta_{3} = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ R_{1} + R_{0} & 0 & \varepsilon_{1} \\ 0 & R_{0} + R_{2} & \varepsilon_{2} \end{vmatrix}, \quad \Delta = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ R_{1} + R_{0} & 0 & R_{3} \\ 0 & R_{0} + R_{2} & -R_{3} \end{vmatrix}.$$
 (3.31)

Якщо якийсь із струмів виявиться від'ємним, то це означає, що його справжній напрям є протилежним до вибраного на рисунку. Після обчислення детермінантів отримаємо кінцеві вирази:

$$\Delta_{1} = \mathbf{\xi}_{1}(R_{2} + R_{0}) + R_{3}(\mathbf{\xi}_{1} + \mathbf{\xi}_{2});$$

$$\Delta_{2} = \mathbf{\xi}_{2}(R_{1} + R_{0}) + R_{3}(\mathbf{\xi}_{1} + \mathbf{\xi}_{2});$$

$$\Delta = R_{3}(R_{1} + 2R_{0} + R_{2}) + (R_{1} + R_{0})(R_{2} + R_{0}).$$
(3.32)

 $\Delta_3$  можна не обчислювати, оскільки  $\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2$ .

Обчисливши струми, визначимо відповідні спади напруг на опорах  $R_1$ ,  $R_2$  і  $R_3$ :

$$U_1 = I_1 R_1, U_2 = I_2 R_2, U_3 = I_3 R_3,$$
 (3.33)

де  $\mathbf{I_1}$ ,  $\mathbf{I_2}$ ,  $\mathbf{I_3}$  визначаються за (3.30).

Величини  $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2$  і  $\mathbf{U}_3$  можна також виміряти безпосередньо вольтметром.

Перевірка правил Кірхгофа, що проводиться в даній роботі полягає в порівнянні напруг, виміряних дослідним шляхом і обчислених за (3.30), (3.31) і (3.33).

#### Порядок виконання роботи

- 1. Скласти електричне коло ( див. Рис. 3.8. ), звернути увагу на полярність джерел струму.
- 2. Підібрати опори  $\mathbf{R}_1$ ,  $\mathbf{R}_2$  і  $\mathbf{R}_3$  за допомогою магазину опорів; замкнути ключі  $K_1$  і  $K_2$  і виміряти спади напруг  $\mathbf{U}_1$ ,  $\mathbf{U}_2$  і  $\mathbf{U}_3$  на цих опорах вольтметром.
- 3. Змінюючи опори, дослід повторити три рази. Результати вимірювань записати в таблиці 1. i 2.

Таблиця 1. <u>№</u>  $R_2$  $R_1$  $R_3$ €, ε,  $R_0$ Δ,  $\Delta_3$  $\Delta_{1}$ Δ  $\Pi/\Pi$ 1 2 3

Таблиця 2.

U <sub>1вим</sub>	U <sub>1064</sub>	δ <b>U</b> <sub>1</sub> ,%	<b>U</b> <sub>2вим.</sub>	<b>U</b> <sub>2064</sub>	δ <b>U</b> <sub>2</sub> ,%	<b>U</b> <sub>3вим.</sub>	<b>U</b> <sub>3064</sub>	δ <b>U</b> <sub>3</sub> ,%

- 4. Розімкнути ключі  $K_1$  і  $K_2$  і виміряти ЕРС  $\mathbf{E_1}$  і  $\mathbf{E_2}$  джерел струму, приєднуючи клеми вольтметра до клем батарей.
- 5. Обчислити за (3.33), враховуючи (3.30) (3.32), спади напруг  $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \ \mathbf{U}_3$  і їх значення записати в таблицю 2.
- 6. Порівняти виміряні і обчислені значення  $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \ \mathbf{U}_3$  і визначити відносне відхилення у відсотках

Визначення електрорушійної сили джерела струму методом компенсації.

## Перед виконанням цієї роботи, необхідно вивчити теоретичний матеріал, приведений в розділах 3.1 і 3.2.

Мета роботи: вивчення компенсаційного методу та визначення електрорушійної сили джерела струму.

Прилади: Джерела струму з відомою електрорушійною силою  ${\bf E}$ ,  ${\bf E}_0$ ; джерела стуму з невідомою електрорушійною силою  ${\bf E}_{{\bf x}_1}$  та  ${\bf E}_{{\bf x}_2}$ ; гальванометр; змінний опір реохорд; магазин опорів  ${\bf R}_0$ , провідники, вимикачі.

#### Теоретичні відомості.

Згідно з формулою (3.12) електрорушійна сила джерела струму визначається як робота, виконана сторонніми силами при переміщенні одиничного додатного заряду.

Електрорушійна сила джерела струму дорівнює різниці потенціалів на розімкнутих затискачах джерела струму ( коли струм у колі дорівнює нулю). Якщо для вимірювання ЕРС до джерела під'єднати вольтметр, то в отриманому замкненому колі потече струм і виміряна вольтметром напруга на затискачах джерела  $\mathbf{U} = \mathbf{E} - \mathbf{Ir}$ , відрізняється від ЕРС  $\mathbf{E}$  джерела на величину спаду напруги  $\mathbf{Ir}$  на внутрішньому опорі  $\mathbf{r}$ .

EPC можна визначити точніше шляхом її порівняння з відомою, еталонною EPC так званого "нормального" елемента. Для такого порівняння використовується компенсаційна схема ( див. Рис. 3.9 ).

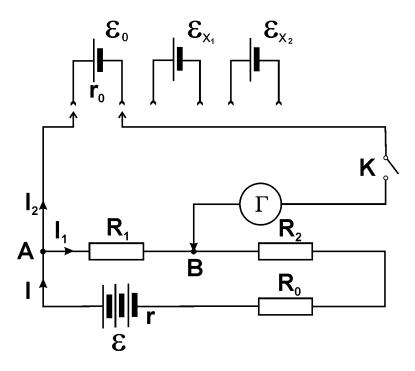


Рис. 3.9

Батарея з ЕРС  ${\bf E}$  замикається на зовнішній опір  ${\bf R} = {\bf R}_0 + {\bf R}_1 + {\bf R}_2$ . Нормальний елемент з  ${\bf E}_0$  і джерело струму, ЕРС  ${\bf E}_{\bf x}$  якого необхідно визначити по черзі вмикають в схему так, що в точці  ${\bf A}$  з'єднуються однойменні полюси  ${\bf E}$  та  ${\bf E}_0$  ( або  ${\bf E}_{\bf x}$ ). Використовуючи правила Кірхгофа ( 3.16) і ( 3.18 ), проаналізуємо умови, при яких сила струму на ділянці , що містить  ${\bf E}_0$  ( або  ${\bf E}_{\bf x}$ ) і гальванометр  ${\bf \Gamma}$ , дорівнює нулю. За першим правилом Кірхгофа у точці  ${\bf A}$ 

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2. \tag{3.34}$$

$$\mathbf{I}_{1}\mathbf{R}_{1} + \mathbf{I}(\mathbf{R}_{0} + \mathbf{R}_{2} + \mathbf{r}) = \mathbf{\varepsilon};$$
  

$$\mathbf{I}_{2}(\mathbf{r}_{0} + \mathbf{r}_{r}) - \mathbf{I}_{1}\mathbf{R}_{1} = -\mathbf{\varepsilon}_{0},$$
(3.35)

де  ${\bf r}$ ,  ${\bf r}_0$  - внутрішні опори, відповідно  ${\bf \epsilon}$  і нормального елемента;  ${\bf r}_{\bf r}$  - опір гальванометра.

Повертаючи ручку реохорда, тобто змінюючи одночасно опори  $\mathbf{R}_1$  і  $\mathbf{R}_2$  ( довжини плечей реохорда ), можемо досягти того, що струм  $\mathbf{I}_2 = \mathbf{0}$ . Тоді з (3.33) випливає, що  $\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}$  і система рівнянь (3.34) матиме вигляд:

$$IR + r = \varepsilon$$

$$I_1R_1 = \varepsilon_0$$

де  $R = R_0 + R_1 + R_2$ . Звідси

$$I = \frac{\epsilon}{R + r}; \qquad I_1 = \frac{\epsilon_0}{R_1}.$$

Оскільки  $I_1 = I$ ,

$$\frac{\mathbf{\mathcal{E}}}{\mathbf{R}+\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{\mathcal{E}}_0}{\mathbf{R}_1}.$$
 (3.36)

Струм  $\mathbf{I_2} = \mathbf{0}$ , коли протилежні за знаком, але рівні за величиною спади напруг, створені джерелами  $\mathbf{E}$  та  $\mathbf{E_0}$  на даній ділянці, зрівноважують (компенсують) один одного.

Якщо замість елемента з  $\mathbf{\mathcal{E}}_0$  увімкнути в схему джерело з невідомою ЕРС  $\mathbf{\mathcal{E}}_{\mathbf{x}}$ , то умови  $\mathbf{\mathcal{I}}_2 = \mathbf{0}$  можна досягти при іншому значенні опору  $\mathbf{R'}_1$ . При цьому повний опір  $\mathbf{R}$  залишається незмінним. Здійснивши заміну в правій частині виразу (3.35), отримаємо.

$$\frac{\mathbf{\mathcal{E}}}{\mathbf{R} + \mathbf{r}} = \frac{\mathbf{\mathcal{E}}_{\mathbf{x}}}{\mathbf{R}_{1}'}.$$
 (3.37)

Прирівнявши праві частини виразів (3.36) та (3.37), дістанемо:

$$\mathbf{\mathcal{E}}_{x} = \mathbf{\mathcal{E}}_{0} \frac{\mathbf{R}_{1}'}{\mathbf{R}_{1}}.$$
 (3.38)

Таким чином порівняння двох ЕРС зводиться до порівняння двох опорів **R** та **R**'<sub>1</sub>.

Описаний метод компенсації в застосуванні до визначення ЕРС має ряд переваг:

- 1) сила струму  $\mathbf{l_2}$  через джерела, EPC яких порівнюються, в момент вимірювання дорівнює нулю, тому спад напруги на внутрішньому опорі джерела відсутній;
- 2) при вимірюваннях непотрібно градуювати шкалу гальванометра, оскільки він фіксує лише відсутність струму;
- 3) EPC допоміжної батареї **&** не використовується при обчисленні кінцевого результату за формулою (3.38). Проте необхідно, щоб під час проведення вимірювань вона залишалася постійною.

#### Порядок виконання роботи

- 1. Скласти схему згідно з рисунком 3.9, вмикаючи в коло нормальний елемент з  $\mathbf{\mathcal{E}_0} = \mathbf{1.018} \; \mathbf{B} \; \mathbf{i} \; \mathbf{д}$  допоміжне джерело з  $\mathbf{\mathcal{E}} = \mathbf{24} \; \mathbf{B}$ .
- 2. Поворотом ручки реохорда досягти такого значення  $\mathbf{R}_1$ , при якому струм, що протікає через гальванометр, відсутній ( $\mathbf{R}_1$  пропорційний довжині плеча реохорда, тобто кількості поділок реохорда від "0" шкали до поділки, на яку вказує стрілка вказівника ). Записати  $\mathbf{R}_1$ .
- 3. Замінити нормальний елемент джерелом з невідомою ЕРС  $\mathbf{\mathcal{E}}_{\mathbf{x}_1}$ .
- 4. Поворотом ручки реохорда знову досягти умови  $\mathbf{l_2} = \mathbf{0}$ . Записати  $\mathbf{R'_1}$ .
- 5. Визначити невідому ЕРС  $\mathbf{\mathcal{E}}_{\mathbf{x}_1}$ , використовуючи співвідношення (3.37), підставивши в нього  $\mathbf{\mathcal{E}}_{\mathbf{0}} = \mathbf{1.018}$  В.
- 6. Увімкнути в коло джерело з невідомою ЕРС  $\mathbf{\mathcal{E}}_{\mathbf{x_2}}$  і записати значення  $\mathbf{R_1''}$ , при якому  $\mathbf{l_2} = \mathbf{0}$ . Обчислити за формулою (3.37)  $\mathbf{\mathcal{E}}_{\mathbf{x_2}}$ .
- 7. Змінивши значення опору  $\mathbf{R_0}$ , повторити попередні вимірювання й обчислення  $\mathbf{\mathcal{E}_{x_1}}$  і  $\mathbf{\mathcal{E}_{x_2}}$ .
- 8. Знайти середні значення  $\mathbf{\mathcal{E}}_{\mathbf{x}_1}$  та  $\mathbf{\mathcal{E}}_{\mathbf{x}_2}$ , і оцінити точність виконаних вимірювань, визначивши абсолютну та відносну похибки вимірювань.
- 9. Результати вимірювань і обчислень занести в таблицю.

№ п/п	R <sub>0</sub>	R <sub>1</sub>	R	R <sup>"</sup>	<b>E</b> <sub>x1</sub>	Δ <b>ε</b> <sub>x1</sub>	δε <sub>χ1</sub>	<b>E</b> <sub>x2</sub>	Δε,	δε,2
1										
2										
3										
4										
5										
Середні										
значення										

- Контрольні запитання Пояснити метод компенсації і його переваги в порівнянні з іншими методами при 10. вимірюванні ЕРС джерела струму.
- Подати означення ЕРС джерела струму. 11.
- Сформулювати і пояснити правила Кіхгофа.