



Московский физико-технический институт
(государственный университет)

ТУННЕЛИРОВАНИЕ НА СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТАХ

Лабораторная работа № 5.5

МОСКВА 2005

Цель работы: изучение явления проникновения электромагнитного поля во вторую среду при полном внутреннем отражении (туннелирование) и использование этого явления для создания интерференционных схем в СВЧ-диапазоне.

В работе используются: генератор СВЧ-колебаний; излучающая и приемная рупорные антенны; детектор; две фторопластовые призмы; металлические зеркала; микроамперметр; плоскопараллельная пластина из фторопласта.

Плоские электромагнитные волны, распространяющиеся в однородной изотропной среде, описываются выражением¹

$$\mathbf{E} = \mathbf{a} e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \mathbf{r})} = \mathbf{a} e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} e^{-i\omega t} = \mathbf{A}(x, y, z) e^{-i\omega t}. \quad (1)$$

В этом выражении \mathbf{a} — амплитуда вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} , \mathbf{r} — радиус-вектор точки наблюдения, ω — круговая частота волны, \mathbf{k} — волновой вектор. Направление вектора \mathbf{k} совпадает с направлением распространения волны (с направлением светового луча), а модуль этого вектора равен

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v},$$

где v — фазовая скорость распространения волн в рассматриваемой среде. Комплексная запись (1) позволяет вместо тригонометрических функций использовать более удобную экспоненциальную функцию. Векторная величина

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \mathbf{a} e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} \quad (2)$$

называется *комплексной амплитудой* волны.

В электромагнитной теории Максвелла выражение (1) возникает как решение волнового уравнения. При действительных значениях k_x , k_y и k_z это выражение описывает *однородную плоскую*

¹При комплексной записи (1) плоской электромагнитной волны в показателе экспоненты можно выбрать любой знак (+ или −), т.к. физический смысл имеет только действительная часть комплексного выражения. Во многих книгах используется знак +, однако в задачах когерентной оптики удобнее использовать знак −, т.к. в этом случае в выражении для комплексной амплитуды (2) появляется в показателе преломления знак +.

волну, фронт которой перпендикулярен вектору \mathbf{k} . Однако решение волнового уравнения формально допускает и мнимые значения k_x , k_y или k_z . Такие волны также имеют реальный физический смысл и носят название *неоднородных волн*.

Рассмотрим в качестве примера волну вида (1) с мнимым значением $k_z = \pm i\kappa$:

$$\mathbf{E} = \mathbf{a} e^{\mp \kappa z} e^{i(k_x x + k_y y)} e^{-i\omega t}. \quad (3)$$

Выражение (3) описывает бегущую волну, амплитуда которой экспоненциально затухает (или нарастает) по оси Z . Волна распространяется вдоль плоскости XY , направление распространения определяется компонентами k_x и k_y .

Неоднородные волны появляются во многих физических задачах, например, при дифракции света на решетке в случае, когда длина волны λ больше периода решетки d . Неоднородные волны возникают и вблизи границы раздела двух сред при полном внутреннем отражении света.

На границе раздела двух сред происходит преломление и отражение световых волн. Формулы, определяющие интенсивность, направление распространения и поляризацию отражённых и преломлённых волн, могут быть получены из граничных условий для векторов \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{H} и \mathbf{B} :

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad D_{1n} = D_{2n}, \quad H_{1\tau} = H_{2\tau}, \quad B_{1n} = B_{2n}; \quad (4)$$

здесь буквой τ обозначены тангенциальные, а n — нормальные составляющие векторов, цифра 1 относится к первой, а 2 — ко второй среде. Поскольку в электромагнитной волне электрическое и магнитное поля связаны между собой, из четырех соотношений (4) независимыми остаются только два. Обычно используют условия для тангенциальных компонент полей.

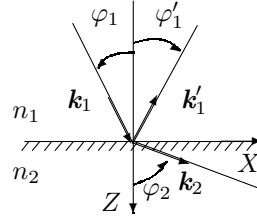


Рис. 1. Преломление волн на границе раздела двух сред

Выберем координатную систему так, как это изображено на рис. 1. Ось Z совпадает с нормалью к поверхности раздела сред. Ось X лежит в плоскости падения светового луча. Пусть \mathbf{E}_1 , \mathbf{E}'_1 и \mathbf{E}_2 — электрические поля в падающей, отражённой и преломлённой волнах соответственно:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \mathbf{a}_1 e^{i(k_1 x \sin \varphi_1 + k_1 z \cos \varphi_1)} e^{-i\omega_1 t}; \\ \mathbf{E}'_1 &= \mathbf{a}'_1 e^{i(k'_1 x \sin \varphi'_1 + k'_1 z \cos \varphi'_1)} e^{-i\omega'_1 t}; \\ \mathbf{E}_2 &= \mathbf{a}_2 e^{i(k_{2x} x + k_{2z} z)} e^{-i\omega_2 t}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь φ_1 — угол падения, φ'_1 — угол отражения и φ_2 — угол преломления (рис. 1). Компоненты k_x и k_z в падающей и отраженной волнах записаны через тригонометрические функции углов падения и отражения, а k_{2x} и k_{2z} не преобразованы, чтобы можно было описывать как однородные, так и неоднородные волны во второй среде. Предполагается, что все три вектора \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}'_1 и \mathbf{k}_2 лежат в плоскости XZ .

На границе раздела (при $z = 0$) должны выполняться граничные условия (4). Первое из них дает: $E_{1\tau} + E'_{1\tau} = E_{2\tau}$, или

$$a_{1\tau} e^{ik_1 x \sin \varphi_1} e^{-i\omega_1 t} + a'_{1\tau} e^{ik'_1 x \sin \varphi'_1} e^{-i\omega'_1 t} = a_{2\tau} e^{ik_{2x} x} e^{-i\omega_2 t}.$$

Это равенство должно выполняться при любых значениях t и x . Поэтому

$$\omega_1 = \omega'_1 = \omega_2; \quad (6)$$

$$k_1 \sin \varphi_1 = k'_1 \sin \varphi'_1 = k_{2x}. \quad (7)$$

Равенство (6) показывает, что частоты отраженной и преломленной волн равны частоте падающей волны.

Рассмотрим падающую и отраженную волны. Обе они распространяются в одной и той же среде, а значит,

$$k'_1 = k_1. \quad (8)$$

Из первого равенства (7) следует:

$$\sin \varphi_1 = \sin \varphi'_1, \quad (9)$$

т. е. угол падения равен углу отражения.

Предположим сначала, что волна во второй среде однородна. Тогда $k_{2x} = k_2 \sin \varphi_2$ и, следовательно, на основании (7) можно записать

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{n}. \quad (10)$$

Здесь n_1 и n_2 — показатели преломления первой и второй сред соответственно. Мы получили, таким образом, обычный закон преломления световых лучей. Если падающую, отражённую и преломлённую волны (5) подчинить ещё одному из граничных условий (4) (например, условию $H_{1\tau} = H_{2\tau}$), то можно получить соотношение между амплитудами a_1 , a'_1 и a_2 всех трёх волн (формулы Френеля).

Легко показать, что при падении света на границу раздела со стороны оптически более плотной среды ($n_1 > n_2$) формула (10) теряет смысл, когда угол падения φ_1 превышает некоторое критическое значение $\varphi_{\text{пр}}$, которое носит название *предельного угла полного внутреннего отражения*:

$$\sin \varphi_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{k_2}{k_1}. \quad (11)$$

Действительно, при $\varphi_1 > \varphi_{\text{пр}}$ в формуле (10) $\sin \varphi_2$ оказывается больше единицы. Это означает, что наше предположение об однородности волны во второй среде в случае полного внутреннего отражения оказывается несправедливым.

Попытаемся теперь удовлетворить граничным условиям и вытекающему из них соотношению (7), предположив, что волна во второй среде является неоднородной. При $\varphi_1 > \varphi_{\text{пр}}$ получим

$$k_1 \sin \varphi_1 > k_1 \sin \varphi_{\text{пр}} = k_1 \frac{k_2}{k_1} = k_2. \quad (12)$$

Сравнивая это соотношение с (7), найдем

$$k_{2x} > k_2. \quad (13)$$

Но

$$k_2^2 = k_{2x}^2 + k_{2z}^2 \quad (14)$$

(напомним, что в нашем случае $k_{1y} = k_{2y} = 0$). Разрешая это уравнение относительно k_{2z} , найдем

$$k_{2z} = \pm \sqrt{k_2^2 - k_{2x}^2} = \pm i \sqrt{k_{2x}^2 - k_2^2} = \pm i \sqrt{k_1^2 \sin^2 \varphi_1 - k_2^2}. \quad (15)$$

Величина k_{2z} оказывается мнимой. Следовательно, волна во второй среде является неоднородной и описывается выражением вида (3), где $k_y = k_{2y} = 0$, $k_x = k_{2x} = k_1 \sin \varphi_1$, а величина \varkappa есть

$$\varkappa = \sqrt{k_1^2 \sin^2 \varphi_1 - k_2^2}. \quad (16)$$

Таким образом, при $\varphi_1 > \varphi_{\text{пр}}$ электромагнитное поле во второй среде (например, при переходе световой волны из стекла в воздух) экспоненциально затухает (или возрастает) с удалением от поверхности раздела. Мы получили, таким образом, неоднородные волны. На основании закона сохранения энергии в выражении (15) следует выбрать знак $+$, соответствующий затухающей волне.

Экспоненциальную функцию, описывающую затухание волны с удалением от поверхности раздела, удобно записать в виде $\exp(-z/2\Lambda)$. Тогда интенсивность волны (равная квадрату амплитуды) изменяется с расстоянием по закону

$$I \sim e^{-z/\Lambda}. \quad (17)$$

Длина затухания Λ равна

$$\Lambda = \frac{1}{2\sqrt{k_1^2 \sin^2 \varphi_1 - k_2^2}} = \frac{1}{2k_2 \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi_1 - 1}} = \frac{\lambda_2}{4\pi \sqrt{n^2 \sin^2 \varphi_1 - 1}}. \quad (18)$$

То обстоятельство, что при полном внутреннем отражении колебания присутствуют не только в первой, но и во второй среде, является необходимым следствием формул (3). Формулы (17) и (18) позволяют количественно исследовать затухание электромагнитных колебаний во второй среде.

Как уже отмечалось, последовательное применение граничных условий (3) позволяет найти соотношения между амплитудами (и

интенсивностями) отраженного, преломленного и падающего лучей при любых углах падения — так называемые *формулы Френеля* (см., например, [1]). Из этих соотношений вытекает, что при полном внутреннем отражении интенсивность отраженного луча равна интенсивности падающего. Этот вывод является очевидным, поскольку мы рассматриваем среды, не поглощающие света. Вектор Умова–Пойнтинга в неоднородной волне параллелен границе раздела сред, так что поток энергии вглубь второй среды равен нулю.

Отметим здесь, что при полном внутреннем отражении сдвиг фаз между отраженной и падающей волнами не равен нулю и зависит от поляризации падающей волны. Вследствие этого изменяется поляризация света: плоскополяризованная волна после отражения оказывается поляризованной по эллипсу.

Рассмотрим теперь случай, когда вторая среда представляет собой тонкую воздушную прослойку между двумя стеклянными пластинками. В соответствии с формулой (17) часть световой энергии достигает второй пластинки. Свет проникает в эту пластинку и далее распространяется в ней как обычная плоская волна. Интенсивность этой волны экспоненциально уменьшается с шириной воздушной прослойки. При ширине, стремящейся к нулю, прозрачность воздушного промежутка $T \rightarrow 1$, а коэффициент отражения $R \rightarrow 0$. При увеличении ширины прослойки $R \rightarrow 1$, а $T \rightarrow 0$ (это и есть обычный случай полного внутреннего отражения). В общем случае $R + T = 1$, если поглощение света отсутствует.

Все сказанное выше применимо не только к световым волнам, но и к электромагнитным волнам других диапазонов. В настоящей работе исследуется распространение СВЧ-радиоволн.

Проникновение электромагнитных волн в менее плотную среду при полном внутреннем отражении — явление той же природы, что и проникновение частиц в область, где их полная энергия оказывается меньше потенциальной энергии. Это явление изучается в квантовой физике и носит название *туннельного эффекта*. Классическим примером туннельного эффекта является α -распад радиоактивных ядер. По аналогии с этим эффектом прохождение

электромагнитных волн через узкий зазор при углах падения, превосходящих угол полного внутреннего отражения, часто называют *туннелированием*.

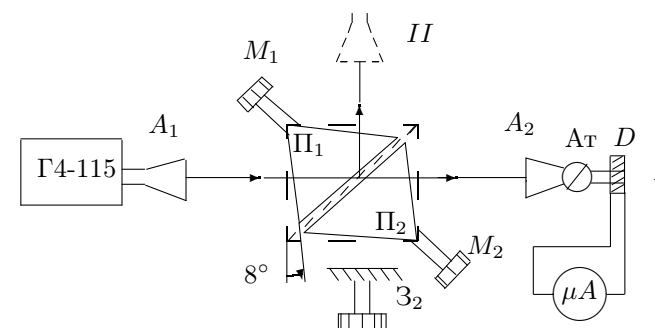


Рис. 2. Схема установки для исследования явления туннелирования СВЧ-радиоволн

Экспериментальная установка. Туннелирование СВЧ-радиоволн через тонкий воздушный зазор переменной толщины изучается по схеме рис. 2. На пути радиоволн устанавливаются две призмы Π_1 и Π_2 , изготовленные из фторопласта — диэлектрика с малыми потерями на высоких радиочастотах. Геометрия призм близка к прямоугольной, однако для устранения обратных отражений две грани каждой из призм скошены под углом 8° . Диагональные грани призм ограничивают воздушную прослойку, ширина которой может изменяться с помощью микрометрических винтов M_1 и M_2 .

Источником радиоволн служит СВЧ-генератор Г4-115, работающий в непрерывном режиме. Основным элементом генератора является специальная лампа — клистрон, генерирующая СВЧ-колебания. От клистрона к рупорной антенне A_1 энергия СВЧ-колебаний передается по прямоугольному волноводу. Климатрон возбуждает в волноводу линейно поляризованную электромагнитную волну, которая с помощью рупорной антенны излучается в пространство. Электрический вектор волны, бегущей вдоль волновода и излучаемый антенной, перпендикулярен широкой стенке волновода. Вторая рупорная антенна A_2 служит приёмником волн. Попадая в антенну A_2 , электромагнитная волна распространяется далее в

волноводе. Детектор D , расположенный в волноводе, подсоединяется к микроамперметру. Ток детектора пропорционален интенсивности принимаемого антенной электромагнитного излучения. Атеннуатор Ат позволяет ослаблять сигнал.

В положении I антенна A_2 принимает сигнал, прошедший воздушный промежуток, в положении II — сигнал, отраженный от воздушного промежутка.

Установка позволяет смоделировать интерферометр Майкельсона (рис. 3). В качестве делителя используется воздушный зазор между диагональными гранями призм; зеркало Z_1 установлено неподвижно, зеркало Z_2 может перемещаться с помощью микрометрического винта M .

Для измерения показателя преломления материала призм интерференционным методом перед неподвижным зеркалом устанавливается пластинка из фторопласта известной толщины d . В этом плече интерферометра возникает приращение длины оптического пути $\Delta = 2d(n - 1)$. Можно скомпенсировать это приращение, передвинув подвижное зеркало на необходимое расстояние x_0 . Показатель преломления определяется из условия

$$x_0 = d(n - 1). \quad (19)$$

Для толстых пластин, когда $\Delta > \lambda$, необходимо учесть изменение порядка интерференции. Это можно сделать, зная приближённое значение показателя преломления фторопласта ($n \simeq 1,5$).

Формулу, учитывающую изменение порядка интерференции, студентам предлагается вывести самостоятельно.

ЗАДАНИЕ

В работе предлагается: снять зависимость интенсивностей прошедшей и отражённой волн от величины воздушного промежутка

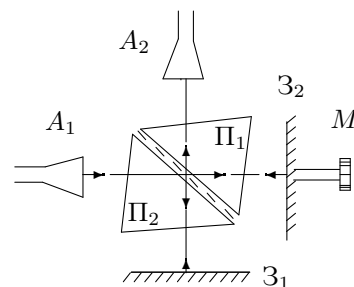


Рис. 3. Схема, моделирующая интерферометр Майкельсона

между призмами из фторопласта; убедиться, что энергия сохраняется ($R + T = 1$) и что интенсивность прошедшей волны убывает по логарифмическому закону; рассчитать показатель преломления материала призм; используя схему интерферометра Майкельсона, снять зависимость сигнала от координаты подвижного зеркала, чтобы рассчитать длину СВЧ-волны; определить показатель преломления фторопластовой пластины известной толщины.

I. Подготовка приборов к работе

Мощность сигнала, снимаемого с генератора Г4-115, невелика, поэтому излучение не представляет опасности для здоровья человека. Тем не менее, *заглядывать в открытый волновод при включенном генераторе не рекомендуется.*

1. Настройте генератор, руководствуясь техническим описанием (ТО), расположенным на установке.
2. Установите столик с призмами (рис. 2) так, чтобы воздушный зазор был ориентирован под углом 45° к падающему лучу (на глаз). Для увеличения диапазона изменения воздушного промежутка установите винт левого микрометра (M_1) в соответствующее положение. Вращением винта правого микрометра (M_2) убедите воздушный промежуток.
3. Расположите приёмную антенну на одной прямой с передатчиком. Снимите металлическое зеркало, стоящее на пути луча.
4. Вращением ручек генератора (12 — установка частоты — и 7 — установка генерации плавно) настройтесь на максимальную выходную мощность клистрона, наблюдая за показаниями микроамперметра.

Если ток слишком велик, уменьшите его, вращая ручку аттеннуатора Ат, расположенную на приёмной антенне. В отсутствие зазора прошедший сигнал должен составлять 80–90% шкалы амперметра.

5. Вращением ручки 8 добейтесь загорания контрольной лампочки 10 и определите рабочую частоту клистрона по шкале 9. Рассчитайте соответствующую длину волны.

II. Зависимость коэффициентов отражения и прохождения волны от величины зазора

1. Снимите зависимость интенсивности прошедшей волны от величины зазора l (используйте только правый микрометр и устраняйте люфт!). Если с увеличением зазора интенсивность падает монотонно, значит, призмы ориентированы правильно, и можно продолжать измерения; если нет — попытайтесь небольшим поворотом столика избавиться от интерференции и добиться монотонного хода кривой.
2. Переставьте приёмник для измерения отражённого сигнала. Слегка поворачивая столик и приёмник, добейтесь, чтобы отклик амперметра на отражённый сигнал при максимальном зазоре был равен отклику на прошедший сигнал при нулевом зазоре.

Снимите зависимость интенсивности отражённой волны от величины зазора.

3. Для выполнения следующего упражнения установите такую величину зазора, при которой ток равен половине максимального. Переставляя приёмник, убедитесь, что $T \simeq R \simeq 0,5$.
4. Постройте на одном листе графики зависимости коэффициентов T и R от величины зазора l , проинормировав токи на величину I_{\max} . Проверьте, выполняется ли соотношение $T + R = 1$.
5. Постройте график $\ln T = f(z)$, где z — показания микрометра. Проверьте, лежат ли полученные точки на одной прямой, как этого требует формула (17). По наклону прямой рассчитайте длину затухания Λ , а затем по формуле (18) — величину $n \sin \varphi_1$ (n — показатель преломления материала призм, φ_1 — угол падения волны на воздушный промежуток, λ_2 — длина СВЧ-волны в воздухе). Рассчитайте величину n ; при этом в условиях нашего опыта можно не учитывать, что входная плоскость призмы Π_1 наклонена на угол $\varphi = 8^\circ$ по отношению к фронту падающей волны.

III. Интерферометр Майкельсона

1. Соберите схему интерферометра Майкельсона (рис. 3), используя

в качестве делителя воздушный зазор между призмами. Оптимальный размер зазора соответствует равенству $T \simeq R \simeq 0,5$. Установите на место неподвижное металлическое зеркало.

2. Снимите зависимость тока от координаты x подвижного зеркала. По графику $I = f(x)$ определите экспериментальное значение длины волны СВЧ-излучения.

Обычно максимумы размыты, поэтому определение длины волны будет более точным, если взять координаты, соответствующие максимальным производным dI/dx . Сравните экспериментальную длину волны с величиной, рассчитанной по частоте.

3. Для измерения показателя преломления фторопласта интерференционным методом настройте интерферометр на максимальную интенсивность и поместите пластину известной толщины d перед неподвижным зеркалом. Скомпенсируйте возникшее увеличение оптической длины пути, передвинув (удалив от призм) подвижное зеркало на необходимое расстояние x_0 . Рассчитайте показатель преломления фторопласта по формуле (19).
4. Сравните результаты измерения n интерференционным методом и методом туннелирования.

Контрольные вопросы

1. Какой угол называется предельным углом полного внутреннего отражения? Чему он равен?
2. При полном внутреннем отражении амплитуда отраженной волны выражается комплексным числом. Какой физический смысл имеют модуль и аргумент этого числа?
3. Что такое неоднородная волна? Как направлен вектор Умова–Пойнтинга в такой волне?
4. В чем заключается явление туннелирования волн? Чем отличается это явление от обычного прохождения волн через тонкие прозрачные пластинки?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландсберг Г.С. Оптика. — М.: Наука, 1976. Гл. XXIII, § 135; гл. XXIV, §§ 137–139.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. — Т. IV. Оптика. — М.: Наука, 1985. Гл. V, §§ 63–66.
3. Калитеевский Н.И. Волновая оптика. — М.: Высшая школа, 1978. Гл. II.