*CURS 6*

## ELECTROSTATICĂ (continuare)

### 6.1 Conductori în echilibru electrostatic

***Material conductor*** *= un material a cărui proprietatea esenţială este conferită de mobilitatea sarcinilor electrice din interiorul său.* În cele ce urmează dorim să analizăm modul în care se distribuie sarcina electrică a unui conductor. Pe baza unui raţionament simplu, se pot face următoarele constatări importante.

***1.*** *Sarcina electrică netă este repartizată în întregime pe suprafaţa conductorilor şi nu în interiorul lor,* $Q=Q_{suprafaţa}$. Presupunând că un număr de sarcini electrice (ex., electroni) ar fi plasate în interiorul unui corp, ele se vor respinge, se vor depărta la distanţa maximă posibilă şi, în final, se vor aranja la suprafaţa acestuia într-o stare de echilibru electrostatic.

***2.*** *După ce sarcinile respective ajung la echilibru, potenţialul electric la suprafaţa obiectului va fi constant, V=const. - suprafaţa conductorilor este o suprafaţă echipotenţială* (altfel, sarcinile electrice nu ar fi în echilibru ci s-ar deplasa în continuare datorită existenţei diferenţlore de potenţial).

***3.*** *Pentru un conductor aflat în echilibru electrostatic câmpul electric în interiorul conductorului este nul,* $\vec{E}_{\mathrm{int}\,erior}=0$. Aceasta se întâmplă deoarece în interiorul corpului nu există sarcini electrice.

***4.*** *La suprafaţa conductorilor în echilibru electrostatic câmpul electric este orientat totdeauna normal la suprafaţa,* $\vec{E}_{\mathrm{sup}\,rafata}\;//\vec{S}$. Dacă intensitatea câmpului electric ar avea şi o componentă tangenţială la suprafaţa conductorului, aceasta ar produce deplasarea sarcinilor electrice care nu ar mai fi în echilibru electrostatic.

Calculăm acum valoarea câmpului electric la suprafaţa conductorilor cunoscând densitatea de sarcină electrică la suprafaţa lor, $\sigma$. Fie o bucată finită $\Delta\vec{S}$ din suprafaţa unui conductor. Se divizează suprafaţa $\Delta\vec{S}$ în elemente de suprafaţă infinit mici $\vec{d}S$ Fie o suprafaţă gaussiană de formă cilindrică ce înconjoară un asemenea element de suprafaţă (fig.6.1). Se alege cilindrul astfel încât să aibă o bază în interiorul conductorului, iar alta în afară acestuia. Bazele cilindrului trebuie să fie paralele la suprafaţa conductorului. Astfel, câmpul electric este normal la suprafaţa conductorului. În plus, bazele trebuie să fie atât de mici încât câmpul electric să fie constant pe suprafaţa lor. Se aplică legea lui Gauss pentru un asemenea cilindru şi se observă că numai aria bazei exterioare a cilindrului aduce o contribuţie diferită de zero la fluxul câmpului electric prin suprafaţa cilindrului (fluxul prin baza interioară este nul deoarece în interiorul conductorului $\vec{E}=0$, iar fluxul prin faţa laterală a cilindrului este nul deoarece aici $\vec{E} \perp d\vec{S}$ ).

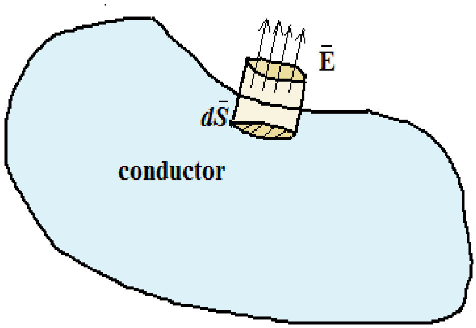


Fig.6.1 Calculul câmpului electric la suprafaţa conductorilor.

Atunci

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = EdS = \frac{dQ}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma dS}{\varepsilon_0} \tag{6.1}$$

unde $dQ$ = sarcina electrică din interiorul cilindrului considerat. De aici rezultă că intensitatea câmpului electric la suprafaţa conductorului va fi

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{6.2}$$

### 6.2 Capacitatea condensatorului

Fie un condensator cu feţe plan paralele (fig.6.2). Fie $S$ suprafaţa armăturilor condensatorului, iar $d$ distanţa dintre plăcile sale.

Considerăm suprafaţa gaussiană ce înconjoară placa pozitivă a condensatorului (desenată cu linie întreruptă). Aplicând legea lui Gauss pentru această suprafaţă se obţine

$$\Phi = \int \vec{E} d\vec{S} = \int EdS = ES1 + ES2 + \ldots + ES6 = \frac{Q}{\varepsilon} \tag{6.3}$$

unde Q reprezintă sarcina de pe placa condensatorului. Observând că termenii sumei sunt nuli afară de *ES4* rezultă

$$\Phi = ES4 = ES = \frac{q}{\varepsilon} \tag{6.4}$$

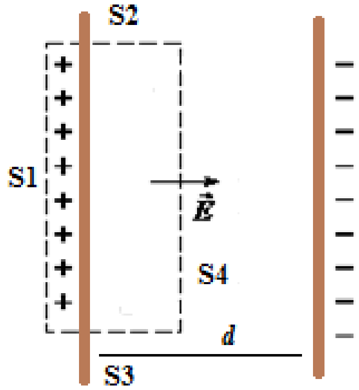


Fig.6.2 Condensator plan.

Capacitatea condensatorului este

$$C = \frac{q}{U} \tag{6.5}$$

unde $q$ reprezintă sarcina electrică de pe plăcile condensatorului iar $U$ reprezintă diferenţa de potenţial dintre plăci. Tinând cont de relaţia (5.58) putem scrie mai departe

$$C = \frac{\varepsilon ES}{U} = \frac{\varepsilon ES}{Ed} = \frac{\varepsilon S}{d} \tag{6.6}$$

care reprezintă capacitatea condensatorului cu fete plan paralele. Scriind formula pentru capacitatea condensatorului cu vid, $C_o$, respectiv cu dielectric intre placi, C, si calculand raportul lor se obtine

$$\varepsilon_r = \frac{C}{C_o} \tag{6.7}$$

unde $\varepsilon_r$ este ***permitivitatea electrică relativă*** a dielectricului. Menţionăm faptul că $\varepsilon_r$ depinde numai de natura dielectricului nu şi de dimensiunile acestuia.

### 6.2 Energia câmpului electrostatic

Orice câmp electrostatic posedă o energie deoarece existenţa sa depinde de realizarea distribuţiei de sarcini electrice care generează câmpul. Fie cazul simplu al câmpului electrostatic dintre plăcile condensatorului plan. Presupunem că am realizat acest câmp deplasând sarcini electrice infinitezimale $dq$ de pe o placă pe cealaltă a condensatorului. Aceste sarcini electrice trebuie să fie suficient de mici încât la deplasarea lor diferenţa de potenţial dintre plăcile condensatorului să rămână neschimbată. La deplasarea sarcinii electrice infinitezimale $dq$ variatia energiei condensatorului va fi

$$dW = dL = Udq \tag{6.8}$$

Energia totală înmagazinată în câmpul electric al condensatorului se va afla însumând toate cantităţile de sarcină electrică $dq$ până la încărcarea plăcilor condensatorului cu sarcina $q$. Aceasta se realizează integrând relaţia (6.8) ceea ce conduce la

$$W = \int_0^q Udq = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C}\int_0^q qdq = \frac{q^2}{2C} \tag{6.9}$$

unde am folosit relaţia (6.5). Relaţia (6.9) se mai poate scrie

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} V \tag{6.10}$$

unde am folosit (6.5) şi (6.6) şi am notat cu $V = Sd$ volumul dintre plăcile condensatorului. Cu acestea putem exprima

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \tag{6.11}$$

care reprezintă ***densitatea de energie*** a câmpului electrostatic dintre plăcile condensatorului. Să observăm faptul că relaţia (6.11) nu mai depinde de parametri geometrici ai condensatorului fiind valabilă pentru orice câmp electrostatic.

### 6.3 Dipolul electric

***Dipolul electric*** *este un sistem de două sarcini electrice punctiforme de mărimi egale şi semne contrare, aflate la distanţa* $\vec{d}$ *una faţă de cealaltă* (fig.6.3). *El este caracterizat cu ajutorul* ***momentului electric dipolar*** *definit prin relaţia*

$$\vec{p} = q\vec{d} \tag{6.12}$$

Momentul electric dipolar este un vector orientat dinspre sarcina electrică negativă spre cea pozitivă (invers faţă de sensul liniilor câmpului electric).

Potenţialul creat de dipolul electric la o distanţă mult mai mare decât distanţa dintre sarcinile sale, $r >> d$, (fig.6.2) este

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_2 \cdot r_1} \tag{6.13}$$

Deoarece s-a presupus că $r >> l$

$$\begin{aligned} r_2 - r_1 &\cong d\cos\theta \\ r_1 \cdot r_2 &\cong r^2 \end{aligned} \tag{6.14}$$

iar potenţialul devine

$$V = \frac{qd\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \tag{6.15}$$

Observăm că produsul $\vec{p} \cdot \vec{r} = pr\cos\theta = qdr\cos\theta$, astfel că potenţialul electric al dipolului se poate scrie

$$V = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \tag{6.16}$$

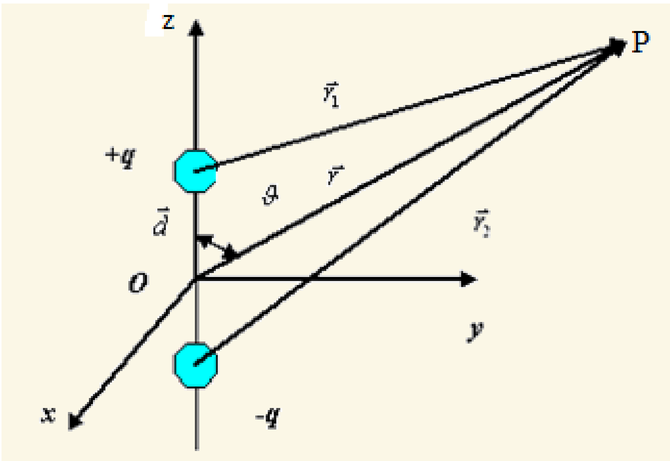

Fig.6.3 Dipolul electric.

Intensitatea câmpul electric creat de această distribuţie de sarcină electrică se poate calcula cu ajutorul relaţiei (5.15) dintre intensitatea şi potenţialul câmpului electric

$$\vec{E} = -\nabla V = -\nabla\left(\frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\nabla\left(\frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}\right) \tag{6.17}$$

Observăm că

$$\nabla\left(\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}\right)=(\vec{p}\cdot\vec{r})\cdot\nabla\left(\frac{1}{r^3}\right)+\frac{1}{r^3}\nabla(\vec{p}\cdot\vec{r}) \tag{6.18}$$

Deoarece momentul de dipol este un vector constant

$$\begin{aligned}\nabla(\vec{p}\cdot\vec{r})&=\vec{p}\\ \nabla\left(\frac{1}{r^3}\right)&=-\frac{3\vec{r}}{r^5}\end{aligned} \tag{6.19}$$

Aşadar, intensitatea câmpului creat de un dipol electric la o distanţă mult mai mare decât cea dintre sarcinile sale este

$$\vec{E}=-\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}+\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^5} \tag{6.20}$$

## 6.4 Dipolul în câmp electric

Dacă introducem un dipol într-un câmp electrostatic $\vec{E}$ (fig.6.4), asupra fiecărei sarcini electrice a dipolului va acţiona câte o forţă, $\vec{F}_+$, respectiv $\vec{F}_-$.

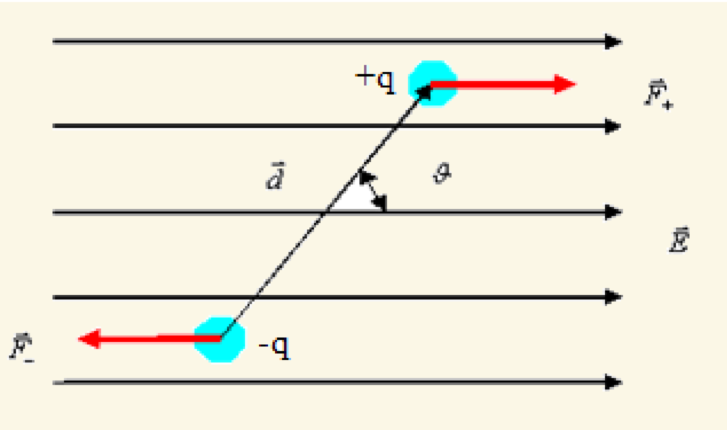


Fig.6.4 Dipolul electric în câmp electrostatic uniform.

Momentul acestui cuplu de forţe este

$$\vec{M}=\vec{r}_+ x\vec{F}_+ +\vec{r}_- x\vec{F}_- \tag{6.21}$$

de unde rezulta

$$\vec{M}=\frac{\vec{d}}{2}xqE+(-\frac{\vec{d}}{2})x(-q)\vec{E} \tag{6.22}$$

unde s-a ţinut cont de sensul vectorilor $\vec{r}_+$ şi $\vec{r}_-$. Relaţia (6.22) se mai poate scrie

$$\vec{M} = q(\frac{\vec{d}}{2} x\vec{E} + \frac{\vec{d}}{2} x\vec{E}) = q\vec{d}x\vec{E} \qquad (6.23)$$

sau, ţinând cont de definiţia momentului dipolului electric, $\vec{p}$, (relaţia (6.12)

$$\vec{M} = \vec{p}x\vec{E} \qquad (6.24)$$

Astfel, dacă dipolul se află într-un câmp electrostatic uniform, asupra dipolului acţionează un cuplu de forţe caracterizat de un moment al forţelor în raport cu centrul dipolului dat de relaţia (6.24). Cuplul de forţe va roti dipolul până când acesta se aliniază de-a lungul liniilor de câmp. Atunci vectorii $\vec{p}$ şi $\vec{E}$ vor avea aceiaşi direcţie şi cuplul de forţe se anulează. Această poziţie corespunde energiei potenţiale minime a dipolului în câmp electric.

Calculul energiei potenţiale a dipolului în câmp electric se face pornind de la faptul că lucrul mecanic efectuat la rotaţia dipolului cu un unghi $d\theta$ este egal cu variaţia energiei sale potenţiale

$$dW_p = dL = \vec{M} \cdot d\vec{\theta} \qquad (6.25)$$

sau ţinând cont că vectorii $\vec{M} // d\vec{\theta}$

$$dW_p = Md\theta = pE\sin\theta \cdot d\theta \qquad (6.26)$$

de unde prin integrare rezultă

$$W_p = \int pE\sin\theta d\theta = - pE\cos\theta = -\vec{p} \cdot \vec{E} \qquad (6.27)$$

### 6.5 Dielectrici în câmp electric

***Dielectricii (sau izolatorii)*** sunt medii în care nu apare curent electric în prezenţa unui câmp electric extern. Cu toate acestea dielectricii îşi modifică starea electrică sub acţiunea câmpurilor electrice. Astfel, proprietatea electrică fundamentală a dielectricilor o constituie apariţia efectului de polarizare sub acţiunea câmpului electric. Prin ***polarizarea electrică*** a unui dielectric înţelegem fenomenul de orientare a dipolilor electrici din dielectric sub acţiunea câmpului electric. Există trei mecanisme prin care un dielectric se poate polariza:

*<u>a) Polarizarea electronică</u>* se datorează electronilor din dielectricii alcătuiţi din moleculele simetrice (sau atomi, ioni simetrici), în care centrul sarcinilor pozitive coincide cu centrul sarcinilor negative. În prezenţa unui câmp electric are loc o deplasare relativă a centrului sarcinilor negative (electronii) faţă de nucleu astfel încât întreg ansamblul atomic/ionic/molecular se manifestă ca un dipol electric. Polarizarea electronică nu depinde de agitaţia termică. În dielectricii cu molecule/atomi/ioni simetrici nu există dipoli electrici permanenţi, ei fiind induşi prin acţiunea câmpului electric.

*<u>b) Polarizarea de orientare dipolară</u>* este prezentă în dielectricii constituiţi din molecule nesimetrice (molecule polare) în care centrul sarcinilor pozitive nu coincide cu centrul sarcinilor negative (în care există dipoli electrici permanenţi). Din cauza agitaţiei termice dipolii sunt orientaţi haotic. În prezenţa unui câmp electric ei se ordoneaza orientându-se pe direcţia acestuia.

*<u>c) Polarizarea ionică</u>* apare prin deplasarea ionilor din poziţiile de echilibru sub acţiunea unui câmp electric. Este caracteristică cristalelor ionice.

Este evident faptul că toate substanţele prezintă polarizare electronică. În plus, unele substanţe prezintă şi polarizare ionică sau polarizare de orientare.

Mecanismele responsabile pentru realizarea procesului de polarizare electrică acţionează la scară atomică. În cele ce urmeză, vom utiliza denumirea de dipoli elementari pentru dipolii ce apar la nivelul atomilor.

Fie un dielectric D ce conţine dipoli electrici elementari (fig.6.5).

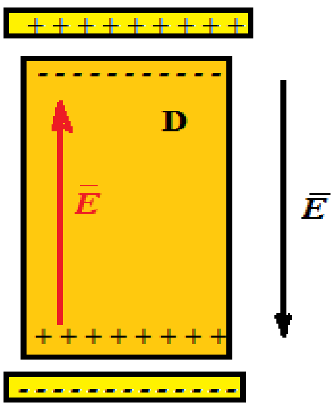


Fig.6.5 Polarizarea unui dielectric sub acţiunea unui câmp electric.

Pentru simplitate vom neglija interacţiunea dintre momentele de dipol elementare, $\vec{p}$, precum şi câmpul electric produs de aceştia. Datorită alinierii dipolilor elementari în câmp electric, la cele 2 suprafeţe ale dipolului aflate pe direcţia câmpului electric se vor produce acumulări de sarcini electrice, pozitive pe o suprafaţă şi negative pe cealaltă suprafaţă.

Un asemenea fenomen se produce la o placă dielectrică introdusă între plăcile unui condensator plan. În consecinţă, pe suprafaţa plăcii vor apare două distribuţii de sarcini electrice, una pozitivă (în vecinătatea plăcii negative a condensatorului), respectiv una negativă (în vecinătatea plăcii pozitive a condensatorului). Acest efect al fenomenului de polarizare electrică, acela de apariţie a unor acumulări de sarcini electrice la 2 feţe opuse ale dielectricului, pare produs de un curent electric stabili între cele 2 feţe. În realitate nu se produce o deplasare de sarcini electrice ci numai o reorientare a dipolilor electrici din dielectric.

### 6.6 Polarizarea sistemului de dipoli electrici independenţi

Fie un sistem de $N$ dipoli electrici independenţi având momentul electric dipolar $\vec{p}$. Dacă orientarea dipolilor este haotică, după axa Ox vor fi orientaţi preponderant un număr de $\frac{1}{3}N$ dipoli. Notăm cu $N_1$ numărul dipolilor paraleli cu axa $Ox$ şi orientaţi în sensul pozitiv al acesteia, respective cu $N_2$ numărul celor orientaţi în sensul negativ al axei. Mărimea vectorului polarizaţie electrică pe direcţia axei $Ox$ va fi

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i}{V} = \frac{N_1 p - N_2 p}{V} \tag{6.28}$$

Presupunem că dipolii electrici consideraţi sunt supusi nu numai agitaţiei termice dar şi acţiunii unui câmp electric. Deoarece situaţia este asemănătoarea cu aceea a moleculelor de gaz plasate în câmpul gravitaţional terestru, considerăm că dipolii sistemului considerat pot fi analizaţi folosind o distribuţie de tip Boltzmann. Vom avea atunci

$$N_1 = \frac{N}{6} e^{-\frac{W_1}{kT}} \tag{6.29}$$

$$N_2 = \frac{N}{6} e^{-\frac{W_2}{kT}} \tag{6.30}$$

unde $W_1 = -pE$ şi $W_2 = pE$ sunt energii dipolilor paraleli, respectiv antiparaleli, cu câmpul electric.

Analizăm mărimea parametrilor ce apar ca variabile ale funcţiei exponenţiale în relaţiile (6.29) şi (6.30).

$p = er \cong 1.6 \times 10^{-19} C \times 10^{-10} m = 1.6 \times 10^{-29} Cm$

$pE \cong 1.6 \times 10^{-29} Cm \times 10^5 \dfrac{V}{m} = 1.6 \times 10^{-24} = 10^{-5} eV \ (campul\ uzual\ E \le 10^5 V/m)$

$k_b T \cong 1.38 \times 10^{-23} \dfrac{Joule}{grad} \times T \approx 10^{-22} \div 10^{-20} Joule = 10^{-3} \div 10^{-1} eV, pentru$

pentru $T \in 10 \div 10^3 K$.

Aceste date ne permit să constatăm că variabila exponenţialei este foarte mică căci kT » W. Aceasta face posibilă dezvoltarea în serie a exponenţialei

$$e^x \cong 1 + x + x^2 + ... \tag{6.31}$$

Cu aceasta putem scrie că

$$N_1 = \frac{\text{N}}{6}(1 - \frac{W_1}{kT}) = \frac{N}{6}(1 + \frac{pE}{kT}) \tag{6.32}$$

$$N_2 = \frac{\text{N}}{6}(1 + \frac{W_2}{kT}) = \frac{N}{6}(1 - \frac{pE}{kT}) \tag{6.33}$$

Cu acestea polarizaţia electric a sistemului de dielectrici va fi

$$P = \frac{(N_1 - N_2)p}{V} = \frac{\frac{N}{6} 2pE}{kTV} = \frac{Np^2 E}{3kTV} = n\frac{p^2 E}{3kT} \tag{6.34}$$

Deoarece polarizabilitatea electrică a unui dielectric se defineşte conform relaţiei

$$P = \chi \vec{E} \tag{6.35}$$

unde $\chi$ este ***susceptibilitatea electrică*** a dielectricului, rezultă

$$\chi = \frac{np^2}{3\varepsilon_0 kT} \tag{6.36}$$

care se numeşte ***legea lui Curie*** pentru polarizarea electrică.

Susceptibilitatea electrica $\chi$ se leaga de un alt parametru important pentru definirea proprietatilor electrice ale unui dielectric

$$\chi = n\alpha \tag{6.37}$$

unde $\alpha$ =***polarizabilitatea electrică a dielectricului***.

### 6.7 Curentul electric

Electrocinetica studiază regimul dinamic al sarcinilor electrice, în special mişcarea ordonată a acestora în spaţiu. O deplasarea ordonată de particule încărcate cu sarcină electrică sub acţiunea câmpului electric formează un ***curent electric.*** Astfel de particule poartă numele de ***purtători de sarcină***. Curentul se poate datora mai multor tipuri de purtători de sarcină. Spre exemplu, în gaze purtătorii de sarcină sunt atât electronii cât şi ionii încărcaţi pozitiv, în metale ei sunt electronii de conducţie, în semiconductori sunt electronii şi golurile, etc. Deci, pentru a avea un curent electric într-un mediu oarecare acesta trebuie să conţină purtători de sarcină electrica capabili să se deplaseze sub acţiunea unui câmp electric. Un mediu fără purtători de sarcină capabili să se deplaseze sub acţiunea unui câmp electric poartă numele de ***izolator***. În cazul unui metal, aflat la o temperatură peste 0 *K*, electronii sunt într-o continuă stare de agitaţie termică. Prin aplicarea unui câmp electric, peste mişcarea de agitaţie termică se suprapune o mişcare ordonată a electronilor ce vor fi dirijaţi în sens invers câmpului electric. Un astfel de mediu poartă numele de ***conductor***.

Cele mai importante efecte observate la trecerea curentului electric printr-un conductor parcurs de curent electric sunt

a) ***efecte mecanice*** – exercitare de forţe şi momente de forţe asupra conductorului parcurs de curent electric; acest efect evidenţiază faptul că prin trecerea unui curent electric prin conductor în jurul acestuia se va produce un câmp electric şi un câmp magnetic.
b) ***efecte chimice*** – reacţii de electroliză în soluţii, urmate de depunerea la catod a ionilor pozitivi proveniţi din descompunerea soluţiei, iar anod a ionilor negativ;
c) ***efecte calorice*** – dezvoltarea de căldură în conductoarele parcurse de curent;
d) ***efecte luminoase*** – emisia de energie sub formă de lumină.

Aceasta arată că la trecerea curentului electric, conductoarele devin sediul unor transformări energetice puse în evidenţă prin efecte mecanice, termice, magnetice şi chimice.

### 6.8 Mărimi caracteristice curentului electric

***a. <u>Intensitatea curentului electric</u>.***

***Intensitatea curentului electric*** *este o mărime fizică scalară care reprezintă sarcina electrică netă care traversează suprafaţa transversală a unui conductor, în unitatea de timp*

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \tag{6.38}$$

În SI, intensitatea este considerată ca o mărime fizică fundamentală, unitatea sa de măsură fiind amperul (A). ***Amperul*** este curentul electric care, menţinut în două conductoare paralele şi rectilinii, de lungime infinită şi secţiune circulară neglijabilă, aflate în vid la distanţa de 1m unul de altul, produce o forţă între conductoare de $2x10^{-7}$N/m.

***b. <u>Densitatea de curent</u>.***

Fie un conductorul omogen şi izotrop care conţine un singur tip de purtători de sarcină $q$, densitatea acestora fiind $n$. Prin aplicarea unui câmp electric conductorului, sarcinilor sale li se imprimă o mişcare ordonată în sensul câmpului dacă sarcinile sunt pozitive şi în sens invers câmpului dacă sarcinile sunt negative. Se consideră că viteza medie a mişcării de transport este $\vec{v}$.

Pentru a defini densitatea de curent vom considera o porţiune de conductor a cărui secţiune transversală este $S$ şi în interiorul căreia există câmpul electric $\vec{E}$ (fig.6.6).

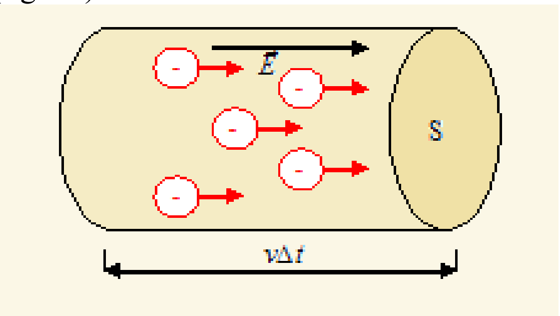


Fig.6.6 Conductor parcurs de curent electric.

În intervalul de timp $\Delta t$, numărul purtătorilor de sarcină electrică ce va fi deplasată prin suprafaţa $S$ va fi aceea conţinută în cilindrul cu aria bazei $S$ şi generatoarea $v\Delta t$ va fi

$$N = nSv\Delta t \tag{6.39}$$

iar cantitatea de sarcină electrică transportată de aceştia prin suprafaţa $S$ este

$$\Delta Q = Nq = nSvq\Delta t \tag{6.70}$$

În acest caz, intensitatea curentului este

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nvqS \tag{6.71}$$

***Densitatea de curent*** *se defineşte ca fiind cantitatea de sarcină electrică care trece în unitatea de timp prin unitatea de suprafaţă*

$$j = \frac{I}{S} = nqv \tag{6.72}$$

sau ţinând cont de caracterul vectorial al acestei mărimi fizice

$$\vec{j} = nq\vec{v} \tag{6.73}$$

Dacă într-un material există mai multe tipuri de purtători de sarcină electrică cu concentraţiile $n_i$, vitezele medii $v_i$ şi sarcinile $q_i$, densitatea de curent va fi

$$\vec{j} = \sum_i \vec{j}_i = \sum_i n_i q_i \vec{v}_i \tag{6.74}$$

În SI unitatea de măsură pentru densitatea de curent este A/m$^2$.

Într-un material neomogen concentraţia purtătorilor de sarcină depinde de poziţie $n = n(x, y, z)$ astfel încât şi densitatea de curent este diferită de la punct la altul, $\vec{j} = \vec{j}(x, y, z)$, ea fiind o mărime ce caracterizează local curentul electric. Pentru a calcula, în acest caz intensitatea curentului printr-o secţiune $S$ vom considera elementul de arie

$$d\vec{S} = \vec{n}dS \tag{6.75}$$

unde $\vec{n}$ este normala la această suprafaţă. Dacă vectorul densităţii curentului nu este perpendicular la elementul de suprafaţă, la curentul ce trece prin această suprafaţă contribuie doar componenta normală a densităţii de curent

$$dI = \vec{j} \cdot d\vec{S} \tag{6.76}$$

Intensitatea curentului prin suprafaţă finită $S$ va fi

$$I = \int_S dI = \int_S \vec{j}\, d\vec{S} \qquad (6.77)$$

Relaţia (6.77) arată că *intensitatea curentului reprezintă fluxul densităţii de curent prin suprafaţa S.*

### 6.9 Ecuaţia de continuitate

Fie o suprafaţă închisă $S$ care delimitează volumul $V$ în interiorul unui conductor. Deoarece normala la suprafaţa închisă este îndreptată întotdeauna spre exteriorul acesteia, integrala (6.77) reprezintă sarcina care iese în unitatea de timp din volumul $V$ prin suprafaţa $S$. Conform legii conservării sarcinii electrice, sarcina ce iese din volumul V este egală cu variaţia sarcinii din acest volum pentru acelaşi interval de timp $(-dq/dt)$, adica

$$\int_S \vec{j}\, d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} \qquad (6.78)$$

Exprimând sarcina electrica $q$ în funcţie de densitatea de sarcină $\rho = \rho(x, y, z)$ conform (5.19) avem

$$q = \int_V \rho(x, y, z) dV \qquad (6.79)$$

Atunci relaţia (6.78) devine

$$\int_S \vec{j}\, d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\int_V \rho dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \qquad (6.80)$$

Conform formulei Gauss-Ostrogradski

$$\int_S \vec{j}\, d\vec{S} = \int_V \nabla \vec{j}\, dV \qquad (6.81)$$

ceea ce face ca relaţia (6.80) să poată fi scrisă

$$\int_V \nabla \vec{j}\, dv = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dv \qquad (6.82)$$

de unde

$$\nabla \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad (6.83)$$

Această relaţie poartă denumirea de ***ecuaţia de continuitate***. În regim staţionar densitatea volumică de sarcină nu depinde de timp şi ecuaţia de continuitate conduce la $\nabla\vec{j} = 0$.