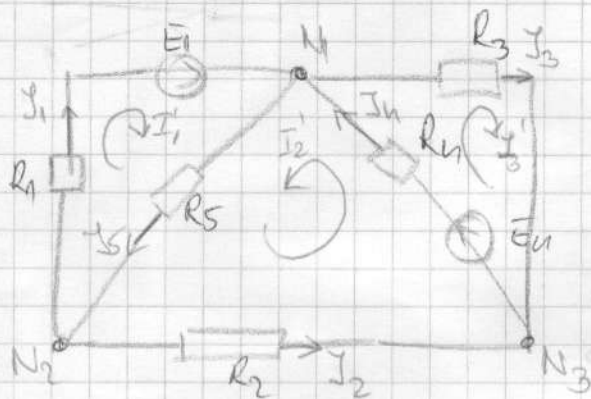


6/ transformare  $V_{N_2 N_3}$  c) TCP

$$N=3$$

$$L=5$$

$$B=5-3+1=3$$



Scema 4

### Metoda potențialilor la noduri

Etapa 1. Analiza topologică

2. Stabilirea sensului arbitrar a curenților prin fiecare latură
3. Alegerea unui nod ca nod de referință (origine de potențial) & în nodul respectiv potențialul este 0
4. Scrierea sistemului de ec. corespunzător acestei metode ( $n-1$  ec.)

$$\begin{cases} G_{11}V_1 + G_{12}V_2 + \dots + G_{1k}V_k = \sum_{k \in N_1} I_{sc1} \\ G_{21}V_1 + G_{22}V_2 + \dots + G_{2k}V_k = \sum_{k \in N_2} I_{sc2} \\ \dots \\ G_{k1}V_1 + G_{k2}V_2 + \dots + G_{kk}V_k = \sum_{k \in N_k} I_{sck} \end{cases} \quad k = N-1$$

$$G = \frac{1}{R} [S_{LR}]$$

$G_{kk}$  se numește conductanța proprie a nodului  $k$  și este egală cu suma conductanțelor tuturor laturilor care se leagă la nodul  $k$ .

$G_{kj} = G_{jk}$  = conductanța mutuală dintre nodul  $j$  și nodul  $k$  și este egală cu suma cu sens schimbat a conductanțelor tuturor laturilor care fac legătura directă între nodul  $k$  și nodul  $j$ .

$I_{sck}$  se numește curenți de scurtcircuit impuși în nodul  $k$  de sursele care se află pe laturile legate la nodul  $k$ .

$$I_{sc} = \sum_{k \in N_k} \left( \frac{E_k}{R_k} + I_{sc0} \right)$$

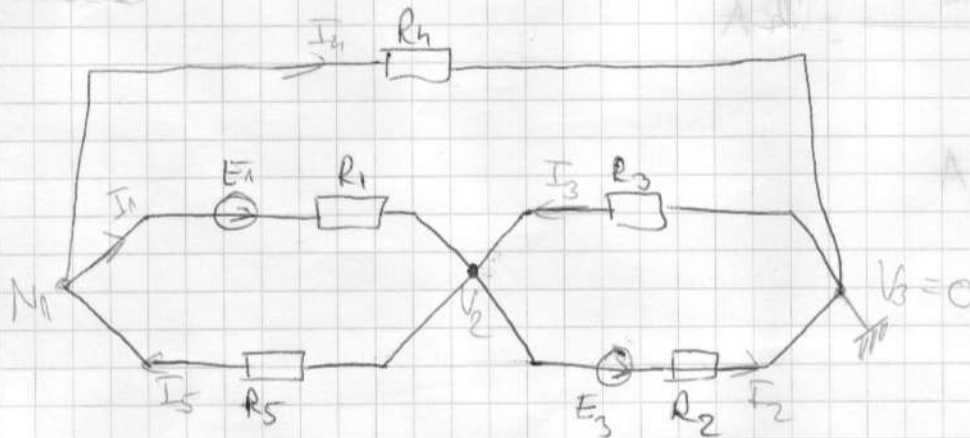
În această relație luăm cu semnul + termenii a căror sursă are sensul încheiat împreună cu cel al lui  $I_{sc0}$  și cu - în caz contrar.

5.) Calculăm curenții din fiecare latură <sup>aplicând</sup> legii lui Chm.

$$L.O: U_{kj} + E_{kj} = R_{kj} \cdot I_{kj} \quad \Rightarrow \quad I_{kj} = \frac{U_k - U_j + E_{kj}}{R_{kj}}$$

$$U_{kj} = U_k - U_j$$

4.) În circuitul din figură  $R_0 = 6\Omega$ ,  $R_1 = 3\Omega$ ,  $R_2 = 6\Omega$ ,  $R_3 = 10\Omega$ ,  $R_4 = 6\Omega$ ,  $E_1 = 18V$ ,  $E_2 = 9V$ . Să se calculeze curenții laolăuri  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$  (MPN)



$$N = 3 \Rightarrow 2 \text{ ec}$$

$$L = 5$$

$$\begin{cases} G_{11} V_1 + G_{12} V_2 = I_{sc1} \\ G_{21} V_1 + G_{22} V_2 = I_{sc2} \end{cases}$$

$$G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{6} = \frac{13}{30} \Omega^{-1}$$

$$G_{12} = G_{21} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} \right) = - \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \right) = -\frac{1}{3} \Omega^{-1}$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \Omega^{-1}$$

$$I_{sc1} = \frac{-E_1}{R_1} = -3A$$

$$I_{sc2} = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} = \frac{18}{6} - \frac{9}{3} = 0A$$

$$\begin{cases} \frac{13}{30} V_1 - \frac{10}{3} V_2 = -3 \\ -\frac{1}{3} V_1 + \frac{5}{6} V_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13V_1 - 10V_2 = -90 \\ -2V_1 + 5V_2 = 0 \quad | \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13V_1 - 10V_2 = -90 \\ -4V_1 + 10V_2 = 0 \end{cases}$$

$$\hline 9V_1 = -90 \quad V_1 = -10$$

$$V_2 = -4$$

$$\begin{cases} V_1 = -10V \\ V_2 = -4V \\ V_3 = 0V \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2 + \mathcal{E}_1}{R_1} = \frac{-10 + 4 + 18}{6} = 2A$$

$$I_2 = \frac{V_2 - V_3 + \mathcal{E}_2}{R_2} = \frac{-4 + 9}{3} = \frac{5}{3}A$$

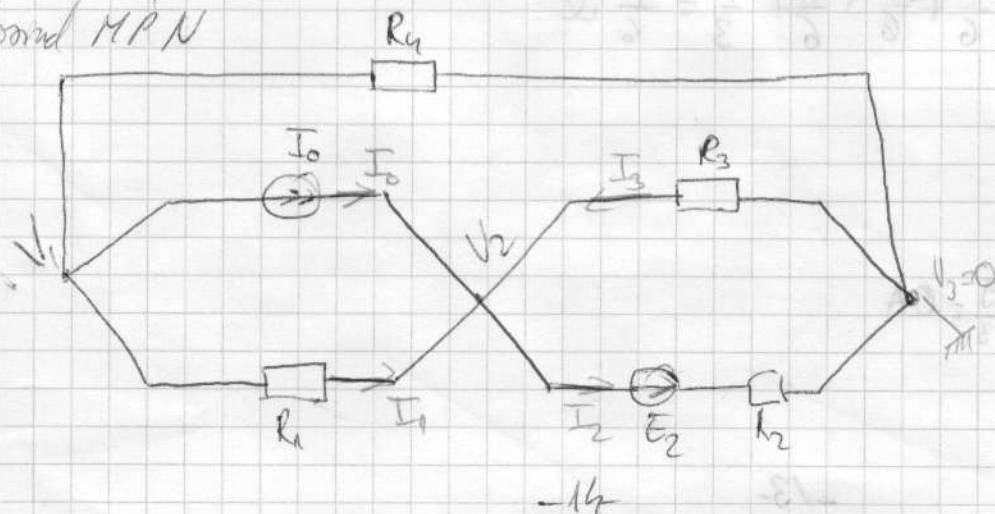
$$I_3 = \frac{V_3 - V_2}{R_3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}A$$

$$I_4 = \frac{V_1 - V_3}{R_4} = \frac{-10}{10} = -1A$$

$$I_5 = \frac{V_2 - V_1}{R_5} = 1A$$

Obs Ce se întâmplă dacă alegem  $N_2$  ca origine de potențial și cum modul 2?

2.)  $R_1 = 3\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$ ,  $R_3 = 6\Omega$ ,  $R_4 = 10\Omega$ ,  $I_0 = 3A$ ,  $\mathcal{E}_2 = 9V$  și se resolve folosind MPN



$$N = 3 \Rightarrow 2K$$

$$L = 5$$



$$\begin{cases} G_{11} V_1 + G_{12} V_2 = I_{sc1} \\ G_{21} V_1 + G_{22} V_2 = I_{sc2} \end{cases}$$

$$G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{10} = \frac{13}{30} \Omega^{-1}$$

$$G_{12} = G_{21} = -\frac{1}{R_1} = -\frac{1}{3} \Omega^{-1}$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \Omega^{-1}$$

$$I_{sc1} = -I_0 = -3A$$

$$I_{sc2} = I_0 - \frac{E_2}{R_2} = 3 - 3 = 0A$$

$$\begin{cases} \frac{13}{30} V_1 - \frac{1}{3} V_2 = -3 \\ -\frac{1}{3} V_1 + \frac{5}{6} V_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13V_1 - 10V_2 = -90 \\ -2V_1 + 5V_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = -10 \\ V_2 = -4 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_1} = \frac{6}{3} = 2A$$

$$I_2 = \frac{V_2 - V_3 + E_2}{R_2} = \frac{5}{3}A$$

$$I_3 = \frac{V_3 - V_2}{R_3} = \frac{2}{3}A$$

$$I_4 = \frac{V_2 - V_1}{R_4} = 1A$$

Caz particular

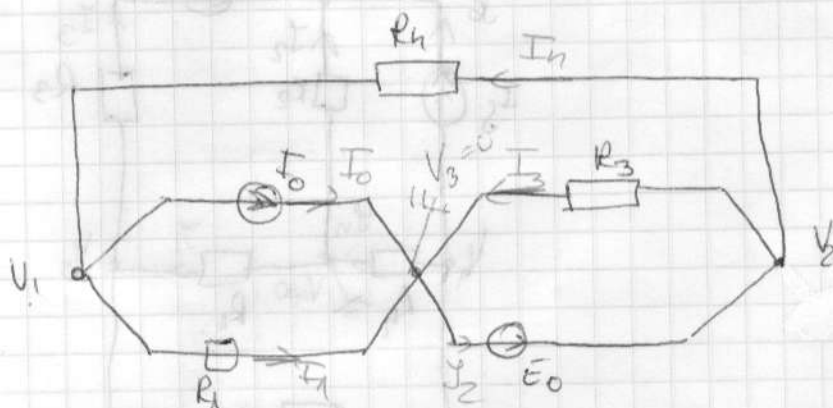
$$R_2 = 0$$

Încercăm să înțelegem 3 surse ideale de tensiune  $\Rightarrow$  1.) Nivelul de referință  
a) alege la unul din nodurile la care este legată sursa ideală de tensiune  
2.) Potențialul în celălalt nod este cunoscut (cu + dacă sursa intră în nod,  
cu - dacă iese din nod)

$$R_2 = 0$$

$$V_2 = -E_2 = -9V$$

$$\begin{aligned} V_{23} &= -E_2 \\ V_{23} &= V_2 - V_3 \\ \Rightarrow V_2 &= -E_2 \end{aligned}$$



$$\begin{cases} G_{11} V_1 + G_{12} V_2 = I_{sc1} \\ V_2 = -E_2 \end{cases}$$

$$G_{11} = \frac{1}{R_n} + \frac{1}{R_1} = \frac{1}{10} + \frac{1}{3} = \frac{13}{30} \Omega^{-1}$$

$$G_{12} = -\frac{1}{R_1} = -\frac{1}{3} \Omega^{-1}$$

$$I_{sc1} = -I_0 = -3$$

$$\begin{cases} V_1 = -\frac{180}{13} \\ V_2 = -9 \\ V_3 = 0 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_1} = -\frac{63}{30} \text{ A}$$

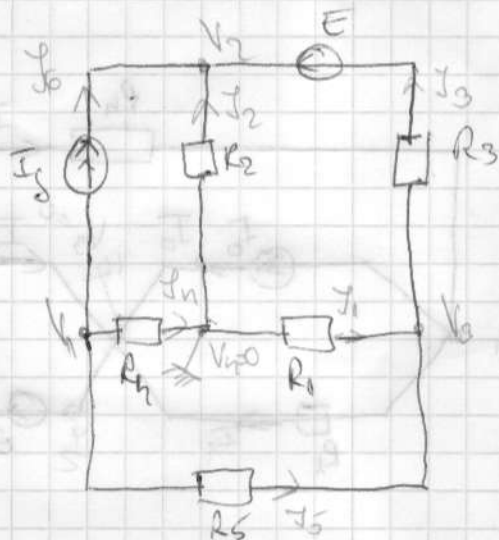
$$I_2 = I_0 + I_1 + I_3$$

$$I_3 = \frac{V_3 - V_2}{R_2} = \frac{3}{2} \text{ A}$$

$$I_n = \frac{V_2 - V}{R_n} = \frac{18}{3} \text{ A}$$

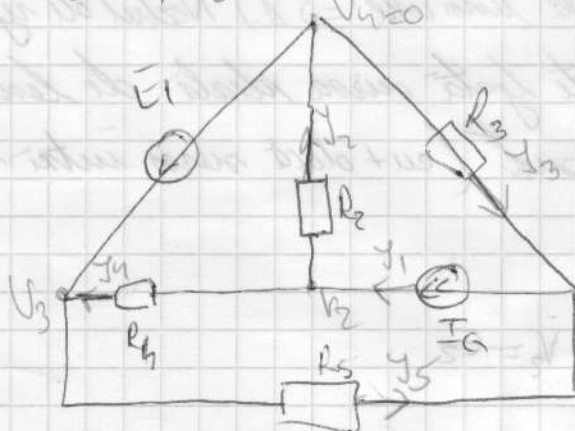
Exercice:

1) On a une diode  $E=27\text{V}$ ,  $I_G=6\text{A}$ ,  $R_1=R_2=1\Omega$ ,  $R_3=R_4=2\Omega$ ,  $R_5=4\Omega$ , M.P.N



$$N=1 \text{ ec} \Rightarrow 3 \text{ ec}$$

2)  $E_1=10\text{V}$ ,  $R_2=1\Omega$ ,  $R_3=2\Omega$ ,  $R_4=4\Omega$ ,  $R_5=3\Omega$ ,  $I_G=5\text{A}$ , M.P.N



$$N=4 \Rightarrow 3 \text{ ec} \Rightarrow 7 \text{ ec}$$

$$V_3 = E_1$$

$$G_{11} V_1 + G_{12} V_2 + G_{13} V_3 = I_{sc1}$$

$$G_{21} V_1 + G_{22} V_2 + G_{23} V_3 = I_{sc2}$$

$$V_3 = E_1$$

$$G_{13} = -\frac{1}{R_5}, G_{12} = 0$$

# Tema 3

$$I_1' = I_6 = 6A$$

$$\begin{cases} R_{21} \cdot I_1' + R_{22} \cdot I_2' + R_{23} \cdot I_3' = E \\ R_{31} \cdot I_1' + R_{32} \cdot I_2' + R_{33} \cdot I_3' = 0 \end{cases}$$

$$R_{21} = R_2 = 1\Omega$$

$$R_{22} = R_1 + R_2 + R_3 = 1 + 1 + 2 = 4\Omega$$

$$R_{31} = R_4 = 2\Omega$$

$$R_{32} = -R_1 = -1\Omega = R_{23}$$

$$R_{33} = R_1 + R_4 + R_5 = 1 + 2 + 4 = 7\Omega$$

$$\begin{cases} 6 + 4I_2' - 1I_3' = 27 \\ 12 - I_2' + 7I_3' = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4I_2' - I_3' = 21 \\ -I_2' + 7I_3' = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4I_2' - I_3' = 21 \\ -4I_2' + 28I_3' = -48 \end{cases}$$

$$-I_2' + 1 = -12 \Rightarrow I_2' = 13A \quad I_3' = -1A \quad 27I_3' = -27$$

$$\begin{cases} I_1' = 6A \\ I_2' = 13A \\ I_3' = -1A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = -I_3' + I_2' = 14A \\ I_2 = 13A \\ I_3 = 13A \\ I_4 = 5A \\ I_5 = -1A \\ I_6 = 6A \end{cases}$$

$$(N): -I_1 - I_4 + I_2 = 0$$

$$-14 - 5 + 19 = 0 \quad \text{Adeku}$$

$$\begin{cases} R_{11} I_1' + R_{12} I_2' + R_{13} I_3' = E_1 \\ R_{21} I_1' + R_{22} I_2' + R_{23} I_3' = E_2 \\ R_{31} I_1' + R_{32} I_2' + R_{33} I_3' = E_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5I_1' + 4I_2' = 17 \quad / \cdot 2 \\ -2I_1' - 17I_2' = 24 \quad / \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5I_1' - 8 = 17 \\ 5I_1' = 25 \\ \Rightarrow I_1' = 5A \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10I_1' + 8I_2' = 34 \\ -10I_1' - 85I_2' = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -77I_2' = 154 \Rightarrow I_2' = -2A \end{cases}$$

$$R_{11} = R_1 + R_5 = 5\Omega$$

$$R_{22} = R_2 + R_4 + R_5 = 11\Omega$$

$$R_{33} = R_3 + R_4 = 6\Omega$$

$$R_{12} = R_{21} = R_5 = 4\Omega$$

$$R_{23} = R_{32} = R_4 = 4\Omega$$

$$R_{31} = R_{13} = 0$$

$$\begin{cases} 5I_1' + 4I_2' = 17 \\ 4I_1' + 11I_2' + 4I_3' = 10 \\ 4I_2' + 6I_3' = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5I_1' + 8I_2' + 6I_3' = 27 \\ 5I_1' + 11I_2' + 4I_3' = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2I_1' - 17I_2' = 24 \\ -2I_1' - 17I_2' = 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12I_1' - 33I_2' - 12I_3' = -30 \\ 10I_1' + 16I_2' + 12I_3' = 54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2I_1' - 17I_2' = 24 \\ -2I_1' - 17I_2' = 24 \end{cases}$$



$$\begin{cases} J_1' = 5A \\ J_2' = -2A \\ J_3' = 3A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J_1 = 5A \\ J_2 = -2A \\ J_3 = 3A \\ J_4 = 1A \\ J_5 = 3A \end{cases}$$

$$(N) J_1 + J_4 - J_3 - J_5 \stackrel{?}{=} 0$$

$$5 + 1 - 3 - 3 = 0 \checkmark$$

$$b.) U_{N_2 N_3} = R_2 J_2 = -2 \cdot 3 = -6 \text{ [V]}$$

$$c.) P_G \stackrel{?}{=} P_R$$

$$P_G = \sum_{k=1}^5 E_k I_k = E_1 \cdot J_1 + E_4 \cdot J_4 = 17 \cdot 5 + 10 \cdot 1 = 9 \text{ [W]}$$

$$P_R = \sum_{k=1}^5 R_k I_k^2 = R_1 J_1^2 + R_2 J_2^2 + R_3 J_3^2 + R_4 J_4^2 + R_5 J_5^2 = 25 + 12 + 18 + 4 + 36 = 95 \text{ [W]}$$

Temu Temu 4

$$1.) \begin{cases} G_{11} V_1 + G_{12} V_2 + G_{13} V_3 = I_{sc1} \\ G_{21} V_1 + G_{22} V_2 + G_{23} V_3 = I_{sc2} \\ G_{31} V_1 + G_{32} V_2 + G_{33} V_3 = I_{sc3} \end{cases}$$

$$G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Omega^{-1}$$

$$G_{12} = 0 = G_{21}$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Omega^{-1}$$

$$G_{31} = G_{13} = -\frac{1}{R_5} = -\frac{1}{4} \Omega^{-1}$$

$$G_{23} = G_{32} = -\frac{1}{R_3} = -\frac{1}{2} \Omega^{-1}$$

$$G_{33} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4} \Omega^{-1}$$

$$I_{sc1} = -I_G = -6A$$

$$I_{sc2} = I_G + \frac{E}{R_3} = 6 + \frac{27}{2} = \frac{39}{2} A$$

$$I_{sc3} = -\frac{27}{2} A$$

$$\begin{cases} \frac{3}{4} V_1 + (-\frac{1}{4}) V_3 = -6A \\ \frac{3}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_3 = \frac{39}{2} A \\ -\frac{1}{4} V_1 - \frac{1}{2} V_2 + \frac{7}{4} V_3 = -\frac{27}{2} A \end{cases} \begin{cases} \frac{3}{4} V_1 + \frac{3}{2} V_2 - \frac{3}{4} V_3 = +\frac{27}{2} \\ -\frac{1}{4} V_1 - \frac{1}{2} V_2 + \frac{7}{4} V_3 = -\frac{27}{2} \end{cases} \cdot 3 \begin{cases} V_1 = -10 \\ V_2 = 11 \\ V_3 = -6 \\ V_4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{18}{4} V_3 &= -\frac{81}{2} + \frac{27}{2} \Rightarrow \frac{18}{4} V_3 = -\frac{54}{2} \Rightarrow V_3 = -\frac{54}{2 \cdot 18} = -6 \\ \frac{3}{2} V_2 &= \frac{39}{2} - \frac{3}{2} \cdot (-6) = \frac{39}{2} + 9 = \frac{57}{2} \Rightarrow V_2 = \frac{57}{2 \cdot 3} = 11 \\ \frac{3}{4} V_1 &= -6 - \frac{3}{4} \cdot (-6) = -6 + \frac{18}{4} = -\frac{30}{4} \Rightarrow V_1 = -\frac{30}{4 \cdot 3} = -10 \end{aligned}$$

$$J_1 = \frac{V_1 - V_3}{R_1} = \frac{-10 - (-6)}{1} = -4A \quad J_5 = \frac{V_1 - V_3}{R_5} = 4A$$

$$J_2 = \frac{V_4 - V_2}{R_2} = \frac{0 - 11}{1} = -11A \quad J_6 = 6A$$

$$J_3 = \frac{V_3 - V_2 + E}{R_3} = \frac{-6 - 11 + 27}{2} = 5A$$

$$J_4 = \frac{V_1 - V_4}{R_4} = \frac{-10 - 0}{1} = -10A$$

2a) 
$$\begin{cases} G_{11}V_1 + G_{12}V_2 + G_{13}V_3 = I_{s1} \\ G_{21}V_1 + G_{22}V_2 + G_{23}V_3 = I_{s2} \\ V_3 = E_1 \end{cases}$$

$G_{13} = -\frac{1}{R_5} = -\frac{1}{3} = G_{31}$        $G_{11} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

$G_{12} = 0$        $G_{23} = G_{32} = -\frac{1}{R_4} = -\frac{1}{4}$

$G_{22} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$        $I_{s1} = I_G = -5A$

$I_{s2} = I_G = 5A$

$$\begin{cases} \frac{5}{6}V_1 - \frac{10}{3} = -5 \Rightarrow \frac{5}{6}V_1 = -5 + \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{5}{6}V_1 = -\frac{5}{3} \Rightarrow V_1 = -\frac{8}{3} \cdot \frac{6}{5} = -2 \\ \frac{5}{4}V_2 - \frac{10}{4} = +5 \Rightarrow \frac{5}{4}V_2 = 5 + \frac{10}{4} \Rightarrow V_2 = \frac{30}{4} \cdot \frac{4}{5} = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_1 = -2 \\ V_2 = 6 \\ V_3 = 10 \\ V_4 = 0 \end{cases}$$

$I_1 = I_G = 5A$

$I_2 = \frac{V_2 - V_4}{R_2} = 6A$

$I_3 = \frac{V_4 - V_1}{R_3} = 1A$

$I_4 = \frac{V_2 - V_3}{R_4} = -1A$

$I_5 = \frac{V_3 - V_1}{R_5} = \frac{12}{3} = 4A$

$$\begin{cases} I_1 = 5A \\ I_2 = 6A \\ I_3 = 1A \\ I_4 = -1A \\ I_5 = 4A \end{cases}$$

(N2)  $I_1 - I_4 - I_2 = 0$

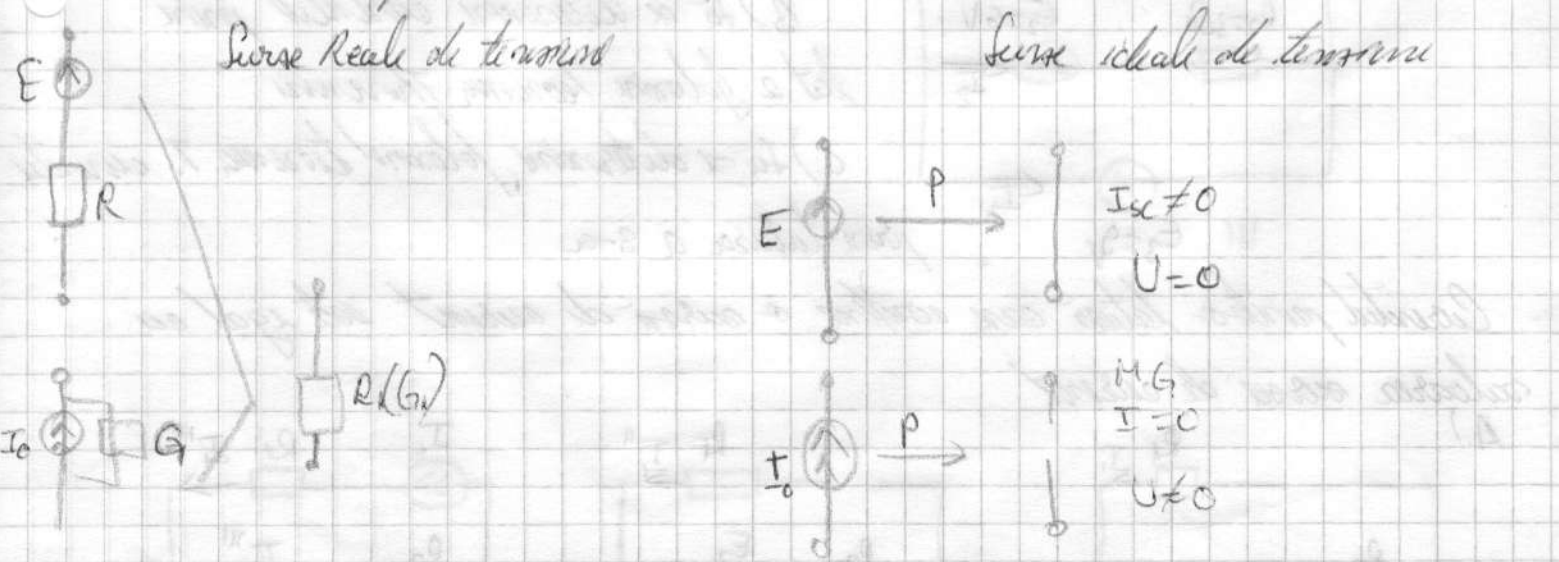
$5 + 1 - 6 = 0 \checkmark$

Sim 5

### Metoda suprapunerii spectelor (A superpozitiei)

Curentul printr-o latură a unui circuit cu mai multe surse este egal cu suma algebrică a curenților pe care i-ar produce prin acea latură fiecare sursă dacă ar acționa singură în circuit. Celălalte surse fiind oprite.

Panourile surselor reale de tensiune sau curent constă în înlocuirea acestora cu rezistența, respectiv conductanța sa internă.



La panourile surse ideale de tensiune se înlocuiește cu o legătură directă (subcircuit) iar surse ideale de curent cu o întrerupere în circuit (circuit în gol).