

Curs 8

FENOMENE MAGNETICE

8.1 Câmpul magnetic

Existența proprietăților magnetice a fost descoperită încă din antichitate, numele de magnet provenind de la numele unei regiuni din Asia Mică - "Magnesia" - unde se găseau roci cu astfel de proprietăți.

De-a lungul istoriei, magnetismul a fost văzut ca un domeniu separat dar în strânsă legătură cu electricitatea. În realitate, magnetismul și electricitatea sunt organic legate, studiarea lor separată făcându-se din motive didactice.

Din viața de toate zilele cunoaștem expresia „magnet” prin care înțelegem un obiect cu proprietăți magnetice care are doi poli magnetici, polul nord și polul sud.

Se definește noțiunea de **dipol magnetic** care reprezintă entitate formată din asocierea celor doi poli magnetici, nord și sud, cu care se operează în studiul magnetismului. Această noțiune joacă un rol important în magnetism, asemănător cu cel jucat de dipolul electric în electricitate.

Christian Oersted a fost cel care a observat deviația acului magnetic în apropierea unui conductor străbătut de curent electric. El a tras concluzia că în vecinătatea conductorului se produce un câmp magnetic care acționează asupra acului de busolă.

Câmpul magnetic este o formă de existență a materiei care se manifestă prin acțiunea unor forțe asupra obiectelor introduse în câmp atunci când acestea prezintă proprietăți magnetice sau sunt încărcate cu sarcină electrică, precum și asupra conductorilor parcurși de curent electric.

Câmpul magnetic este descris cu ajutorul acelorași noțiuni fundamentale care au fost utilizate și la descrierea câmpului electric și anume vectorul **inducția câmpului magnetic**, \vec{B} , **liniile câmpului magnetic** (curbe tangente la vectorul \vec{B} în fiecare punct al câmpului magnetic) și **potențialul câmpului magnetic**, V .

În figura 8.1 sunt reprezentate liniile de câmp ale unui magnet în formă de bară. Numărul de linii pe unitatea de volum este proporțional cu intensitatea câmpului magnetic (ca și în cazul câmpului electric, câmpul magnetic este mai intens acolo unde liniile de câmp magnetic sunt mai dese).

Pentru definirea inducției câmpului magnetic se utilizează forța Lorentz \vec{F} care acționează asupra unei particule încărcate cu sarcina electrică q ce se deplasează cu viteza \vec{v} în câmpul magnetic de inducție \vec{B}

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (8.1)$$

al cărei modul este

$$F = qvB \cdot \sin \theta \quad (8.2)$$

unde θ reprezintă unghiul dintre vectorii \vec{v} și \vec{B} .

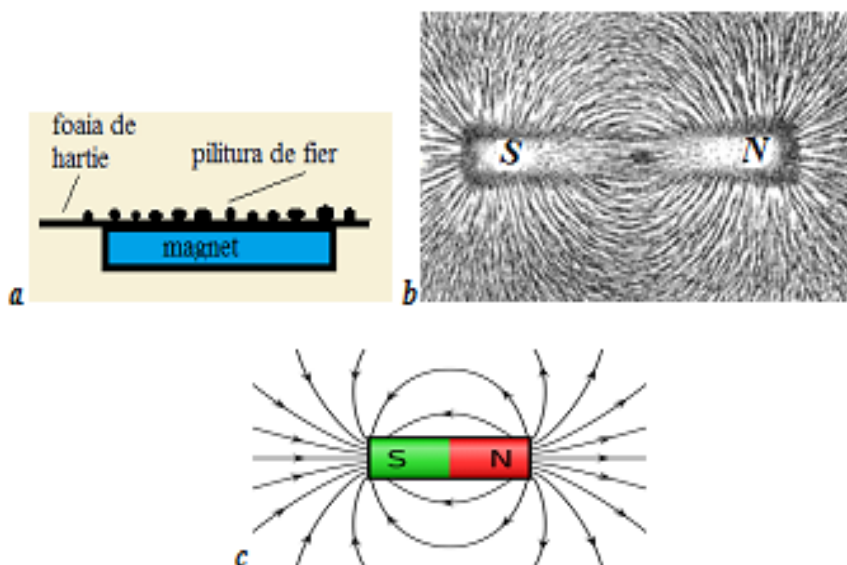


Fig.8.1 a.Experiment. b.Ordonarea piliturii de fier în câmp magnetic.
 c.Reprezentare grafică a câmpului magnetic cu ajutorul liniilor de câmp.

În figura 8.2 sunt prezentate direcția și sensul forței Lorentz în raport cu direcția vitezei sarcinii electrice de probă q și a câmpului magnetic.

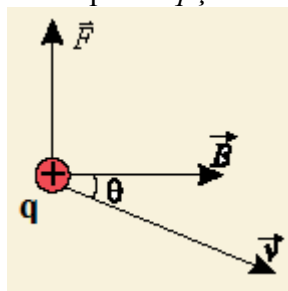


Fig.8.2 Direcția forței Lorentz față de direcția vitezei și a câmpului magnetic.

Să observăm că forța Lorentz este perpendiculară pe viteză (deci pe direcția de deplasare). Astfel, lucrul mecanic efectuat de forța Lorentz este nul. Atunci, conform teoremei variației energiei cinetice rezultă că variația acesteia este nulă. Astfel într-un câmp magnetic o sarcină în mișcare nu-și poate modifica viteza în modul, ea variind doar în direcție.

Din relația (8.2) rezultă că **inducția câmpului magnetic**, \vec{B} , reprezintă *forța cu care câmpul acționează asupra unității de sarcină electrică ce se deplasează în câmp cu viteza de 1m/s.*

Unitatea de măsură pentru inducția câmpului magnetic, în SI, poartă numele de *Tesla (T)*, unde *1T reprezintă inducția câmpului magnetic ce acționează cu forța de 1N asupra sarcinii electrice de 1C ce se deplasează în câmpul magnetic cu viteza de 1 m/s*

$$1T = 1 \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = \frac{N}{A \cdot m} \quad (8.3)$$

8.2 Deplasarea particulelor încărcate cu sarcini electrice în câmpul magnetic

Fie o particula încărcată cu sarcina electrică q ce intră într-un câmp magnetic uniform cu viteza \vec{v} care face unghiul $\theta = 90^\circ$ cu \vec{B} (fig.8.3).

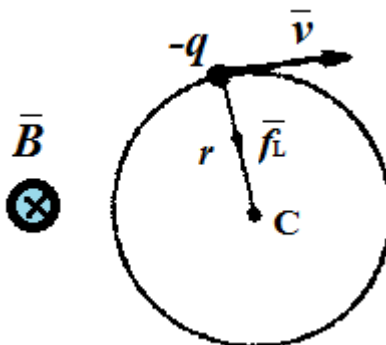


Fig.8.3 Mișcarea particulei încărcate cu sarcini electrice în câmpul magnetic.

Am văzut că asupra particulelor încărcate cu sarcini electrice ce se deplasează în câmpul magnetic acționează forța Lorentz. Fiind perpendiculară pe traiectoria sarcinii electrice, această forță nu va schimba energia cinetică a particulelor, ci le modifică traiectoria. Astfel, traiectoria particulei se curbează ajungându-se la echilibru atunci când forța Lorentz devine egală cu forța centrifugă

$$q \cdot v \cdot B = \frac{mv^2}{r} \quad (8.4)$$

unde r reprezintă raza traiectoriei

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \quad (8.5)$$

Să observăm faptul că traiectoria particulei la echilibru este una circulară, raza traiectoriei depinzând de viteza particulelor, de sarcina lor specifică (q/m), respectiv de inducția câmpului magnetic. Să observăm de asemenea că particulele cu viteză mare se mișcă pe cercuri de raze mai mari.

Viteza unghiulară a particulei pe o traiectorie circulară este

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{q \cdot B}{m} \quad (8.6)$$

iar frecvența este dată de relația

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m} \quad (8.7)$$

Fie o particula încărcată cu sarcina electrică q ce intră într-un câmp magnetic uniform cu viteza \vec{v} care face un unghi oarecare θ cu \vec{B} . Descompunem viteza particulei pe direcțiile paralelă la \vec{B} , respectiv perpendiculară la \vec{B} . Mișcarea datorată componentei perpendiculare a vitezei $v_{\perp} = v \sin \theta$ este aceea descrisă mai sus. Componenta vitezei, paralelă cu \vec{B} , $v_{\parallel} = v \cos \theta$ nu este afectată de câmpul magnetic; așadar, rămâne constantă. Așa cum se vede din figura 8.4, drumul parcurs de particulă este o spirală.

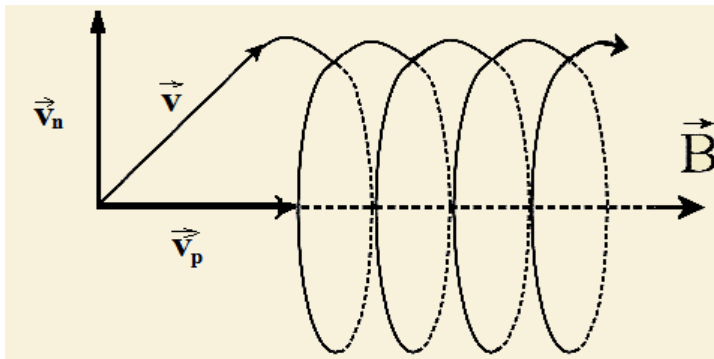


Fig.8.4 Traiectoria electronului în câmp magnetic

8.3 Forța electromagnetică (forța Laplace)

Considerăm un conductor de lungime l prin care trece un curent electric de intensitate $I = nqSv$ (vezi relația 6.71), introdus în câmp magnetic \vec{B} (fig.8.5). Asupra fiecărei sarcini electrice q care străbate conductorul acționează o forță Lorentz:

$$\vec{f} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (8.8)$$

În porțiunea de conductor considerată, numărul de purtători de sarcină este

$$N = n l S \quad (8.9)$$

unde n este concentrația electronilor liberi. Atunci forța totală care acționează asupra porțiunii de conductor este

$$\vec{F} = N \cdot \vec{f} = n l S e (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (8.10)$$

Vom introduce în loc de \vec{v} vectorul \vec{l} care are modulul egal cu lungimea porțiunii de conductor și sensul în sensul vitezei. Așadar, deoarece $l\vec{v} = v\vec{l}$ rezultă că

$$\vec{F} = n v S e (\vec{l} \times \vec{B}) \quad (8.11)$$

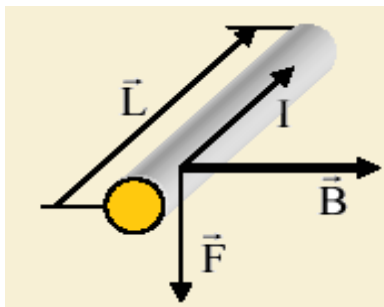


Fig.8.5 Conductor parcurs de curent electric introdus în câmp magnetic.

Forța exercitată asupra conductorului parcurs de curent situat în câmpul magnetic

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B} \quad (8.12)$$

și se numește **forța electromagnetică**. Forma scalară a relației (8.12) este

$$F = I \cdot l \cdot B \sin \alpha \quad (8.19)$$

unde α este unghiul dintre conductorul electric și inducția câmpului magnetic.

8.4 Calculul inducției magnetice

a. Câmpul magnetic produs de un conductor liniar (legea Biot-Savart)

La puțin timp după ce Oersted a observat deviația acului magnetic în apropierea unui conductor străbătut de curent electric, J.B.Biot și F.Savart au observat că atunci când printr-un conductor foarte lung trece un curent staționar, acesta produce în plan perpendicular pe direcția conductorului un câmp magnetic (liniile de câmp magnetic au fost vizualizate prin dispunerea piliturii de fier în forma unor linii închise, formând un spectru magnetic). Concluziile experimentale ale lui Biot și Savart au fost următoarele:

- câmpul magnetic într-un punct oarecare este perpendicular pe planul care conține firul conductor și punctul respectiv;
- liniile de câmp magnetic formează curbe închise;
- câmpul magnetic este invers proporțional cu distanța dintre fir și punctul în care se observă efectele acestuia;
- sensul câmpului magnetic obținut este asociat cu sensul curentului electric care parcurge firul conductor, prin regula burghiului drept.

Pornind de la rezultatele experimentale obținute Biot și Savart au ajuns la o expresie matematică care dă câmpul magnetic produs de un conductor liniar într-un punct situat la distanța \vec{r} de conductor

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \quad (8.20)$$

unde μ_0 este permitivitatea magnetică a vidului și are valoarea

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [N/A^2] \quad (8.21)$$

b. Câmpul magnetic produs de un curent de forma oarecare (legea Biot-Savart-Laplace)

Mai târziu, Laplace a găsit o expresie matematică care dă câmpul magnetic produs de un conductor de o formă oarecare. Astfel, inducția magnetică $d\vec{B}$ produsă într-un punct situat la distanța \vec{r} de un element de lungime $d\vec{l}$ dintr-un conductor străbătut de curentul electric I (fig.8.6) este

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (8.22)$$

unde θ este unghiul dintre vectorii $d\vec{l}$ și \vec{r} .

Pentru calculul inducției magnetice totale în acel punct trebuie însumate contribuțiile elementare provenind de la toate elementele infinit mici ale conductorului

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (8.23)$$

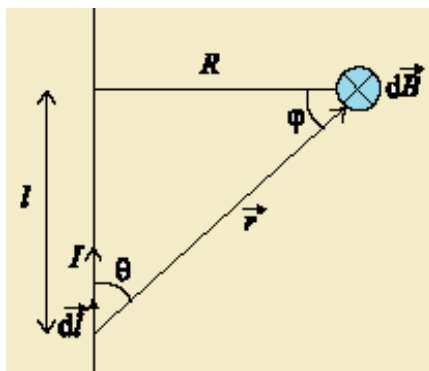


Fig.8.6 Câmpul magnetic produs de un conductor parcurs de curent electric.

c. Legea lui Ampere

Să considerăm un conductor rectiliniu infinit, străbătut de curentul I . Mărimea inducției magnetice în jurul unui conductor parcurs de curent este dată de relația (8.20).

Circulația inducției magnetice pe o traiectorie închisă în jurul conductorului se obține integrând inducția magnetică în lungul acelei traiectorii. Pentru cazul unei traiectorii circulare, circulația inducției câmpului magnetic va avea expresia

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C B \cdot dl = B \cdot 2\pi \cdot r = \mu \frac{I}{2\pi \cdot r} 2\pi \cdot r \quad (8.24)$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \cdot I$$

Rezultatul este cunoscut drept **forma integrală a legii lui Ampere** care afirmă că *circulația inducției magnetice \vec{B} de-a lungul unei bucle închise (C) este egală cu produsul dintre permeabilitate magnetică a mediului și curentul total în interiorul buclei*. Deși aceasta a fost determinată aici pentru cazul special al unui cerc, rezultatul este valabil pentru orice curbă închisă ce înconjoară un curent I . Dacă curba închisă înconjoară mai mulți curenți electrici paraleli, relația (8.26) rămâne valabilă dar I se înlocuiește cu suma

algebrică a curenților $\theta = \sum_i (\pm) I_i$, unde θ se numește *solenajia curenților*.

Legea lui Ampere scrisă în această formă este valabilă numai pentru cazul câmpului magnetic constant în timp.

d. Câmpul magnetic produs de un solenoid

Un sistem de spire paralele parcurse de curent electric, unde lungimea grupului este mai mare decât diametrul acestora, formează un solenoid denumit și bobină. Câmpul magnetic creat este asemănător cu cel creat de un magnet permanent sub formă de bară. Liniile de câmp au circuit închis, în interior ele sunt paralele, iar inducția câmpului magnetic creat în interior este dată de relația:

$$B = \mu \frac{N \cdot I}{l} \quad (8.25)$$

unde l reprezintă lungimea bobinei iar N numărul de spire. Sensul liniilor de câmp magnetic din interiorul bobinei este obținut cu ajutorul regulii burghiului sau a mâinii drepte.

8.5 Forța de interacție între două conductoare paralele

Să considerăm doi conductori, lungi, drepecți paraleli aflați la distanța a unul față de celălalt (fig.8.7).

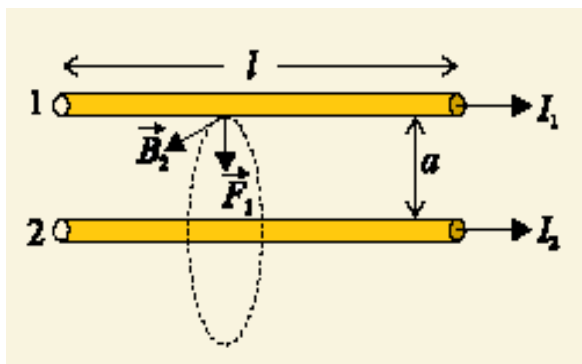


Fig.8.7 Conductoare paralele parcurse de curenți electrici

Conductorul 2 prin care trece curentul I_2 crează câmpul magnetic \vec{B}_2 în locul unde se află primul conductor.

$$B_2 = \mu_0 \frac{I_2}{2\pi \cdot a} \quad (8.26)$$

Direcția lui \vec{B}_2 este perpendiculară pe conductorul 1, așa cum este prezentat în figură. Atunci forța care acționează asupra primului conductor este de forma

$$F = I_2 \cdot l \cdot B_1 = \mu_0 \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2\pi \cdot a} \quad (8.27)$$

Conform legii acțiunii și reacțiunii forța F_2 care acționează asupra primului conductor este egală și de sens contrar cu forța F_1 : Trebuie observat că dacă curenții care trec prin cele două conductoare au același sens, conductoarele se atrag, iar dacă curenții sunt de sensuri contrare conductoarele se resping.

8.6 Buclă de curent în câmp magnetic uniform

Să considerăm o buclă de curent de formă dreptunghiulară într-un câmp magnetic uniform ca în figurile 8.8 și 8.9.

Asupra laturilor 1 și 3 nu acționează nici o forță deoarece conductorii respectivi sunt paraleli cu liniile câmpului magnetic. Forțele electromagnetice acționează doar asupra laturilor 2 și 4 deoarece acestea sunt orientate perpendicular pe liniile câmpului magnetic \vec{B} . Valorile acestor forțe sunt

$$F_2 = F_4 = I \cdot a \cdot B \quad (8.28)$$

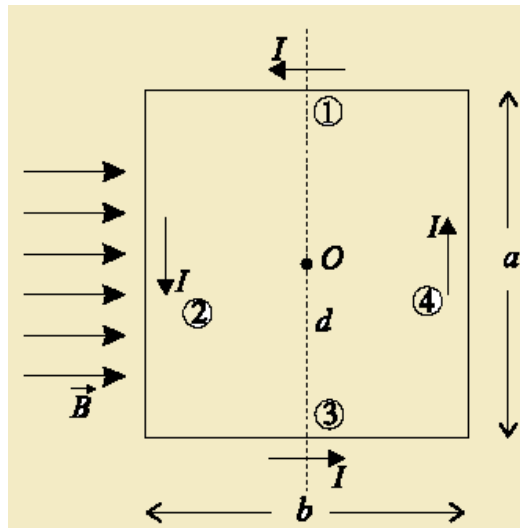


Fig.8.8 Buclă de curent în câmp magnetic uniform.

Mărimea totală a momentului forțelor care rotește bucla de curent în jurul axei d din fig.8.8 (respectiv punctului O din fig.8.9) este

$$M = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = IaB \frac{b}{2} + IaB \frac{b}{2} = IabB = ISB \quad (8.29)$$

Dacă câmpul magnetic face un unghi $\theta < 90^\circ$ cu normala pe suprafața buclei momentul forței care acționează asupra buclei este

$$\begin{aligned} M &= F_2 \frac{b}{2} \sin \theta + F_4 \frac{b}{2} \sin \theta \\ M &= IaB \frac{b}{2} \sin \theta + IaB \frac{b}{2} \sin \theta \\ M &= IabB \sin \theta = ISB \sin \theta \end{aligned} \quad (8.30)$$

unde $S = ab$ reprezintă aria delimitată de buclă.

Generalizând, momentul forțelor care acționează asupra unei bucle de curent de orice formă este

$$\vec{M} = I(\vec{S} \times \vec{B}) \quad (8.31)$$

unde $\vec{S} = S \cdot \vec{n}$, iar \vec{n} este normala pe suprafața buclei.

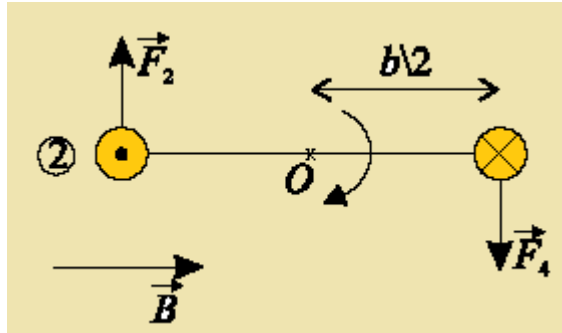


Fig.8.9 Forțe ce acționează asupra unei bucle de curent aflată în câmp magnetic.

Comparând relația (8.31) cu relația obținută pentru momentul forțelor ce acționează asupra dipolului electric introdus în câmp electric (6.24), ajungem la concluzia că mărimea

$$\vec{m} = I \cdot \vec{S} \quad (8.32)$$

(ce apare în relația (8.31) reprezintă un **moment magnetic de dipol**. Să reținem deci faptul că o buclă de curent este echivalentă cu un dipol magnetic. Momentul forțelor (8.31) care tinde să alinieze bucla de curent perpendicular pe câmpul magnetic (sau, altfel zis, să orienteze dipolul magnetic al buclei de curent paralel cu câmpul magnetic) este

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (8.33)$$

având o expresie similară cu aceea a momentului forțelor ce aliniază dipolul electric plasat în câmp electric (6.24).

Pentru a defini energia potențială a buclei de curent (dipolului magnetic) introdusă în câmp magnetic calculăm lucrul mecanic pe care îl efectuează câmpul asupra buclei când aceasta se rotește cu un anumit unghi θ

$$L = \int M(-d\theta) \quad (8.34)$$

Deoarece în cursul rotirii unghiul θ scade de la $\pi/2$ la o valoare θ oarecare, rezultă

$$L = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{\theta} ISB \sin \theta d\theta = ISB \left(\cos \theta - \cos \frac{\pi}{2} \right) = ISB \cos \theta \quad (8.35)$$

Știind că

$$E_p = -L = -ISB \cos \theta \quad (8.36)$$

rezultă că

$$E_p = -ISB \cos \theta = -mB \cos \theta = -\vec{m} \cdot \vec{B} \quad (8.37)$$

expresie asemănătoare cu (6.27) care ne dă energia de interacțiune dintre dipolul electric și câmpul electric.

8.7 Originea magnetismului

Din cele discutate până acum am constatat faptul că magnetismul este produs de sarcinile electrice în mișcare. Tinând cont de asemănarea existentă între câmpul magnetic și cel electric se pune întrebarea dacă nu există cumva și posibilitatea producerii câmpurilor magnetice de către niște „sarcini” magnetice. Altfel spus, se pune întrebarea dacă divizând un magnet în bucăți tot mai mici putem ajunge la situația de a separa polul nord de polul sud al magnetului, obținând astfel „sarcinile magnetice elementare”, „nord” și „sud”. Există comunicări ale unor cercetători americani care au anunțat în anul 1975 că au identificat „sarcini” magnetice. Cu toate acestea, ținând cont de puținătatea dovezilor raportate în acest sens până în prezent, vom continua analiza noastră pe baza concepției clasice privind magnetismul. Aceasta

atribuie existența proprietăților magnetice ale substanței existenței unor dipoli magnetici la scară atomică. Într-adevăr, în structura atomului există particule încărcate cu sarcină electrică (electronii, nucleul) și care se deplasează pe traiectorii închise, fiind echivalente cu bucle de curent, respectiv cu niște dipoli magnetici.

8.8 Mișcarea electronului pe o traiectorie circulară în câmp magnetic uniform

Electronul în mișcarea sa pe traiectoria orbitală este echivalent cu un curent de intensitate

$$I = \frac{q}{T} = \frac{q \cdot v}{2\pi \cdot r} \quad (8.38)$$

unde v este viteza electronului. Atunci momentul magnetic de dipol asociat mișcării electronului este

$$m = IS = -\frac{e \cdot v}{2\pi \cdot r} \cdot \pi r^2 = -\frac{e \cdot v \cdot r}{2} = -\frac{evrm_e}{2m_e} \quad (8.39)$$

unde m_e este masa electronului.

Momentul cinetic orbital al electronului este

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m_e \cdot v \cdot r \rightarrow L = rvp \sin \alpha = rp = rm_e v \quad (8.40)$$

Astfel, formula pentru momentul magnetic de dipol al electronului devine

$$m = -\frac{e}{2 \cdot m_e} L = -\gamma L \quad (8.41)$$

Relatia (8.41) se scrie vectorial

$$\vec{m} = -\frac{e}{2 \cdot m_e} \vec{L} = -\gamma \vec{L} \quad (8.42)$$

unde mărimea

$$\gamma = \frac{e}{2 \cdot m_e} \quad (8.43)$$

poartă numele de *factor giromagnetic orbital al electronului*.

8.9 Legea lui Gauss pentru câmp magnetic (legea fluxului magnetic)

Pentru a caracteriza densitatea liniilor de câmp magnetic ce intersectează o suprafață se utilizează mărimea fizică scalară, numită *flux magnetic*. Fluxul magnetic printr-o suprafață elementară dS este

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS \quad (8.44)$$

iar printr-o suprafață finită S este

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (8.45)$$

În cazul în care liniile de câmp formează unghiul α cu normala la suprafață, câmpul magnetic este uniform, iar suprafața este plană (figura 8.10), fluxul are expresia

$$\Phi = BS \cos \alpha \quad (8.46)$$

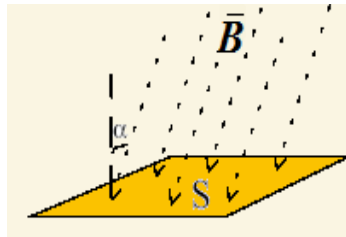


Figura 8.10 Liniile câmpului magnetic printr-o suprafață oarecare.

Dacă liniile de câmp intersectează mai multe arii, fluxul total este

$$\Phi = BNS \cos \alpha \quad (8.7)$$

Unitatea de măsură a fluxului, în SI, se numește Weber. $\langle \Phi \rangle_{SI} = 1Wb$.

Când s-a stabilit *legea lui Gauss pentru câmp electric* a rezultat că fluxul câmpului electric printr-o suprafață închisă este proporțională cu sarcina din interiorul ei. În cazul în care sarcina totală este nulă rezultă că și fluxul total al câmpului electric este nul. Deoarece în cazul câmpului magnetic nu există sarcini magnetice, prin analogie cu situația câmpului electric, rezultă că fluxul câmpului magnetic prin orice suprafață închisă este nul – ***legea lui Gauss pentru câmp magnetic***

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (8.48)$$

8.10 Legea lui Faraday (legea inducției electromagnetice)

Din momentul obținerii câmpului magnetic cu ajutorul curentului electric, a încolțit ideea de a crea curent electric cu ajutorul câmpului

magnetic. În anul 1831, Faraday descoperă experimental fenomenul *inducției electromagnetice*, care constă în apariția unei tensiuni electromotoare într-un circuit electric străbătut de un flux magnetic variabil în timp. Astfel, mișcarea unui magnet permanent în interiorul unei bobine, mișcarea unui conductor într-un câmp magnetic, rotirea unui cadru de sârmă într-un câmp magnetic (fig.8.11) sau închiderea și deschiderea circuitului electric primar al unui sistem de bobine cuplate magnetic, face să apară în circuit o tensiune *indusă* care poate genera un curent electric indus prin circuit.

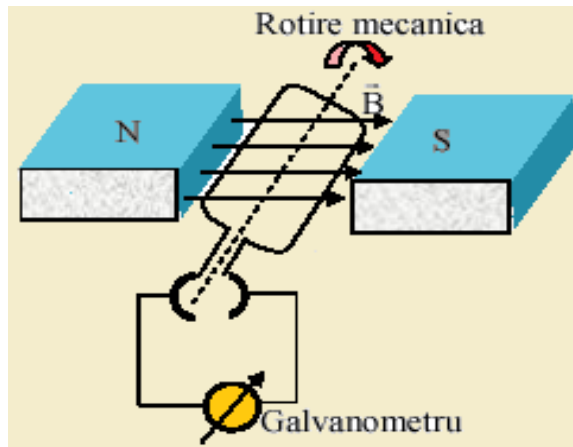


Figura 8.11 Schema principală folosită în experiențele lui Faraday.

Faraday analizează fenomenul de inducție electromagnetică și stabilește legea care guvernează acest fenomen: *tensiunea electromotoare (t.e.m.) indusă într-un circuit este egală cu viteza de variație a fluxului magnetic prin acel circuit*

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt} \quad (8.49)$$

Sensul curentului indus în circuit este stabilit cu ajutorul regulii lui Lenz: *tensiunea electromotoare indusă și curentul indus au un astfel de sens, încât fluxul magnetic produs de curentul indus să se opună variației fluxului magnetic inductor*. Astfel, se explică semnul minus în legea lui Faraday, ca o opoziție a t.e.m. indusă la variația fluxului magnetic inductor.

Tinând cont de relația (7.16), relația (8.49) se scrie

$$\varepsilon = \oint \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d\phi}{dt} \quad (8.50)$$

de unde

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\phi}{dt} \quad (8.51)$$

care reprezintă **legea lui Faraday** – tensiunea electromotoare de inducție este proporțională cu viteza de variație a fluxului magnetic prin suprafața măturată de conductor sau - în cazul unui circuit închis – prin suprafața mărginită de acest circuit.

8.11 Autoinducția

La trecerea curentului electric printr-o bobină se crează un câmp magnetic ale cărui linii de câmp intersectează spirele bobinei, determinând fluxul magnetic

$$\Phi = B \cdot N \cdot S \quad (8.52)$$

Dacă intensitatea curentului electric prin bobină este variabilă, atunci și fluxul magnetic generat de curent este variabil, determinând apariția unei t.e.m. în propriile spire, $\varepsilon_{\text{autoindusa}} = -\frac{d\phi}{dt}$, numită *tensiune autoindusă*.

Pentru un solenoid inducția magnetică este:

$$B = \frac{\mu NI}{l} \quad (8.53)$$

iar fluxul magnetic prin bobină devine

$$\Phi = \frac{\mu N^2 S}{l} I \quad (8.54)$$

Făcând notația

$$L = \frac{\mu N^2 S}{l} \quad (8.55)$$

unde L este constanta bobinei numită **inductanță**, fluxul magnetic prin bobină devine

$$\Phi = L \cdot I \quad (8.56)$$

Unitatea de măsură pentru inductanță, în SI, este Henry

$$\langle L \rangle_{SI} = H \quad (8.57)$$

Având în vedere legea lui Faraday și ultima expresie a fluxului deducem că tensiunea electromotoare autoindusă are expresia

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt} \quad (8.58)$$

Autoinducția este fenomenul de inducție electromagnetică produs într-un circuit datorită variației intensității curentului electric din acel circuit.

Fenomenul de autoinducție se poate observa efectuând experimentele din figura 8.13.

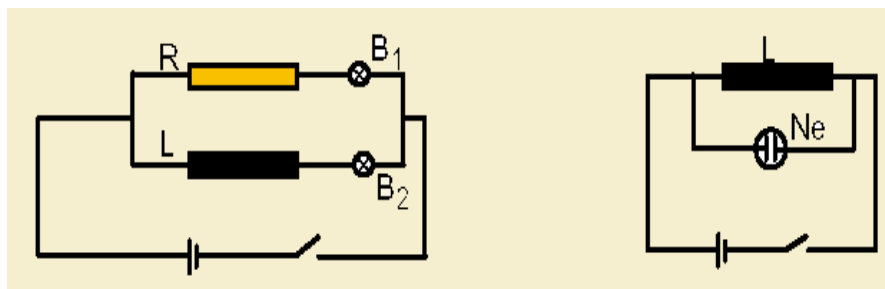


Fig.8.13 Montaje care pun în evidență efectul autoinducției.

La închiderea circuitului din primul montaj se constată că becul B_2 se aprinde mai târziu decât becul B_1 deoarece curentul autoindus este opus curentului principal, opunându-se creșterii acestuia.

În cazul celui de-al doilea circuit presupunând ca se utilizează o tensiune de alimentare de 12-14V, aceasta este insuficientă pentru ca becul cu neon (Ne) să se aprindă. Totuși la întreruperea circuitului, se constată că pentru un interval de timp scurt, becul luminează. Explicația este că la întreruperea circuitului, curentul principal tinde să scadă la zero, iar curentul autoindus va avea același sens, la fel și tensiunea autoindusă care se adună cu cea aplicată, rezultând o tensiune suficientă pentru aprinderea becului cu neon (80V).

Fenomenul de autoinducție poate fi observat prin scânteile de la periile unui motor electric sau de la întrerupătoarele instalațiilor casnice, unde au rol distructiv. Pentru a preveni uzura contactelor electrice se conectează în paralel cu acestea condensatori care preiau energia autoindusă.

8.12 Energia câmpului magnetic

La întreruperea curentului electric printr-o bobină se constată că datorită t.e.m. induse, curentul continuă să treacă pentru un timp scurt. În acest timp intensitatea curentului electric scade de la I la 0, deci și inducția câmpului

magnetic a curentului scade, până la anulare. Acest fenomen dovedește că *prin câmpul magnetic se înmagazinează energie care apoi face un lucru mecanic în vederea deplasării sarcinii electrice q prin circuit.*

Energia câmpului magnetic poate fi calculată astfel

$$W_m = L = q \cdot \varepsilon \quad (8.59)$$

unde t.e.m. autoindusă este

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{0 - I}{\Delta t} = \frac{LI}{\Delta t} \quad (8.60)$$

Sarcina electrică q transportată prin circuit în intervalul de timp Δt poate fi exprimată folosind valoarea medie a curentului electric

$$I_{med} = \frac{I + 0}{2} = \frac{I}{2} \quad (8.61)$$

Știind că $I = \frac{q}{\Delta t}$, putem scrie relația

$$q = I_{med} \cdot \Delta t = \frac{I}{2} \Delta t \quad (8.62)$$

Astfel, energia câmpului magnetic se poate exprima prin relația

$$W_m = \frac{I}{2} \Delta t \cdot \frac{L \cdot I}{\Delta t} = \frac{L \cdot I^2}{2} \quad (8.63)$$

Știind expresia inductanței unei bobine, $L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l}$, și a inducției magnetice a câmpului magnetic, $B = \frac{\mu \cdot N \cdot I}{l}$, având intensitatea $I = \frac{B \cdot l}{\mu \cdot N}$ rezultă formula energiei magnetice

$$W_m = \frac{B^2 \cdot S \cdot l}{2\mu} \quad (8.64)$$

Volumul ocupat de bobină fiind

$$V = S \cdot l \quad (8.65)$$

densitatea de energie se definește ca energia unității de volumul

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu} \quad (8.66)$$

În câmp magnetic neuniform energia magnetică totală este

$$W_m = \int_v w_m \cdot dV = \frac{1}{2 \cdot \mu} \cdot \int_v B^2 dV \quad (8.67)$$

8.13 Aplicații ale fenomenelor magnetice

a. Tubul cinescop – deviația electronilor în câmp magnetic (lectura)

În anul 1897 fizicianul englez Joseph John Thomson a inițiat experimente legate de traiectoria electronilor în prezența simultană a unor câmpuri electrice și magnetice, stabilind valoarea raportului sarcina electrică/masă, q/m , pentru electroni și făcând, totodată, dovada existenței acestora, pentru care a primit premiul Nobel în 1906. Până în acel moment particulele încărcate cu sarcină electrică existente în interiorul tuburilor catodice purtau numele de *corpusculi catodici*. Vom descrie, în cele ce urmează, modul în care câmpul magnetic produce deviația traiectoriei unor sarcini electrice, accelerate în prealabil până la viteza v (figura 8.14).

Precizăm că:

- în spațiul în care există câmpul magnetic intră un fascicul îngust de electroni, având (la intrare) viteza constantă \vec{v} ;
- câmpul magnetic este uniform, iar vectorul inducție câmp magnetic \vec{B} este perpendicular pe viteza electronilor.

Din figura 8.14 se observă că

$$y'' = D \cdot \operatorname{tg} \varphi \quad (8.68)$$

în timp ce calculul lui y' obligă la etape intermediare. Astfel

$$R^2 = L^2 + (R - y') \Rightarrow y'^2 - 2Ry' + L^2 = 0 \quad (8.69)$$

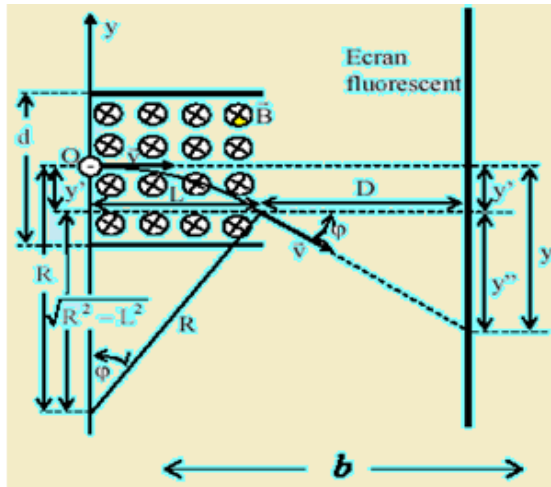


Fig.8.14 Deviația traiectoriei electronului aflat în câmp magnetic

Ecuția (8.69) are două soluții, dintre care una singură este adecvată manierei în care (sub acțiunea forței Lorentz) este deviată traiectoria electronului

$$\left. \begin{array}{l} y' = R \pm \sqrt{R^2 - L^2} \\ y' < R \end{array} \right\} \Rightarrow y' = R - R \sqrt{1 - \left(\frac{L}{R}\right)^2} = R \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{L}{R}\right)^2} \right) \quad (8.70)$$

Se consideră că

- devierea particulelor în câmp magnetic este relativ mică (R mare);

- raportul $\frac{L}{R} \ll 1$, ceea ce ne permite să recurgem la dezvoltarea în serie Taylor a radicalului din relația anterioară, pe care îl aproximăm cu primii doi termeni $\sqrt{1 - \left(\frac{L}{R}\right)^2} \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{L}{R}\right)^2$. Astfel

$$y' = \frac{R}{2} \left(\frac{L}{R}\right)^2 \quad (8.71)$$

Pentru calculul deviației y'' se observă că trebuie stabilită expresia funcției trigonometrice

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L}{R - y'} = \frac{L}{R - R + \sqrt{R^2 - L^2}} = \frac{L}{R} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{L}{R}\right)^2}} \quad (8.72)$$

Se recurge la o aproximație asemănătoare celei din cazul precedent, astfel că

$$\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{L}{R}\right)^2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{L}{R}\right)^2 \text{ și deci}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L}{R} + \frac{1}{2}\left(\frac{L}{R}\right)^3 \approx \frac{L}{R} \quad (8.73)$$

iar

$$y'' = D \frac{L}{R} \quad (8.74)$$

și

$$y = y' + y'' = \frac{L}{R} \left(D + \frac{L}{2} \right) \quad (8.75)$$

Raza traiectoriei circulare a electronului în câmp magnetic poate fi determinată în funcție de inducția acestuia, din observația faptului că forța Lorentz joacă rolul de forță centripetă, iar la echilibru forța Lorentz trebuie să fie egală cu forța centrifugă, $F_L = F_{cf}$, adică

$$\begin{aligned} qvB|_{\vec{v} \perp \vec{B}} &= \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} \\ y &= \frac{LqB}{mv} \left(D + \frac{L}{2} \right) = -\frac{LB}{v} \frac{q}{m} \left(D + \frac{L}{2} \right) \end{aligned} \quad (8.76)$$

Din relația (8.76) se observă că mărimea deviației y este direct proporțională cu modulul inducției câmpului magnetic (la rândul lui direct proporțional cu intensitatea curentului electric injectat în bobinele care creează acest câmp). Trebuie subliniat faptul că în tubul cinescop al televizorului plăcile de deflexie pe verticală și orizontală (care creează câmp electric) sunt înlocuite cu două bobine perpendiculare amplasate în exteriorul tubului.

De fapt, Thomson a combinat ambele câmpuri (electric și magnetic), impunând un criteriu genial prin simplitatea lui și anume ca **deviația electronilor**, observată pe ecran, **să fie nulă**. Condiția ca electronul să parcurgă nedeviat o traiectorie liniară înseamnă că rezultanta forțelor care acționează asupra acestuia este nulă

$$qE = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B} \quad (8.77)$$

relație care a permis calcularea vitezei electronilor în acest experiment. Odată cunoscută viteza, cu ajutorul relației (8.76) se poate stabili sarcina specifică a electronului

$$\frac{q}{m} = \frac{e}{m} = \frac{v}{RB} \quad (8.87)$$

Experimental Thomson a stabilit valoarea sarcinii specifice a electronului ca fiind $\frac{q}{m} = (1.758802 \pm 0.000005) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$.

Utilizarea unor atomi ionizați (deci având o sarcină electrică nenulă) introduși în câmpuri electrice și/sau magnetice a permis punerea la punct a unor instrumente specifice fizicii atomice și fizicii particulelor elementare; dintre aceste instrumente menționăm **spectrometrul de masă** și, ulterior, **ciclotronul**.

b. Spectrometrul de masă

Spectrometrul de masă permite separarea izotopilor și determinarea masei acestora (*izotopi* = particule încărcate cu aceeași sarcină dar cu mase diferite, ceea ce înseamnă valori diferite ale raportului m/q diferite, unde m = masa izotopului și q = sarcina electrică a izotopului). Schema de principiu a unui spectrometru de masă este prezentată în fig.8.15.

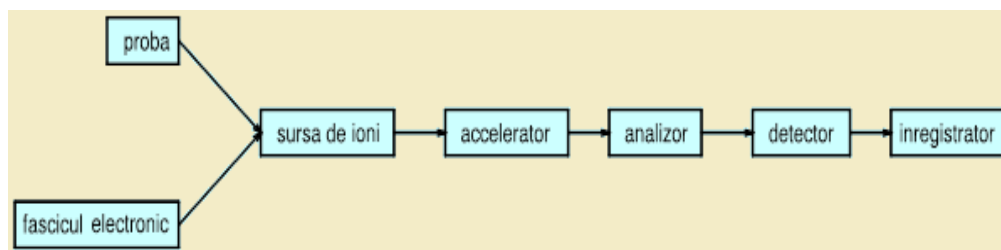


Fig.8.15 Schema bloc a unui spectrometru de masă.

Principalele elemente ale spectrometrului de masă sunt prezentate în fig.8.16.

Elementele spectrometrului de masă sunt grupate astfel: A. vaporizator (conține 1. rezervor de vapori; 2. frită); B. camera de ionizare (conține 3. catod; 4. anod; 5. zonă de accelerare; 6. fante de focalizare); C. analizorul (conține 7. tubul analizorului; 8. magnet); D. detector; E. amplificator; F. înregistrator.

Proba introdusă în spectrometrul de masă este vaporizată în *rezervorul de vaporizare* și transformată apoi într-un fascicul de ioni pozitivi în *sursa de ioni (camera de ionizare)*.

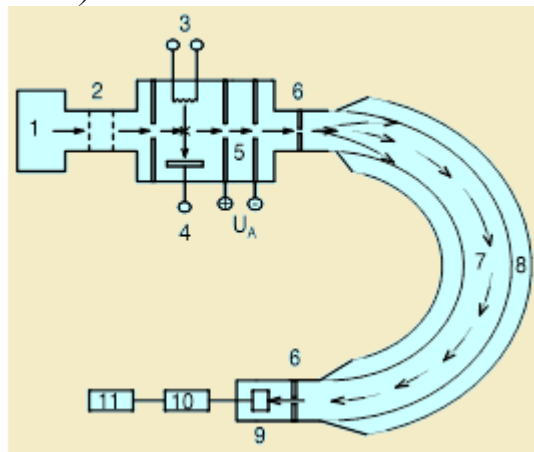


Fig.8.16 Schema unui spectrometru de masă: 1. rezervor de vapori; 2. frită; 3. catod; 4. anod; 5. zonă de accelerare; 6. fante de focalizare; 7. tubul analizorului; 8. magnet; 9. detector; 10. amplificator; 11. înregistrator.

Ionii sunt apoi accelerați în *accelerator* de o tensiune U_A și sunt introduși în *analizor*. Aici se produce separarea izotopilor în funcție de raportul q/m cu ajutorul unui câmp magnetic. Procesul de separare a izotopilor are la bază faptul că aceștia sunt supuși acțiunii forței Lorentz (F_L) ce produce curbarea traiectoriei lor și care, la echilibru, trebuie să fie egală cu forța centrifugă (F_{cf}) ce acționează asupra izotopilor

$$F_L = F_{cf} \quad (8.79)$$

adică

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \quad (8.80)$$

unde v = viteza izotopilor, B = inducția câmpului magnetic, r = raza de curbură a traiectoriei. Relația (8.80) permite exprimarea razei de curbură a traiectoriei izotopilor

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (8.81)$$

care depinde de raportul q/m caracteristic fiecărui izotop. Aceasta face ca toți izotopii de un anumit tip să evolueze pe traiectorii de o anumită valoare a razei r și să poată fi distinși (detectați) față de alți izotopi. Fasciculele de izotopii astfel separați cad pe un detector care realizează detectarea cantităților

fiecărui tip de izotop. Rezultatul este prezentat sub forma unei curbe ce redă dependența cantităților de diverși izotopi în funcție de raportul m/q .

c. *Ciclotronul*

Ciclotronul a fost inventat de E.O.Lawrence și M.S.Livingston în 1934 pentru a accelera protonii sau neutronii la energii cinetice ridicate. *Ciclotronul* este un accelerator ciclic, de rezonanță, în care particulele se mișcă circular, folosindu-se în acest scop câmpuri magnetice omogene. Schema de principiu a ciclotronului este prezentată în fig.8.18. În centrul sistemului, în câmpul magnetic, se găsește o sursă de ioni (S). Tot în acest câmp magnetic se găsesc și doi electrozi de o formă specială, numiți *duanți* (au forma asemănătoare literei D). Pentru a realiza accelerarea particulelor, duanții sunt menținuți la o diferență de potențial U care variază sinusoidal cu perioada T de rotație a particulelor (*condiția de sincronism* sau de *rezonanță*, $T_{particule} = T_{camp\ electric}$). Particulele sunt accelerate la trecerea între duanți, iar în interiorul duanților se mișcă liber. Accelerarea particulelor se datorează câmpului electric alternativ în timp ce câmpul magnetic realizează curbarea traiectoriei acestora.

La echilibru, particulele ce se rotesc în câmpul magnetic respectă condiția (8.81) de unde, folosind relația $v = \omega r$ (2.15), avem

$$qBr = m\omega r \quad (8.82)$$

de unde rezultă apoi

$$T = m \frac{2\pi}{qB} \quad (8.83)$$

Relația (8.83) arată că perioadă de mișcare a particulelor încărcate în câmpul magnetic uniform al ciclotronului este independentă de viteza acestora.

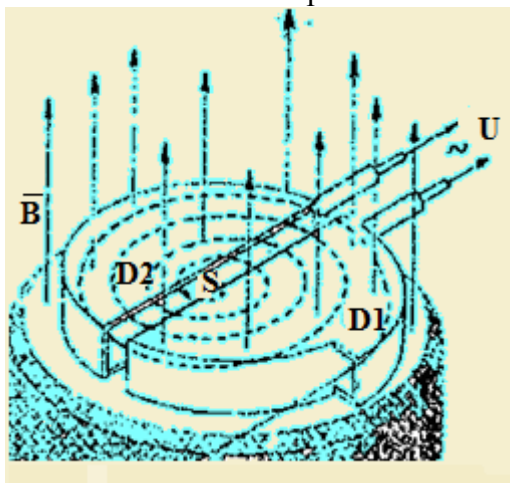


Fig.8.18 Schema de principiu a ciclotronului.

Viteza ionilor de masă m și sarcină q care părăsesc ciclotronul poate fi exprimată din relația (8.81)

$$v = \frac{qBr}{m} \quad (8.84)$$

și unde r reprezintă raza maximă a traiectoriei. Energia cinetică a ionilor ce părăsesc ciclotronul este

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{q^2 \cdot B^2 \cdot r^2}{2m} \quad (8.85)$$

Raza traiectoriei ionilor din ciclotron este dată de relația (8.81). Deoarece viteza ionilor crește continuu în timpul rotațiilor succesive ale ionilor, raza traiectoriei crește și ea până la expulzarea particulelor accelerate din ciclotron.

Condiția de sincronism ($T_{ioni} = T_{camp\ electric}$) implică masa particulelor ce sunt accelerate (vezi relația (8.83)). Particulele accelerate sunt supuse creșterii relativiste a masei lor. Ca atare, ciclotronul este un accelerator potrivit pentru studierea particulelor grele (particule alfa, protoni, deutroni, ioni grei) dar nu și pentru studierea particulelor ușoare (electroni, pozitroni). În cazul acestora din urmă se utilizează acceleratoare la care trebuie modificată fie frecvența, fie câmpul magnetic, fie ambele, pe măsură ce crește energia particulei. Corespunzător celor trei situații, există mai multe tipuri de acceleratori prezentați în tabelul 8.1.

Tabel 8.1 Tipuri de acceleratori de particule.

| Denumirea | Construit în anul ...de... | Câmp magnetic | Frecv. Camp. electric | Raza de rotație | Particule acceler. | Perform. în prezent |
|-----------------|------------------------------------|------------------|-----------------------------|-----------------------|--------------------------|---------------------------|
| Ciclotronul | 1934 E.O. Lawrence | const | const | variabil | p, d, α , ioni | ~20 MeV |
| Sincrociclotron | 1946 J.R. Richardson | const | variabil | variabil | p, d, α | ~10 GeV |
| Sincrotron | 1946 F.K. Goward, D.E.Barnes | variabil | const | const | e | ~680 MeV |
| Sincrofazotron | 1947 M.L. Oliphant | variabil | variabil | const | p, d | ~ 10 GeV |